АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том IV 1958 Вып. 1

# ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕРОВНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Обзор

*Ю. П. Лысанов*

В последнее время в связи с возрастающим применением звуковых волн и радиоволн сантиметрового диапазона значительно возрос интерес к задаче о рассеянии волн на неровных поверхностях. Известно, что наличие неровностей может существенно изменить как дальность распространения волн, так и структуру поля. Так, например, при распространении звука в море его границы — волнующаяся поверхность и дно — рассеивают звук по всем направлениям, в том числе и по направлению к источнику звука, что может в некоторых случаях полностью замаскировать полезный сигнал, а интерференция прямой и рассеянных волн приводит к весьма сложной картине звукового поля в море; это рассеяние обусловливает и дополнительное затухание звука. Явления рассеяния волн на неровностях морской или земной поверхности весьма существенны также при распространении радиоволн в атмосфере. Определенный интерес эта задача представляет и в архитектурной акустике, где неровные поверхности используются как средство для улучшения акустических свойств больших помещений.

В математическом отношении рассматриваемая задача является весьма сложной, так как невозможно методом разделения переменных получить решение волнового уравнения, удовлетворяющее заданным граничным условиям на неровной поверхности. Пути для точного решения этой задачи в общем виде до сих пор не найдены. Однако существует значительное число теоретических работ (появившихся в основном за последние 5—6 лет), в которых разработан ряд приближенных методов расчета поля.

Ниже дается краткая характеристика основных приближенных методов расчета поля, рассеянного на неровной поверхности.

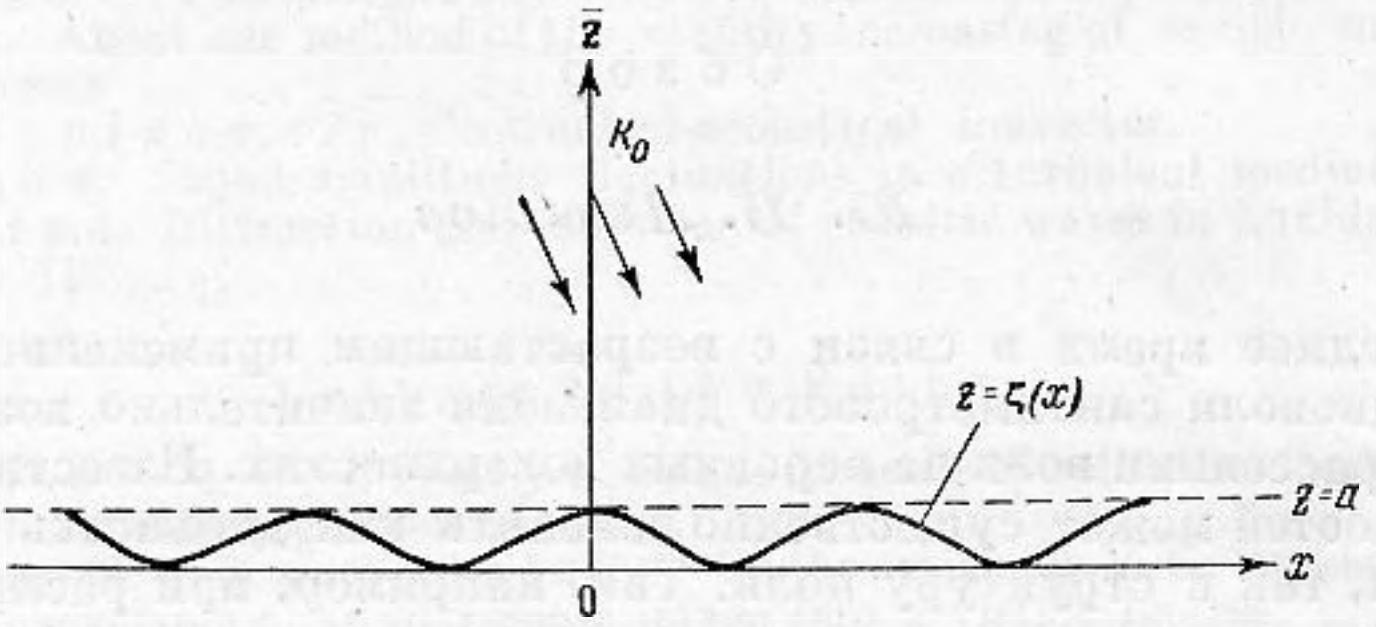
Сформулируем подробнее рассматриваемую задачу. Пусть плоская монохроматическая волна (звуковая или электромагнитная) падает на бесконечно протяженную неровную поверхность, уравнение которой задано в виде $z = \zeta(x, y)$. Требуется найти решение волнового уравнения для полупространства над неровной поверхностью, удовлетворяющее граничным условиям на неровной поверхности и условию излучения на бесконечности. Будем предполагать далее, что а) неровная поверхность является абсолютно отражающей; б) функция, характеризующая неровную поверхность, зависит только от одной из координат (например, $x$); в) неровности поверхности имеют периодический характер, т. е. $\zeta(x) = \zeta(x + L)$, где $L$ — период неровностей; г) плоскость падения первичной волны совпадает с плоскостью $xz$ выбранной прямоугольной системы координат (фиг. 1).

Таким образом, мы ограничиваемся здесь рассмотрением плоской задачи. Обобщение полученных результатов на случай трехмерной задачи обычно принципиальных затруднений не представляет.

1. Метод Рэлея. Согласно Рэлею полное поле над периодически неровной поверхностью может быть представлено в виде суперпозиции плоских волн [23, 63]

$$\varphi(x, z) = e^{ik(\sin\theta_0 x - \cos\theta_0 z)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{ik(\sin\theta_n x + \cos\theta_n z)}. \quad (1)$$

В акустическом случае $\varphi$ — потенциал скорости, в случае электродинамики — одна из компонент векторов **E** или **H**. Первый член ряда пред-




Фиг. 1

ставляет падающую волну, остальные — рассеянное поле, состоящее из зеркально отраженной волны ($n = 0$) и рассеянных волн высших номеров, обычно называемых в теории дифракции спектрами различных порядков.

Направление распространения спектра $n$-го порядка составляет с осью $z$ угол $\theta_n$, определяемый выражением

$$\sin\theta_n = \sin\theta_0 + nq/k,$$

где $\theta_0$ — угол падения первичной волны, $k$ — волновое число и $q = {}^{2\pi}/_{L}$. При $|\sin\theta_n| > 1$ $\cos\theta_n$ становится мнимой величиной. Чтобы удовлетворить принципу излучения при $z \to \infty$, знак $\cos\theta_n$ выбирается так, чтобы выполнялись условия $\mathrm{Re}\cos\theta_n \geqslant 0$ и $\mathrm{Im}\cos\theta_n \geqslant 0$. Это соответствует тому, что рассеянное поле в (1) состоит из обычных плоских волн, распространяющихся от неровной поверхности, и неоднородных волн, соответствующих положительно мнимым значениям $\cos\theta_n$, которые распространяются вдоль неровной поверхности и экспоненциально затухают при удалении от нее.

Амплитуды рассеянных волн $A_n$ определялись Рэлеем из граничных условий на неровной поверхности. Однако ряд (1) не дает возможности удовлетворить граничным условиям на неровной поверхности. Дело в том, что правильно описывая поле над неровной поверхностью, он не представляет собой общего решения волнового уравнения в области ниже плоскости $z = a$, где $a$ — максимальная высота неровностей (фиг. 1). В этом ряду присутствуют только те плоские волны (если не считать падающей волны), которые соответствуют источникам рассеянного поля, расположенным ниже точки наблюдения. Так как источниками рассеянного поля являются точки неровной поверхности, то для точки наблюдения в указанной области в выражении (1) должны быть учтены также и те плоские волны, которые соответствуют источникам, находящимся выше нее. На это обстоятельство впервые обратил внимание Дерюгин [8]. Используя представление рассеянного поля в виде (1), Дерюгин показал для одного частного случая неровной поверхности, выбранной в виде плоскости с бесконечно тонкими вертикальными ребрами, что число неизвестных $A_n$ недостаточно для удовлетворения граничных условий [11].

Можно показать, что представление поля в виде (1) вблизи рассеивающей поверхности полностью эквивалентно предположению, что влияние неровностей может быть заменено распределением источников на некоторой вспомогательной плоскости (например, $z = 0$), представленных в виде ряда Фурье, коэффициенты которого равны $A_n$.

Идея замены влияния неровной поверхности распределением источников, расположенных на плоскости $z = 0$, лежит в основе недавно опубликованных работ Паркера [61—62]. В свете изложенного выше ясно, что применимость полученных им результатов не выходит за рамки результатов Рэлея.

Представление поля в виде (1) дает возможность приближенно удовлетворить граничным условиям для пологой поверхности, неровности которой малы по сравнению с длиной волны [53]. В этом случае, приравняв ряд (1) или его нормальную производную нулю на неровной поверхности, мы получаем для определения $A_n$ бесконечную систему линейных алгебраических уравнений. Решение этой системы также представляет большие трудности. Рэлей получил приближенное решение ее методом последовательных приближений, считая, что в случае малых неровностей ($ka \ll 1$) можно искать решение в виде ряда по степеням этого малого параметра

$$A_n = A_n^{(0)} + A_n^{(1)}(ka) + A_n^{(2)}(ka)^2 + \ldots \qquad (2)$$

Ряд (2) хорошо сходится только в случае абсолютно податливой поверхности. В случае абсолютно жесткой поверхности он быстро перестает сходиться, если направление распространения одного из спектров становится близким к скользящему.

2. Метод малых возмущений. Если неровная поверхность мало уклоняется от некоторой плоскости и является достаточно пологой, то решение задачи о рассеянии волн на такой поверхности может быть получено на основе метода малых возмущений [1, 15, 58]. Метод решения состоит в том, что граничные условия, задаваемые на неровной поверхности $z = \zeta(x)$, путем разложения по степеням $\zeta$ переносятся на плоскость $z = 0$. Рассматривая действие неровностей как малое возмущение, решение раскладывают в ряд по степеням того же самого малого параметра и находят условия, которым должны удовлетворять первое, второе и т. д. приближения на плоскости $z = 0$. Задача о рассеянии волн на неровной поверхности сводится, таким образом, к нахождению решения волнового уравнения, удовлетворяющего заданным граничным условиям, но теперь уже на плоскости. Решение такой задачи хорошо известно.

Можно показать [20], что метод малых возмущений граничных условий приводит к результатам, тождественным с результатами Рэлея. Это совершенно понятно с точки зрения, высказанной в предыдущем разделе. Метод малых возмущений является просто способом определения функции распределения источников, расположенных на плоскости $z = 0$.

Заметим, что в ряде конкретных задач метод малых возмущений может оказаться с вычислительной стороны более удобным, чем метод Рэлея.

Метод малых возмущений был весьма успешно использован Фейнбергом [24] для решения задачи о распространении радиоволн вдоль земной поверхности с учетом ее неровности и неоднородности.

3. Метод Л. М. Бреховских. Рассмотренные выше приближенные методы дают возможность получить решение в основном для неровностей, малых по сравнению с длиной волны падающего излучения. Вопрос о рассеянии волн на поверхности с крупными неровностями долгое время оставался совершенно неразработанным, так как в этом случае трудности рассматриваемой задачи в значительной степени увеличиваются. Лишь несколько лет назад Бреховских [3 — 6] была построена приближенная

теория рассеяния волн на поверхности с крупными неровностями. Развиваемый в этих работах метод основан на предположении о локальном характере поля на неровной поверхности, которое задается по законам геометрической акустики. Поле в каждой точке поверхности принимается таким же, как если бы отражение в ней происходило от бесконечной плоскости, касательной к поверхности в данной точке. Другими словами, распределение рассеянного поля на поверхности принимается таким, каким его следовало бы ожидать на основании учета одной только падающей волны, пренебрегая вторичным рассеянием от отдельных участков поверхности. Задав таким образом поле на поверхности, по формуле Грина можно вычислить поле всюду над ней.

Предложенный метод оказался весьма эффективным для расчета рассеянного поля во многих практически интересных случаях, несмотря на ряд ограничений его применимости. Следует также отметить чрезвычайную простоту расчетных формул.

Основное ограничение метода касается формы неровной поверхности. Характер неровностей должен быть таков, чтобы в каждой точке неровной поверхности можно было провести касательную плоскость так, чтобы она на расстояниях порядка длины волны еще мало отходила от неровной поверхности. Это приводит к требованию, чтобы между радиусом кривизны $R$, длиной волны $\lambda$ и углом скольжения $\alpha$ выполнялось следующее соотношение:

$$2R \sin \alpha \gg \lambda,$$

где $\lambda$ — длина волны, деленная на $2\pi$. Из этого следует, что при заданном соотношении между длиной волны и радиусом кривизны применимость метода ухудшается по мере уменьшения угла скольжения.

Второе наиболее существенное ограничение касается направлений наблюдения, которые не должны сильно отличаться от возможных направлений зеркального отражения от различных участков неровной поверхности. При невыполнении этого условия неточность задания поля на поверхности, несмотря на ее малость, будет играть существенное значение [5].

Метод неприменим для вычисления амплитуд спектров, распространяющихся вблизи неровной поверхности, когда неучет вторичного рассеяния от отдельных участков поверхности сказывается особенно сильно. Амплитуда скользящего вдоль поверхности спектра независимо от величины неровностей стремится к бесконечности как $1/\cos \theta$, где $\theta$ — угол рассеяния этого спектра.

Для статистически неровных поверхностей аналогичная теория была развита в работах Исаковича [14] и Экарта [36].

4. Метод интегрального уравнения. Данный метод основан на определении поля на неровной поверхности, приближенный способ расчета которого дан в работах Лысанова [20—21] *. Основные черты метода заключаются в следующем. Решение волнового уравнения для полупространства $z > \zeta(x)$ записывается при помощи формулы Грина. Использование граничных условий на неровной поверхности приводит к интегральному уравнению для поля на поверхности. Это интегральное уравнение является точным. Однако ядро интегрального уравнения имеет настолько сложный вид, что получить решение точного уравнения, по-видимому, невозможно. Решение удается получить только для достаточно пологой абсолютно отражающей поверхности, на которой выполняется граничное условие: $\varphi = 0$ при $z = \zeta(x)$. Этот случай граничных условий приближенно реализуется, в частности, при отражении подводного звука от границы вода — воздух.

---

* Независимо те же результаты были получены Мичамом [54].

Можно показать, что, если неровная поверхность удовлетворяет следующим двум неравенствам [20]

$$^1/_2\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)^2_{\max} \ll 1;\ ka\left|\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right|_{\max} \ll 1, \tag{3}$$

где $\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{\max}$ — максимальное значение крутизны поверхности, то уравнение приближенно можно записать в виде

$$\varphi(x_2) = \frac{i}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(k|x_2 - x_1|)\, f(x_1)\, dx_1. \tag{4}$$

Здесь $\varphi(x_2)$ — значение поля падающей волны на рассеивающей поверхности, $f(x_1)$ — неизвестная функция, дающая распределение нормальной составляющей колебательной скорости на поверхности, $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода нулевого порядка. Уравнение (4) допускает решение при помощи известных методов *.

При достаточно пологой поверхности метод применим для неровностей, больших по сравнению с длиной волны звука.

Полученное выражение для поля на неровной поверхности отличается от поля, задаваемого по геометрической акустике. При малых значениях параметров $ka$ и $^q/_k$ эти отличия невелики. Но надо иметь в виду, что в некоторых случаях достаточно небольшой разницы в характере поля на неровной поверхности, чтобы получить сколь угодно большие различия для поля над рассеивающей поверхностью.

Для углов падения в интервале 0—60° и направлений рассеяния, соответствующих зеркальным отражениям, обе теории дают близкие друг другу значения рассеянного поля. Но при больших углах падения между двумя теориями существует значительное различие. Особенно оно велико для спектров, распространяющихся вблизи неровной поверхности.

Как указывалось выше, в геометрическом приближении амплитуда спектра, независимо от величины параметра $ka$, стремится к бесконечности по мере приближения его угла рассеяния к скользящему, в то время как согласно рассматриваемой теории она остается всегда конечной. Полученное решение справедливо для любых углов падения и для произвольных направлений распространения рассеянных волн.

5. Метод изображений. Для теоретического исследования рассеяния волн на неровных поверхностях достаточно простой формы может быть использован метод изображений, получивший весьма широкое применение в работах Тверского [67—70], которые посвящены рассеянию плоских звуковых и электромагнитных волн на абсолютной отражающей плоскости, покрытой полуцилиндрами или полусферами. Идея метода заключается в следующем. Сначала находится решение задачи о рассеянии на одном полуцилиндре. При этом непосредственно решается не эта задача, а другая, ей эквивалентная: рассеяние на цилиндре, расположенном в свободном пространстве, двух волн — падающей волны и ее зеркального изображения по отношению к плоскости расположения полуцилиндров. Амплитуда и фаза последней выбираются так, чтобы удовлетворить заданным граничным условиям на плоскости. Решение этой задачи может быть получено строго путем разделения переменных в волновом уравнении, записанном в цилиндрической системе координат. Затем, зная решение для одного цилиндра, можно получить решение для случая заданного периодического или случайного распределения их. Если расстояние между цилиндрами велико по сравнению с длиной волны,

* Заметим, что условия применимости сделанных здесь приближений аналогичны приближениям, которыми пользовался Е. Л. Фейнберг в задаче о распространении волн вдоль реальной поверхности [24].

а радиусы цилиндров достаточно малы, то вторичным рассеянием можно пренебречь и считать, что каждый из цилиндров возбуждается только падающей волной. В этом случае решение может быть получено элементарно. Аналогично может быть решена задача для случая полусфер или полуэллипсоидов.

Большой интерес представляет вопрос о роли вторичного рассеяния. Оказывается, что при расстояниях между цилиндрами $l$, меньших длины волны, вторичное рассеяние имеет весьма существенное значение и зависит от соотношения между радиусом цилиндра $a$ и расстоянием $l$ между цилиндрами. При уменьшении $ka$ при постоянном значении $kl$ член, описывающий взаимодействие цилиндров, убывает значительно быстрее, чем член, определяющий рассеяние без учета взаимодействия. Полученные результаты с физической точки зрения совершенно понятны. Они могут оказаться полезными при оценке пределов применимости приближения, основанного на задании поля на неровной поверхности по геометрической акустике.

Полученные результаты легко обобщаются на случай поглощающих полуцилиндров, характеризующихся произвольным нормальным импедансом и расположенных на плоскости, импеданц которой равен 0 или $\infty$ [68].

6. Метод согласования полей. Этот метод может быть использован только в том случае, если неровная поверхность такова, что пространство над ней может быть разделено на области, в каждой из которых волновое уравнение, записанное в подходящей системе координат, допускает решение методом разделения переменных.

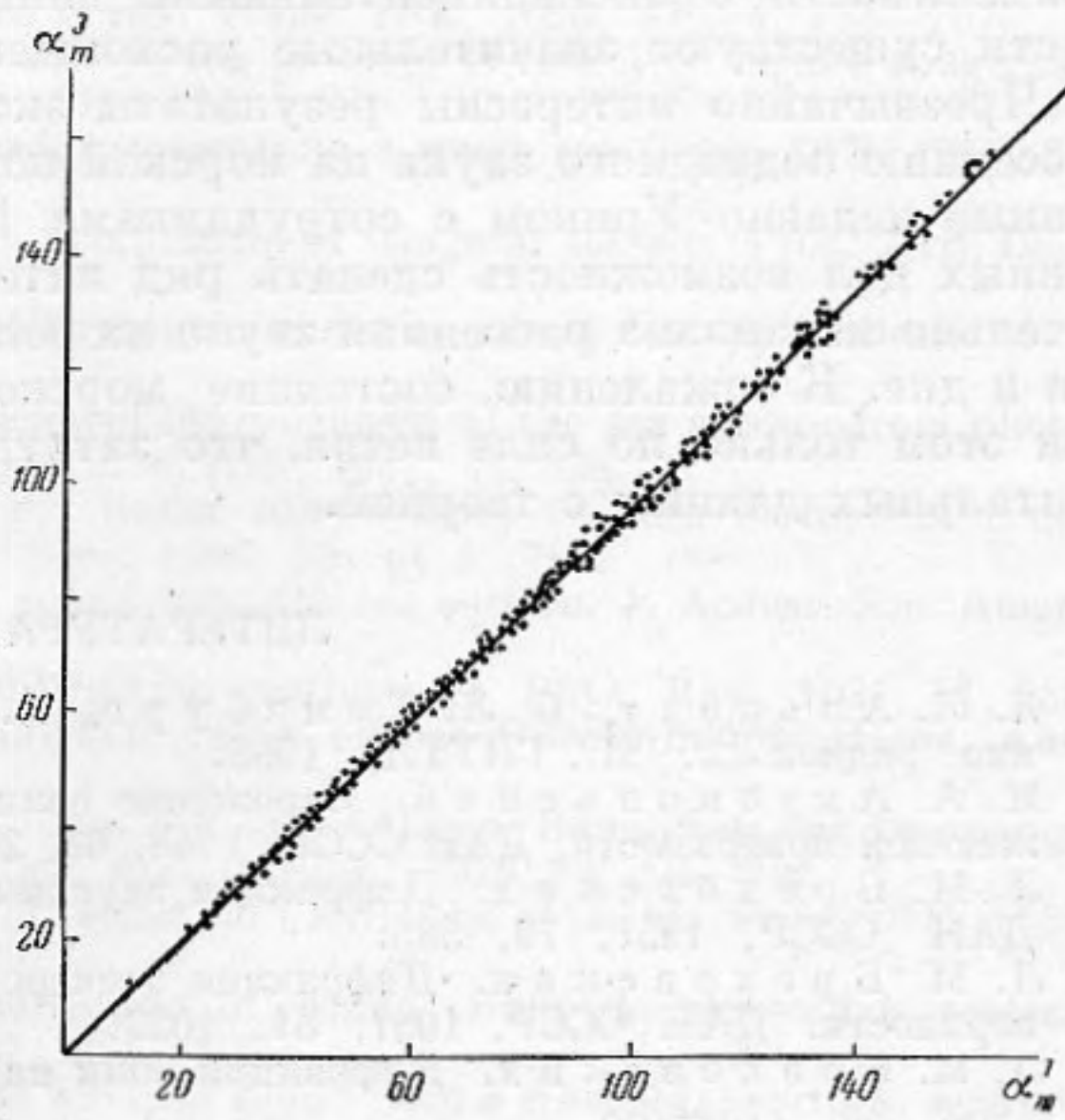
В качестве примера таких поверхностей можно указать на периодические поверхности, неровности которых имеют форму прямоугольных, полукруглых или полуэллипсоидальных канавок. Метод был развит Дерюгиным [8 — 12], который решил задачу о рассеянии плоской волны, падающей по нормали на неровную поверхность в форме прямоугольных канавок. Существо метода заключается в том, что решения волнового уравнения находятся методом разделения переменных отдельно для области верхнего полупространства и для области канавок. Использование граничных условий на плоскости, соединяющей обе области, приводит к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений для амплитуд рассеянных волн. Полученная система уравнений допускает численное решение методом последовательных приближений.

Общее решение волнового уравнения имеет различный характер в указанных областях. В верхнем полупространстве оно содержит плоские волны (если не считать падающей волны), распространяющиеся в направлении от поверхности или затухающие при удалении от нее. Другими словами, оно по-прежнему выражается рядом (1). Но в области канавок решение содержит также и плоские волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. На физические основания этого указывалось в первом разделе.

Большой интерес представляет проведенное в [9] исследование распределения полей в раскрыве канавок в случае, когда ширина канавок мала по сравнению с длиной волны падающего излучения. Оказалось, что при распространении одного из спектров вблизи неровной поверхности, распределение поля на поверхности под влиянием этого спектра существенно изменяется по сравнению с тем, которое можно было бы предположить на основании учета поля одной лишь падающей волны.

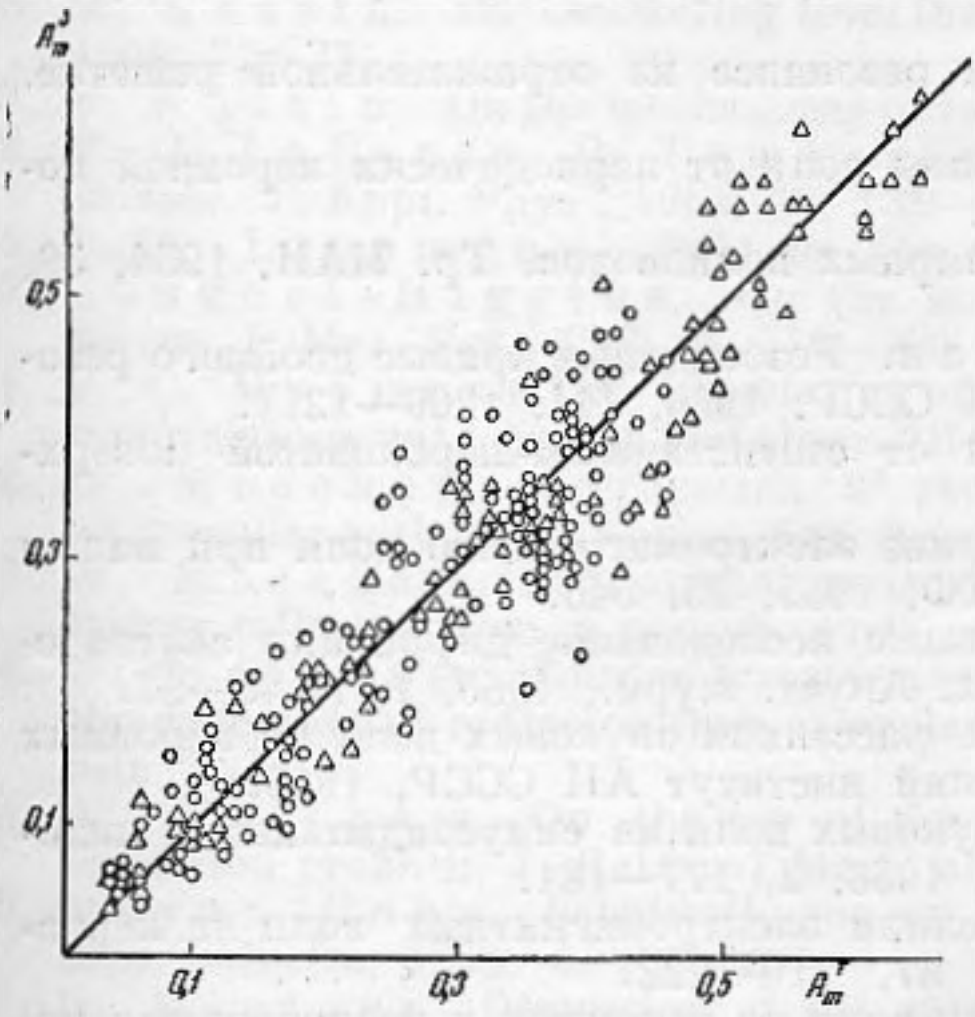
Весьма детальному исследованию в этих работах подвергалось явление поверхностного резонанса, которое наблюдается, когда период неровной поверхности равен (или близок) целому числу длин волн. В этом случае многократные возмущения от всех соответственных элементов поверхности складываются в фазе и могут дать интенсивные скользящие спектры, амплитуды которых во много раз могут превосходить амплитуду пада-

ющей волны. Особенно резко явление поверхностного резонанса выражено в случае узких по сравнению с длиной волны канавок, глубина которых несколько превышает полволны. Интересно отметить, что явление поверхностного резонанса при дифракции на решетке было обнаружено экспериментально очень давно [79]. Однако существующие до сих пор приближенные теории не смогли охватить этого явления.




Фиг. 2

В заключение остановимся кратко на некоторых экспериментальных работах. Сразу следует указать, что в настоящее время не существует еще таких экспериментов, которые дали бы возможность провести полное и детальное сопоставление различных теорий и эксперимента. С этой точки зрения наибольший интерес представляют экспериментальные работы Лепорского [16—18], выполненные в Акустическом институте АН СССР, и работа Лакаска и Тамаркина [48], выполненная в лаборатории гидроакустики Броуновского университета (США). Исследования в обоих случаях проводились на моделях, которые имели либо синусоидальный, либо пилообразный профиль. Измерялось направление распространения различных спектров и модуль их амплитуды.




Фиг. 3

На фиг. 2, взятой из [18], представлены результаты сопоставления теории и эксперимента для направлений распространения спектров различных порядков для случая синусоидальной поверхности. По оси ординат отложены экспериментальные значения угла скольжения $\alpha_n^э$ спектра $n$-го порядка, а по оси абсцисс $\alpha_n^т$ — рассчитанные теоретически. Заметим, что все теории дают одно и то же выражение для направления распространения спектров.

На фиг. 3 представлены результаты сопоставления экспериментальных значений модулей амплитуд спектров различных порядков, согласно измерениям Лепорского [18], с теорией, рассмотренной в разделе 4. По оси ординат отложены экспериментальные значения модулей амплитуд спектров, а по оси абсцисс — теоретические. Данные приведены для различных моделей, длин волн и углов падения; треугольники относятся к случаю пилообразных моделей, кружочки — к случаю синусоидальных моделей. Эти результаты показывают, что имеет место неплохое совпадение теории и эксперимента.

Аналогичное заключение можно сделать и на основании сопоставления рассматриваемой теории с экспериментальными данными Лакаска и Тамаркина [48].

Следует отметить, что экспериментальные результаты А. Н. Лепорского показывают хорошее совпадение теории Л. М. Бреховских в области ее применимости с экспериментальными данными. Вне области применимости существуют значительные расхождения [16].

Чрезвычайно интересны результаты экспериментов по локационному рассеянию подводного звука на морской поверхности и дне моря, проведенные недавно Уриком с сотрудниками [75—76]. Анализ полученных данных дал возможность сделать ряд интересных предположений относительно механизма рассеяния звука на волнующейся морской поверхности и дне. К сожалению, состояние морской поверхности определялось при этом только по силе ветра, что затрудняет сопоставление экспериментальных данных с теорией.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг. Распространение радиоволн. М., ГИТТЛ, 1953.
2. М. А. Антокольский. Отражение волн от шероховатой абсолютно отражающей поверхности. ДАН СССР, 1948, **62**, 203—206.
3. Л. М. Бреховских. Дифракция звуковых волн на неровной поверхности. ДАН СССР, 1951, **79**, 585.
4. Л. М. Бреховских. Дифракция электромагнитных волн на неровной поверхности. ДАН СССР, 1951, **81**, 1023.
5. Л. М. Бреховских. Дифракция волн на неровной поверхности. I, ЖЭТФ, 1952, **23**, 275—288.
6. Л. М. Бреховских. Дифракция волн на неровной поверхности. II, ЖЭТФ, 1952, **23**, 289—304.
7. Г. Дейвис. Отражение электромагнитных волн от неровной поверхности. Вопр. радиолок. техн., 143, 1955.
8. Л. Н. Дерюгин. Уравнения для коэффициентов отражения волн от периодически неровной поверхности. ДАН СССР, 1952, **87**, 913.
9. Л. Н. Дерюгин. К теории дифракции на отражательной решетке. ДАН СССР, 1953, **93**, 1003—1006.
10. Л. Н. Дерюгин. О поверхностном резонансе на отражательной решетке. ДАН СССР, 1954, **94**, 203—206.
11. Л. Н. Дерюгин. К теории отражения волн от периодически неровной поверхности. Тр. МАИ, 1954, 39, 26—43.
12. Л. Н. Дерюгин. К теории нерегулярных волноводов. Тр. МАИ, 1954, 39, 5—25.
13. Л. Н. Дерюгин и Г. Х. Фридман. Резонансные кривые двойного резонанса на отражательной решетке. ДАН СССР, 1956, **111**, 1209—1211.
14. М. А. Исакович. Рассеяние волн от статистически-шероховатой поверхности. ЖЭТФ, 1952, **23**, 305—314.
15. Б. З. Каценеленбаум. Возмущение электромагнитного поля при малых деформациях поверхности металла. ЖТФ, 1955, **25**, 546.
16. А. Н. Лепорский. Экспериментальное исследование дифракции акустических волн на периодических структурах. Акуст. журн., 1955, **1**, 1, 48—57.
17. А. Н. Лепорский. Исследования рассеяния звуковых волн на неровных поверхностях (диссертация). Акустический институт АН СССР, 1955.
18. А. Н. Лепорский. О рассеянии звуковых волн на синусоидальных и пилообразных поверхностях. Акуст. журн., 1956, **2**, 177—181.
19. Ю. П. Лысанов. К вопросу о рассеянии электромагнитных волн на неровной поверхности. ДАН СССР, 1952, **87**, 719—722.
20. Ю. П. Лысанов. К теории рассеяния волн на неровных и неоднородных поверхностях (диссертация). Акустический институт АН СССР, 1955.
21. Ю. П. Лысанов. Об одном приближенном решении задачи о рассеянии звуковых волн на неровной поверхности. Акуст. журн., 1956, **2**, 2, 182—187.
22. Л. И. Мандельштам. О шероховатости свободной поверхности жидкостей. Полн. собр. тр. Изд-во АН СССР, 1948, **1**, 246—260.
23. Рэлей. Теория звука. II. М., ГИТТЛ, 1955, § 272-а.
24. Е. Л. Фейнберг. Распространение радиоволн вдоль реальной поверхности. Исследования по распространению радиоволн. Сб. 2, Изд-во АН СССР, 1951, 97—114.
25. Распространение ультракоротких радиоволн. Гл. 5 — 6. Перевод с англ. под ред. Б. А. Шиллерова. Сов. радио, 1954.

26. W. S. A m e n t. Toward a theory of reflection by a rough surface. Proc. IRE, 1953, **41**, 142—146.
27. A. A n d r o n o v, M. L e o n t o w i c z. Zur Theorie der molekülaren Lichtzerstrenung an Flüssigkeitsoberflächen. Zs. f. Phys., 1926, **38**, 485.
28. C. A r t m a n n. Zur Theorie der anomalen Reflexion von optischen Strichgittern. Zs. f. Phys., 1942, **119**, 529—567.
29. C. I. B e a r d, I. K a t z, L. M. S p e t h e r. Phenomenological vector model of microwave reflection from the ocean. Trans. IRE, 1956, AP—4, 162—167.
30. P. B e c k m a n n. A new approach to the problem of reflection from a rough surface. Acta Technica, 1957, **2**, 4, 311—355.
31. L. V. B l a k e. Reflection of radio waves from a rough sea. Proc. IRE, 1950, **38**, 301.
32. K. B u l l i n g t o n. Reflection coefficients of irregular terrain. Proc. IRE, 1954, **42**, 1258.
33. F. C o n a c, V. G a v r e a u. Ultrasonore ondes en air et les applications. Acustica, 1951, 1, 3—16.
34. C. C o x, W. M u n k. Measurements of the roughness of the sea surface from photographs of the sun's glitter. J. Opt. Soc. Am., 1954, 44, 838.
35. H. D a v i e s, M a c f a r l a n e. Radar echoes from the sea surface at centimetre wavelengths. Proc. Phys. Soc., 1946, 58, pt 6, 717.
36. C. E c k a r t. The scattering of sound from the sea surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1953, **25**, 566—570.
37. U. F a n o. On the anomalous diffraction gratings. II. Phys. Rev., 1937, **51**, 288.
38. R. G a n s. Die molekülare Rauhigkeit einer ebenen Quecksilberoberfläche. Ann. d. Phys., 1924, **74**, 231.
39. R. G a n s. Lichtzerstreuung infolge der molekülaren Rauhigkeit der Trennungsfläche zweiter durchsichtiger Medien. Ann. d. Phys., 1926, **79**, 204—226.
40. C. W. G o u r t. Determination of reflection coefficient of the sea. Proc. IRE, 1955, Pt B, **102**, 827—830.
41. H. S. H e a p s. Nonspecular reflection of sound from a sinusoidal surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1955, **27**, 698—705.
42. H. S. H e a p s. Reflection of plane waves of sound from a sinusoidal surface. J. Appl. Phys., 1957, **28**, 815—818.
43. W. H o f f m a n. Scattering of electromagnetic waves from a random surface. Quarterly of Appl. Math., 1955, **13**, 291.
44. W. H o f f m a n. Backscattering from perfectly conducting doubly-trochoidal and doubly-sinusoidal surfaces. Trans. IRE, 1955, AP—3,96.
45. W. H o f f m a n. A theoretical model for high-frequency backscatter from the sea surface via the ionosphere. J. Atmos. and Terr. Phys., 1955, **7**, 278—284.
46. M. K a t z i n. Backscattering from the sea surface. IRE Convention Record, part 1, 1955, 72—77.
47. M. K a t z i n. On the mechanisms of radar sea clutter. Proc. IRE, 1955, **45**, 44—54.
48. E. O. L a C a s c e, P. T a m a r k i n. Underwater sound scattering from a rough surface. J. Appl. Phys., 1956, **27**, 138—148.
49. B. A. L i p p m a n n. Note on the theory of gratings. JASA, 1953, **43**, 408.
50. L o n g u e t - H i g g i n s. On the statistical distribution of the heights of sea waves. J. Mar. Res., 1952, **9**, 245—266.
51. F. C. M a c D o n a l d. Correlation of radar sea-clutter on vertical and horisontal polarizations with height and slope. IRE Convention Record, part 1, 1950, 29—32.
52. W. M e e c h a m. Propagation of radiation in an inhomogeneous medium near an irregular surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1953, 25, 1012.
53. W. M e e c h a m. Variational method for the calculation of the distribution of energy reflected from a periodic surfaces. J. Appl Phys., 1956, 27, 361.
54. W. M e e c h a m. Fourier transform method for the treatment of the problem of the reflection of radiation from irregular surfaces. J. Acoust. Soc. Amer., 1956, 28, 370.
55. W. M e e c h a m. On the use of the Kirchoff approximation for the solution of reflection problem. J. Rational Mech. and Analysis, 1956, 5, 323—334.
56. M e y e r, B o h n. Schallreflexion an Flächen mit periodischer Struktur. Akustische Beihefte, 1952, 4, 195—207.
57. D. M i n t z e r. Discussion of the paper by C. Eckart on sea surface scattering. J. Acoust. Soc. Amer., 1953, 25, 1015.
58. J. W. M i l e s. On nonspecular reflection at a rough surface. J. Acoust. Soc. Amer, 1954, 26, 191—199.
59. R. K. M o o r e, C. S. W i l l i a m s. Radar terrain return at near-vertical incidence. Proc. IRE, 1957, 45, 228—238.
60. L. S. O r n s t e i n, van d e r B e r g. Reflectivity of corrugated surfaces. Physica, 1937, 4, 1181—1189.
61. I. G. P a r k e r. Reflection of plane sound waves from a irregular surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1956, 28, 672—680.
62. I. G. P a r k e r. Reflection of plane sound waves from a sinusoidal surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1957, 29, 377—380.

63. Rayleigh. On the dynamical theory of gratings. Sci. Papers, 1912, 388.
64. S. O. Rice. Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces. Commun. Pure and Appl. Math. 1951, 4, 351—378.
65. A. N. Shooley. A simple optical method for measuring the statistical distribution of water surface slopes. J. Opt. Soc. Am., 1954, 44, 37—40.
66. E. M. Sherwood. Refflection coefficients of irregular terrain at 10 cm. Proc. IRE, 1955, 43, 877—878.
67. V. Twersky. On the nonspecular reflection of plane waves of sound. J. Acoust. Soc. Amer., 1950, 22, 539.
68. V. Twersky. On the nonspecular reflection of sound from planes with absorbent bosses. J. Acoust. Soc. Amer., 1951, 23, 336—338.
69. V. Twersky. On the nonspecular reflection of electromagnetic waves. J. Appl. Phys., 1951, 22, 825.
70. V. Twersky. Reflection coefficients for certain rough surfaces. J. Appl. Phys., 1953, 24, 659—660.
71. V. Twersky. On the scattering of waves by an infinite grating. Trans. IRE, 1956, AP-4, 330—345.
72. V. Twersky. On scattering and reflection of electromagnetic waves by rough surface. Trans. IRE, 1957, 5, AP-1, 81—90.
73. V. Twersky. On scattering and reflection of sound by rough surface. J. Acoust. Soc. Amer., 1957, 29, 209—226.
74. R. I. Urick. Backscattering of sound from a harbor bottom. J. Acoust. Soc. Amer., 1954, 26, 231—235.
75. R. I. Urick, R. M. Hoover. Backscattering of sound from the sea surface: its measurement, causes and application to the prediction of reverberation levels. J. Acoust. Soc. Amer., 1956, 28, 1038.
76. R. I. Urick. The processes of sound scattering at the ocean surface and bottom. J. Mar. Res., 1957, 15, 134—148.
77. J. K. Watters. Distribution of height in ocean waves. N. Z. J. Sci. Techn. 1953, 34, 409—422.
78. I. C. Wiltse, S. P. Schlesinger, C. M. Johnson. Backscattering characteristics of the sea in the region from 10 to 50 kmc. Proc. IRE, 1957, 45, 220—228.
79. R. Wood. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating problem. Phil. Mag., 1902, 4, 396.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
2 декабря 1957