АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том II 1956 Вып. 2

НЕЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКА ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Л. М. Лямшев

На примере осесимметричных колебаний тонкой цилиндрической оболочки показано, что незеркальное отражение звука ограниченной цилиндрической оболочкой обусловлено ее колебаниями, возбуждаемыми внешним полем.

В работе [1] сообщалось, что при наклонном падении плоской звуковой волны на цилиндрическую оболочку при некоторых углах падения наблюдается сильное рассеяние звука в направлении, противоположном направлению падающей волны, так называемое незеркальное отражение. Там же было высказано предположение, что явление незеркального отражения связано с колебаниями оболочки, возбуждаемыми внешним полем. В настоящей заметке на примере осесимметричных колебаний тонкой цилиндрической оболочки показано, что вышеуказанное предположение соответствует действительности, а также выясняются некоторые особенности незеркального отражения.

В случае осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки в воздухе (вакууме) ее уравнения движения имеют вид [2]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu}{a}\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{h^2}{3a}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

и

$$\frac{\nu}{a}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{a^2}w + \frac{h^2}{3}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{h^2}{3a^4}w - \frac{h^2}{3a}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \tag{2}$$

где u — аксиальное, а w — радиальное смещения, a — радиус, $2h$ — толщина оболочки, c_1 — скорость продольных волн в тонкой пластинке, ν — коэффициент Пуассона материала оболочки.

Пусть вдоль оболочки в положительном направлении оси x распространяется колебание, смещение которого описывается выражениями:

$$u = u_0 e^{ik_x x} \tag{3}$$

и

$$w = w_0 e^{ik_x x}. \tag{4}$$

Здесь $k_x = \frac{\omega}{c_x}$, c_x — скорость распространения колебаний в оболочке.

Подставим выражения (3) и (4) в (1) и (2), тогда последние можно переписать в виде

$$k_x^2 a^2 u_0 - ik_x a\nu w_0 - ik_x^3 a^3 \frac{h^2}{3a^2} w_0 = k_1^2 a^2 u_0 \tag{5}$$

и

$$i\nu k_x a u_0 + w_0 + \frac{h^2}{3a^2} k_x^4 a^4 w_0 + \frac{h^2}{3a^2} w_0 + i\frac{h^2}{3a^2} k_x^3 a^3 u_0 = k_1^2 a^2 w_0. \tag{6}$$

Исключая u_0 из выражения (5) и подставляя его значение в соотношение (6), а также пренебрегая членами малыми по сравнению с единицей, получим дисперсионное уравнение, связывающее скорость распространения осесимметричных колебаний с параметрами оболочки

$$\frac{h^2}{3a^2}k_x^6a^6-\left(\frac{2h^2\nu}{3a^2}+\frac{h^2}{3a^2}k_1^2a^2\right)k_x^4a^4+(1-\nu^2-k_1^2a^2)k_x^2a^2-(1-k_1^2a^2)k_1^2a^2=0. \quad (7)$$

Проанализируем уравнение (7). Предположим, что радиус оболочки велик по сравнению с длиной продольной волны в материале оболочки, т. е. пусть

$$k_1^2a^2 \gg 1. \quad (8)$$

Принимая во внимание условие (8), уравнение (7) можно переписать следующим образом:

$$\frac{h^2}{3a^2}k_x^6a^6-\frac{h^2}{3a^2}k_1^2a^2k_x^4a^4-k_1^2a^2k_x^2a^2+k_1^4a^4=0$$

или

$$(k_x^2a^2-k_1^2a^2)\left(\frac{h^2}{3a^2}k_x^4a^4-k_1^2a^2\right)=0. \quad (9)$$

Из (9) получим

$$k_x^2a^2-k_1^2a^2=0$$

и

$$\frac{h^2}{3a^2}k_x^4a^4-k_1^2a^2=0,$$

откуда

$$c_x=c_1, \quad (10)$$

т. е. c_x равно скорости распространения продольных колебаний в тонкой пластинке.

Далее,

$$c_x=\left[\frac{1}{3}\omega^2c_1^2h^2\right]^{1/4}. \quad (11)$$

Выражение (11) представляет собой формулу для скорости распространения изгибных колебаний в тонкой пластинке.

Таким образом, для высоких частот или больших радиусов колебания в оболочке распространяются со скоростями продольных и изгибных волн в пластинке.

Из (7) можно установить, что скорости распространения продольных и изгибных колебаний в оболочке совпадают со скоростями распространения продольных и изгибных колебаний в тонкой пластинке с точностью до 1%, если

$$k_1a>10. \quad (12)$$

Выражение (12) может служить критерием при оценке влияния кривизны оболочки на скорости распространения в ней осесимметричных колебаний. Если размеры оболочки велики по сравнению с длиной продольной волны в материале оболочки (следовательно, и по сравнению с длиной волны в среде) и выпоняется условие (12), то скорости распространения колебаний в оболочке не зависят от кривизны оболочки и равны скорости распространения колебаний в пластинке такой же толщины и из того же материала.

Для случая малого радиуса кривизны оболочки по сравнению с длиной волны в материале оболочки, т. е. для $k_1a<1$, из точного решения (7)

следует, что скорость распространения осесимметричных колебаний в оболочке совпадает со скоростью распространения продольных волн в стержне.

Сущность явления незеркального отражения звука тонкой ограниченной цилиндрической оболочкой можно охарактеризовать следующим образом. Когда на цилиндрическую оболочку под некоторым углом к ее оси падает звуковая волна, вдоль оболочки распространяются вынужденные колебания, скорость которых равна фазовой скорости в падающей звуковой волне вдоль оболочки, и определяется углом падения волны и скоростью распространения звука в окружающей среде. Отражение вынужденных колебаний от краев оболочки приводит к появлению распространяющихся навстречу друг другу свободных колебаний, скорость распространения которых не зависит от угла падения звуковой волны на оболочку и определяется параметрами оболочки и частотой колебаний.

Когда звуковая волна падает на оболочку под таким углом, что скорость распространения вынужденных волн в оболочке совпадает со скоростью свободных волн, амплитуда колебаний сильно возрастает (имеет место своего рода резонанс [1]) и излучение оболочки в окружающую среду резко увеличивается.

Излучение, обусловленное свободными колебаниями, распространяющимися навстречу вынужденным колебаниям, наблюдается как незеркальное отражение. Направление незеркального отражения определяется соотношением

$$\sin\theta = c/c_x. \tag{13}$$

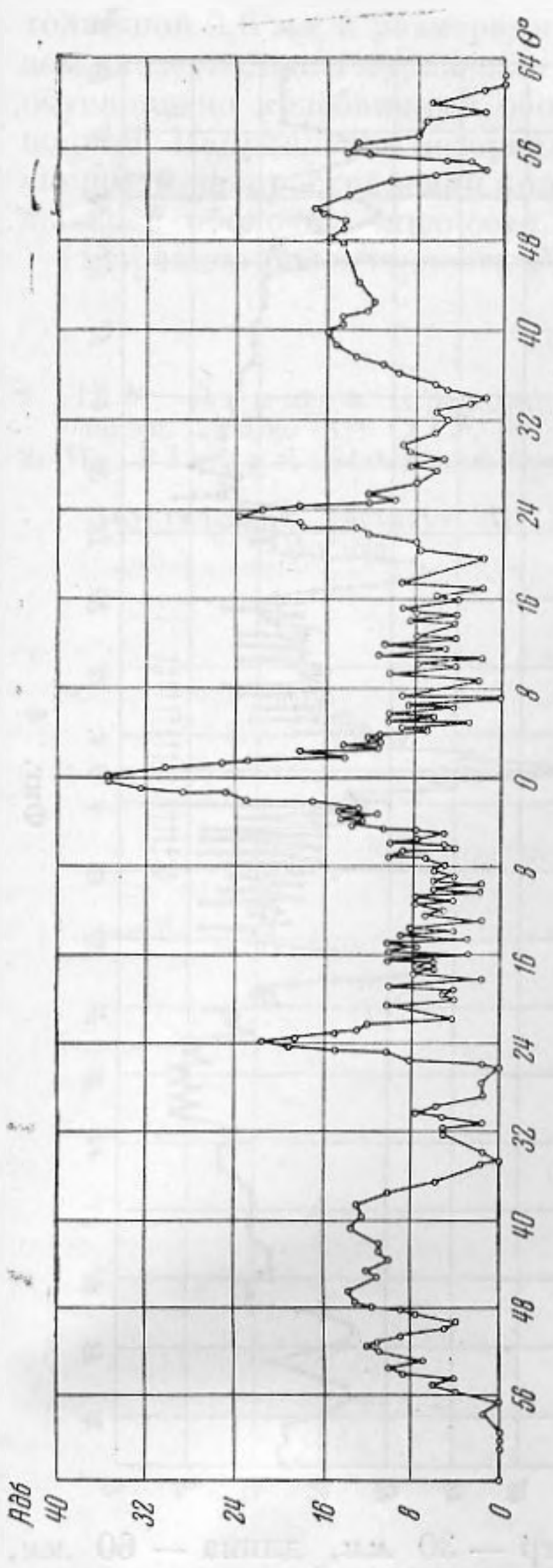
Так как скорость распространения осесимметричных колебаний в оболочке c_x зависит от частоты колебаний и параметров оболочки, направление незеркального отражения также будет изменяться при изменении этих факторов.

Если оболочка окружена жидкостью, то взаимодействие оболочки с жидкостью может привести к изменению скорости распространения колебаний. Однако в нашем случае это взаимодействие несущественно. Действительно, жидкость практически не оказывает влияния на скорость продольных волн в пластинке (стержне), а также на скорость изгибных волн в пластинке, пока скорость изгибных волн существенно больше скорости звука в жидкости*. Последний случай только и представляет для нас интерес, так как при скорости изгибных волн меньшей скорости звука в жидкости излучения, а следовательно, незеркального отражения, не наблюдается.

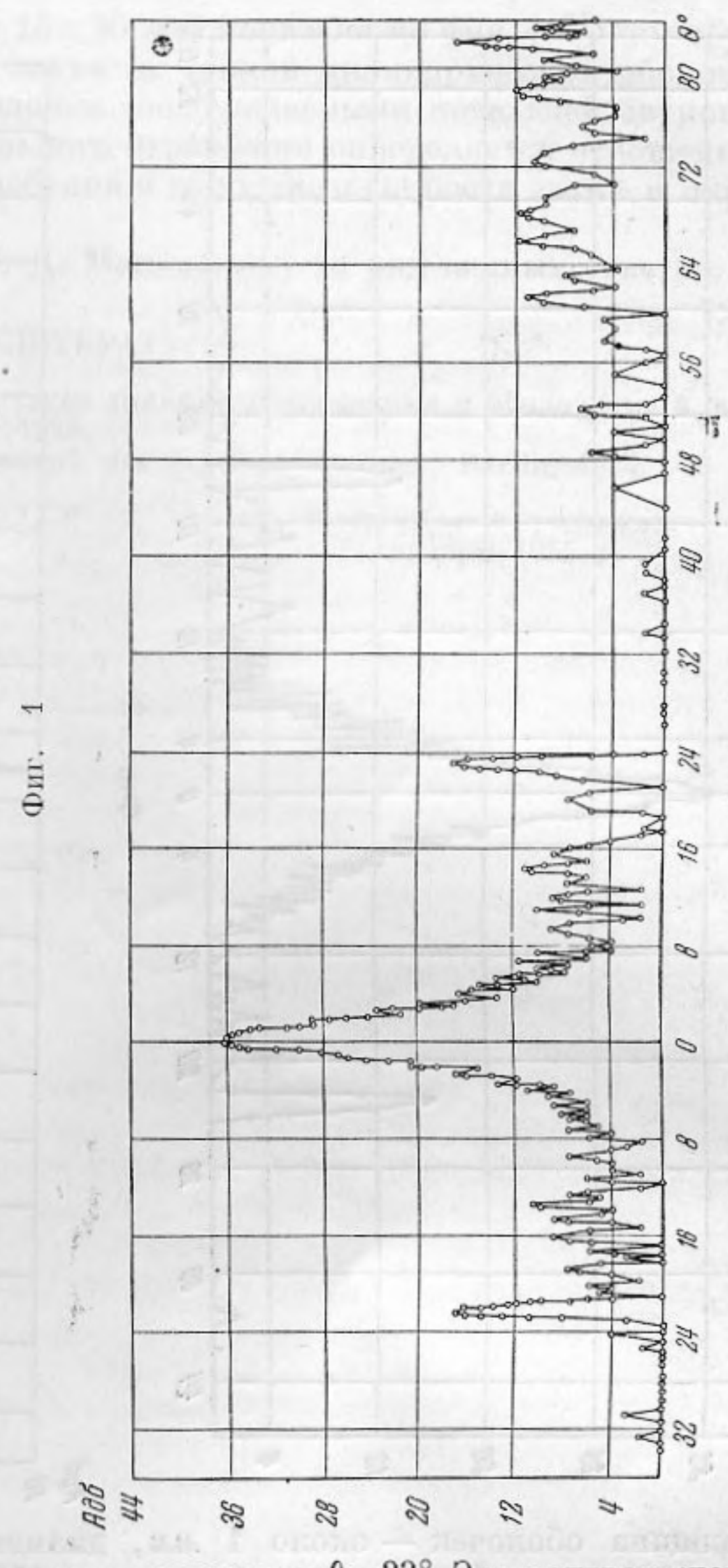
Полагая скорость звука в окружающей среде (жидкости) независящей от частоты, мы приходим к выводу, что закон дисперсии колебаний в оболочке, в соответствующем угловом масштабе, определяемом выражением (13), показывает изменение направления незеркального отражения в зависимости от размеров оболочки и частоты колебаний.

В частности, для цилиндрической оболочки больших размеров и малой толщины незеркальное отражение должно наблюдаться в области двух критических углов, соответствующих скоростям распространения продольных и изгибных колебаний. При этом угол незеркального отражения, связанного с продольными волнами, не зависит от частоты и совпадает с углом незеркального отражения для тонкой пластинки, а зависимость от частоты угла незеркального отражения, связанного с изгибными колебаниями, следует дисперсионной кривой для изгибных колебаний в пластинке. Например, незеркальное отражение, обусловленное продольными колебаниями, в случае латунной оболочки больших размеров и малой

* В первом приближении излучение приводит лишь к затуханию распространяющихся в оболочке колебаний.



Фиг. 1

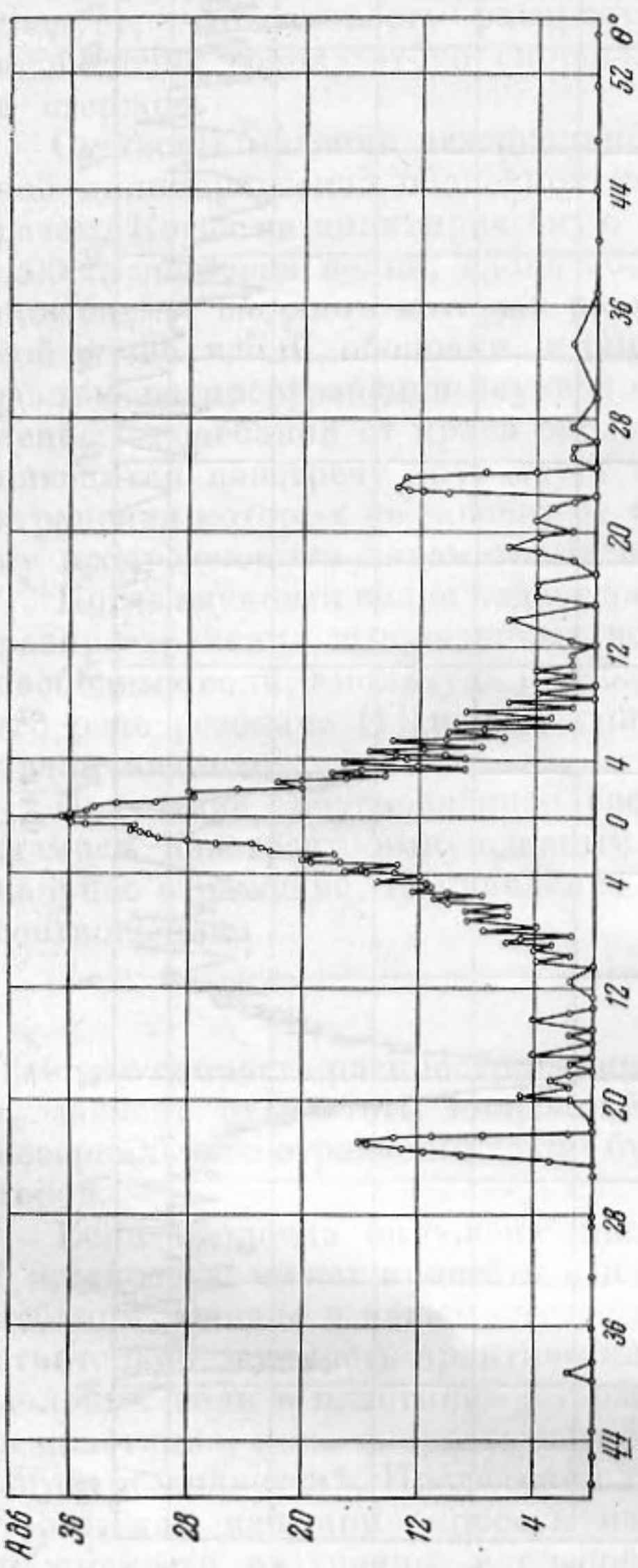


Фиг 2

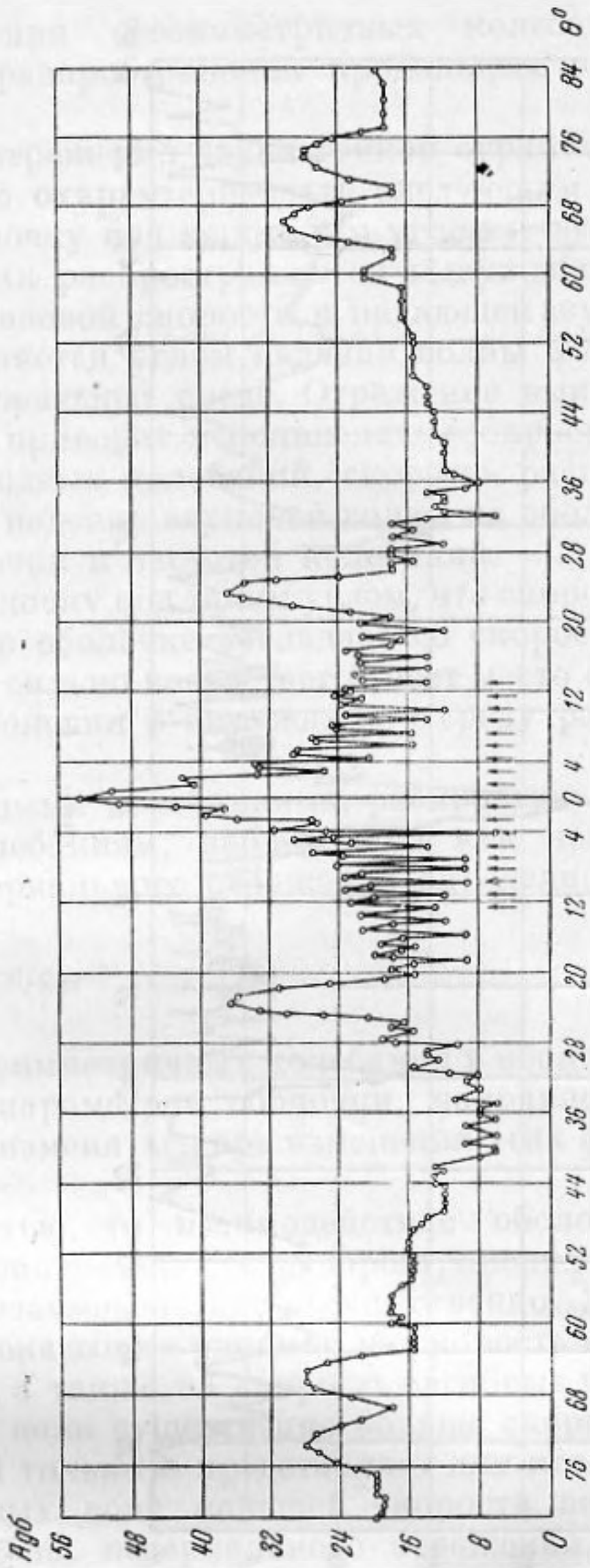
толщины должно наблюдаться при угле падения $\theta=23°$. Это подтверждено и экспериментально.

На фиг. 1,2 и 3 показаны полярные характеристики отражения для тонких ограниченных цилиндрических оболочек. Они относятся к отражению в направлении, обратном падающей волне. По вертикальной оси отложена величина амплитуды отраженного сигнала в *дб* по отношению к некоторому эталонному уровню, по горизонтальной оси — значение угла падения в градусах. Значение угла падения $\theta=0°$ соответствует перпендикулярному падению звуковой волны по отношению к оси оболочки.

Измерения проводились на установке, описанной в [1] и состоящей из наполненной водой ванны, размерами $200\times60\times60$ *см*^{3}, с поглощающими звук стенками; генератора ультразвуковых импульсов, имеющих прямоугольную огибающую, кварцевого вибратора с кварцевой пластинкой *X*-среза (вибратор осуществляет как передачу, так и прием импульсов); приемного усилителя и импульсного осциллоскопа, служащего индикатором амплитуд эхо — сигналов. Длительность импульсов была 30 *мксек*, частота повторения импульсов — 50 *гц*, частота заполнения — 1 *мггц*,



Фиг. 3



Фиг. 4

толщина оболочек — около 1 *мм*, диаметр — 30 *мм*, длина — 60 *мм*, а расстояние оболочек от вибратора — 150 *см*. Оболочки крепились при помощи нити на вращающейся прямоугольной раме, снабженной лимбом для отсчета углов.

Незеркальное отражение, связанное с изгибными колебаниями, для латунной оболочки толщиной 1,2 *мм* наблюдалось в области угла $\theta=40°$ (см. фиг.1), а для оболочки толщиной 0,6 *мм* в области угла 70° (фиг. 2). Для латунной оболочки толщиной 0,4 *мм* скорость распространения изгибных колебаний в оболочке меньше скорости звука в жидкости. Соответственно незеркального отражения, связанного с изгибными колебаниями для этой оболочки, не наблюдалось (фиг. 3). Незеркальные отражения, связанные с продольными колебаниями, хорошо видны на полярных диаграммах всех трех оболочек при угле около 23°. Так как размеры всех экспериментальных оболочек были большими по сравнению с длиной продольной волны в материале оболочек (критерий (12) выполнялся), направления незеркального отражения от цилиндрических оболочек совпадают с направлениями незеркального отражения от латунных пластинок равной толщины. Полярная характеристика тонкой латунной пластинки

толщиной 0,6 *мм* и размерами 15×30 *мм*^{2} показана на фиг. 4. Таким образом, незеркальное отражение звука от тонкой цилиндрической оболочки обусловлено колебаниями оболочки, возбуждаемыми падающей звуковой волной. Направление незеркального отражения определяется отношением скорости распространения колебаний в оболочке к скорости звука в окружающей оболочку жидкости.

Выражаю благодарность Г. Д. Малюжинцу за ряд ценных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. Изд-во АН СССР, М., 1955.
2. W. Flugge. Statik und Dynamik der Schalen. Springer, Berlin, 1934.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
21 ноября 1955 г.