Множитель $\cos \varphi$ в интерференционном члене выражения (4) определяет положение интерференционных полос, а множитель J_0 — контрастность интерференционной картины [2, 3].

При плавном изменении давления излучателя на жидкость * контрастность интерференционной картины будет уменьшаться и исчезнет, сменившись равномерным освещением при давлении

$$\Delta p = \Delta p_1 = \frac{\alpha_1}{\frac{2\pi}{\lambda} l \rho \frac{\partial n}{\partial \rho} \beta_s}, \tag{5}$$

где α_1 — 1-й корень функции Бесселя нулевого порядка.

При дальнейшем увеличении Δp интерференционная картина снова появится. При значении

$$\Delta p = \Delta p_2 = \frac{\alpha_2}{\frac{2\pi}{\alpha} l \rho \frac{\partial n}{\partial \rho} \beta_s}$$

полосы пропадут вторично и т. д. Здесь α_2 — 2-й корень функции Бесселя нулевого порядка.

Таким образом, плавно меняя ток или напряжение, питающее излучатель, по исчезновению интерференционных полос легко можно фиксировать моменты, когда давление в интерференционном сосуде равно Δp_1, Δp_2 и так далее, т. е. получить ряд точек, при помощи которых можно построить график абсолютной градуировки излучателя.

Точность такого метода абсолютной градуировки практически определяется точностью измерений $\rho \frac{\partial n}{\partial \rho}$ Остальные величины, входящие в формулу (5), могут быть измерены со значительно большей точностью. Значения $\rho \frac{\partial n}{\partial \rho}$, измеренные нами, равны: для воды — $0{,}337 \pm 0{,}006$, для бензола — $0{,}53 \pm 0{,}02$. Данные значения относятся к длине волны света $\lambda = 5461$ Å и к комнатной температуре. Впрочем, опыт показал, что $\rho \frac{\partial n}{\partial \rho}$ практически очень мало зависит от λ и от температуры. Подробнее об этом см. [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. П. Мотулевич и И. Л. Фабелинский. О зависимости показателя преломления от плотности на низких звуковых частотах. ДАН СССР, 1956, 106, 637—640.
2. М. Л. Котляровский и Е. Я. Пумпер. Исследование колебаний пьезокварцевых пластин интерференционным методом. ЖТФ, 1941, 11, 843—853.
3. Л. И. Бородовская и А. Е. Саломонович. Измерение амплитуд колебаний пьезокварцев интерференционным методом. ЖТФ, 1951, 21, 221—224.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
25 декабря 1956 г.

К МОЛЕКУЛЯРНОЙ ТЕОРИИ СКОРОСТИ ЗВУКА В ЖИДКОСТЯХ

И. З. Фишер

Неоднократно предпринимались попытки выразить скорость звука в жидкости через ее молекулярные характеристики. Мы хотели бы отметить один случай, когда задача решается совершенно точно и до конца. Анализ этого случая, как нам представляется, имеет методический интерес.

Рассмотрим одномерную неупорядоченную цепочку очень большого числа одноатомных частиц, расположенных вдоль оси Ox (одномерная модель жидкости). Пусть p, T, l означают соответственно одномерное давление, абсолютную температуру и среднее расстояние между парой ближайших частиц. Пусть, далее, $\Phi(x)$ есть потенциал сил, действующих между парой частиц. В [1] показано, что в одномерном случае задача статистической термодинамики решается точно и до конца. В частности, уравнение состояния и энтальпия, отнесенная к одной частице, оказываются равными

* В зависимости от конструкции излучателя изменение давления обычно осуществляется плавным изменением тока или напряжения.

$$l = -kT\frac{\partial\psi}{\partial p}; \quad h = \frac{1}{2}kT + k\frac{\partial}{\partial T}\left(T^2\frac{\partial\psi}{\partial T}\right), \tag{1}$$

где k — постоянная Больцмана, и

$$\psi = \ln\int_0^\infty e^{-(px+\Phi(x))/kT}dx. \tag{2}$$

Квадрат скорости звука в одномерной жидкости равен

$$c^2 = \frac{l^2}{m}\cdot\frac{c_p}{c_v}\left(-\frac{\partial p}{\partial l}\right)_T = \frac{l^2}{m}\,\frac{c_p}{c_p\left(-\frac{\partial l}{\partial p}\right)_T - T\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_p^2}. \tag{3}$$

Вычисляя величины c_p, $\left(-\frac{\partial l}{\partial p}\right)_T$ и $\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_p$ из (1) и подставляя их в (3), получим

$$c^2 = \frac{kT}{m}\cdot\frac{\left(\frac{\partial\psi}{\partial p}\right)^2\left[\frac{1}{2}+\frac{\partial}{\partial T}\left(T^2\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)\right]}{\frac{\partial^2\psi}{\partial p^2}\left[\frac{1}{2}+\frac{\partial}{\partial T}\left(T^2\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)\right]-\left(\frac{\partial\psi}{\partial p}+T\frac{\partial^2\psi}{\partial p\partial T}\right)^2}. \tag{4}$$

Уравнения (2) и (4) в самом общем виде и совершенно точно решают задачу о вычислении скорости звука в одномерной жидкости в функции температуры и давления при заданном межмолекулярном потенциале $\Phi(x)$. Как видим, уже в одномерном случае выражение для c очень сложно. Поэтому в реальном трехмерном случае, где все соотношения еще более сложны, нельзя надеяться получить для скорости звука, выраженной через межмолекулярные силы, сколько нибудь точное, и вместе с тем достаточное простое выражение, пригодное для всех T и p.

Ели обратиться к случаю низких температур, где приближенно можно положить $c_p \approx c_v$, то вместо (4) получаем несколько более простое выражение:

$$\frac{1}{c^2} \approx m\frac{\partial}{\partial p}\cdot\frac{\int_0^\infty e^{-(px+\Phi(x))/kT}dx}{\int_0^\infty e^{-(px+\Phi(x))/kT}x\,dx}, \tag{5}$$

которое все еще остается сложным.

Совсем простые выражения получаются лишь в предельных случаях $T \to 0$ или $T \to \infty$. При $T \to \infty$ из (4) легко получается

$$c^2 = \frac{3kT}{m} \tag{6}$$

(напомним, что в одномерном случае для идеального одноатомного газа $(c_p/c_v) = 3$). Далее, в [1] показано, что если $\Phi(x)$ имеет обычный вид, соответствующий отталкиванию на близких расстояниях и притяжению на больших расстояниях, то при $T \to 0$

$$\left.\begin{aligned} p &= -\Phi'(l), && \text{если } l < r_0 \\ p &= 0, && \text{если } l \geqslant r_0 \end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

где r_0 есть точка минимума $\Phi(x)$: $\Phi'(r_0) = 0$. Тогда из (3) получаем при $T \to 0$

$$\left.\begin{aligned} c^2 &= \frac{l^2}{m}\Phi''(l), && \text{если } l < r_0 \\ c^2 &= 0, && \text{если } l \geqslant r_0 \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Выражения, аналогичные первой строке (8), были получены в трехмерном случае многими авторами (особенно, см. [2]). Однако, как видим, они должны относиться не к жидкости, а к кристаллу при абсолютном нуле температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Gürsey. Classical statistical mechanics of a rectilinear assembly. Proc. Cambr. Phil. Soc., 1950, 46, 182—196.
2. Б. Б. Кудрявцев. Применение ультраакустических методов в практике физико-химического исследования. Усп. химии, 1948, 17, 2, 158—173.

Белорусский государственный университет

Поступило в редакцию 18 января 1957 г.