

О ПОГЛОЩЕНИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Обзор

К. А. Наугольный

Форма волны конечной амплитуды искажается по мере распространения вследствие разницы в скоростях движения точек ее профиля. Точки профиля, соответствующие большему давлению, бегут быстрее, обгоняя точки с меньшим давлением. В результате этого процесса волна первоначально синусоидальной формы искажается так, что в ней образуются участки с крутым фронтом, что соответствует нарастанию градиентов скорости и температуры (см., например, [1], § 94). С другой стороны, вязкость и теплопроводность среды приводят к уменьшению этих градиентов. Поэтому степень искажения формы волны зависит от соотношения вязкости и теплопроводности и нелинейных эффектов.

Искажение формы волны вызывает большее ее поглощение по сравнению с волной бесконечно малой амплитуды, что проявляется двояко: 1) увеличивается диссипация энергии волны в силу нарастания градиентов скорости и температуры, 2) увеличивается поглощение основной гармоники вследствие того, что амплитуды высокочастотных компонент нарастают за счет убыли амплитуды основной. При этом в средах с меньшими вязкостью и теплопроводностью возрастание поглощения происходит значительно, чем в более поглощающих средах, так как форма волны искажается в таких случаях сильнее. Это увеличение поглощения волн конечной амплитуды рассматривалось теоретически в ряде работ [2, 3, 4].

В настоящей статье дано систематическое изложение этих работ, рассмотрены пределы применимости расчетов и проведено сравнение результатов с экспериментальными данными [2, 5, 6, 7].

Теория

В плоском случае уравнение Навье — Стокса имеет вид:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial P}{\partial x} + b \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где ρ — плотность среды, v — гидродинамическая скорость, P — давление, $b = (4/3)\eta + \zeta$, η и ζ — коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, x и t — пространственная и временная координаты. Оценка порядка величины членов уравнения (1) показывает, что можно выделить два случая в зависимости от величины числа Рейнольдса Re : первый случай, $Re \gg 1$, когда доминируют нелинейные эффекты, а влияние вязкости пренебрежимо; второй случай, $Re \leq 1$, когда существенна роль вязкости. Для волновых процессов

$$Re = v' \lambda \rho / b, \quad (2)$$

где λ — длина волны, v' — амплитуда скорости. В дальнейшем вместо Re будем пользоваться пропорциональной ему величиной $\bar{Re} = Re / 2\pi = P' / b\omega$, где P' — амплитуда давления, ω — частота.

Рассмотрим сначала случай больших чисел Рейнольдса, $\bar{Re} \gg 1$. В этом случае распространение плоской волны описывается уравнением (1) без вязкого члена и уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Вместе с уравнением состояния

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^K, \quad (4)$$

где $K = c_p / c_v$, эти уравнения имеют точное решение Римана [1, § 94]:

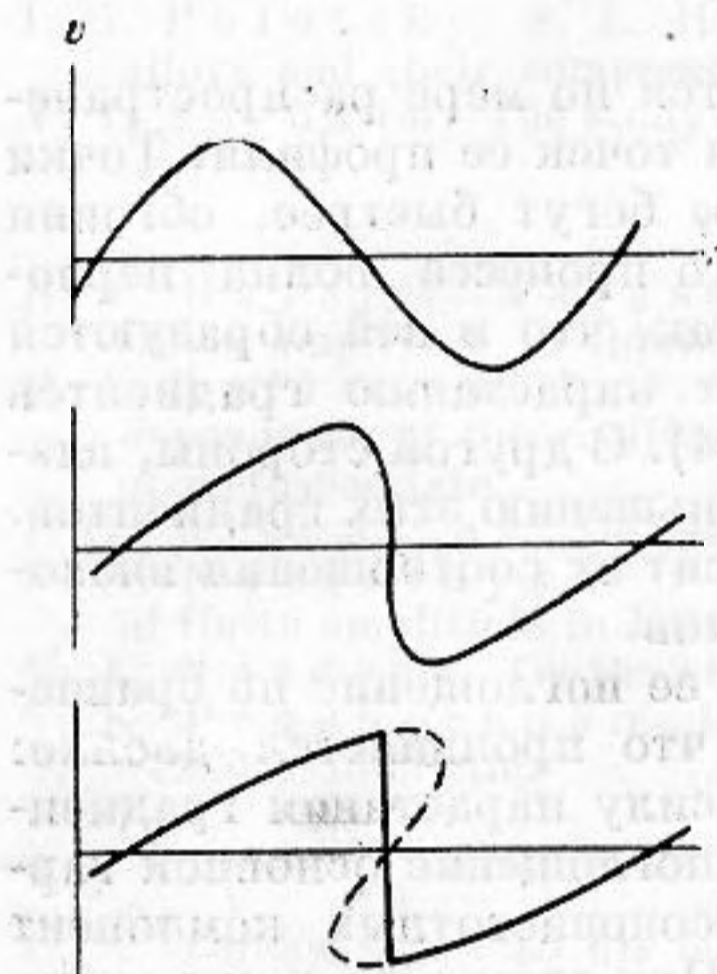
$$v = F \left[t - \frac{x}{c_0 + \frac{K+1}{2} v} \right], \quad (5)$$

где F — произвольная функция, $c_0 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_0} \right)_s$. Выбирая граничное условие

$$v = v'_0 \sin \omega t \quad \text{при} \quad x = 0, \quad (6)$$

получим

$$v = v'_0 \sin \omega \left[t - \frac{x}{c_0 + \frac{K+1}{2} v} \right]. \quad (7)$$



Фиг. 1. Искажение формы волны по мере ее распространения

Это решение описывает распространение волны, гармонической во времени в начале координат и постепенно деформирующейся по мере ее распространения (см. фиг. 1) вплоть до образования разрыва на протяжении каждой длины волны. Отметим здесь, что решение (7) лишь приближенно описывает распространение волны от гармонически колеблющегося излучателя в начале координат, так как в этом случае, строго говоря, не выполняется граничное условие (6). В самом деле, граничное условие, соответствующее синусоидальному колебанию поршня в начале координат, можно записать в переменных Лагранжа следующим образом (см., например, [8]):

$$v = v'_0 \sin \omega t \quad \text{при} \quad a = 0, \quad (8)$$

где a — переменная Лагранжа.

Переходя к переменным Эйлера, получим, с точностью до членов второго порядка.

$$v = v_0 \sin \omega t - \frac{v_0'^2}{c_0} \cos^2 \omega t. \quad (9)$$

Удовлетворяющее этому граничному условию частное решение уравнений (1, 3, 4), в том же приближении, имеет вид:

$$v = v_0 \sin (\omega t - kx) + kxB \sin 2 (\omega t - kx) - \frac{v_0'^2}{c_0} \cos^2 (\omega t - kx),$$

$$B = \frac{v_0'^2}{4c_0} \left[2 + \frac{\rho_0}{c_0^2} \frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right]. \quad (10)$$

Оценивая последний член, получим, что при $kx \gg 1$ им можно пренебречь:

$$\frac{v_0'^2}{c_0} / kxB \sim 1 / kx, \quad (11)$$

тогда имеем, как в [9]:

$$v = v_0' \sin(\omega t - kx) + Bkx \sin 2(\omega t - kx). \quad (12)$$

Это решение удовлетворяет граничному условию (6). Таким образом, решение, удовлетворяющее граничному условию (6), с точностью до членов второго порядка и при условии $kx \geq 1$ удовлетворяет граничному условию (8) и потому в этом приближении описывает случай поршня, колеблющегося гармонически в начале координат. Место образования разрыва определяется из условий [1, § 94]:

$$\frac{\partial x}{\partial v} = 0, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = 0. \quad (13)$$

Подставляя (7) в (13) и решая полученную систему уравнений, найдем расстояние до образования разрыва:

$$L = \frac{\lambda \rho_0 c_0^2}{(K + 1) \pi P'}, \quad (14)$$

где ρ_0 — плотность невозмущенной среды.

Проходя это расстояние, волна постепенно деформируется и из синусоидальной переходит в форму, близкую к пилообразной. Величину затухания волны пилообразной формы легко получить из геометрических соображений [1, § 94]:

$$v' = \frac{v_0'}{1 + \frac{(K + 1)v_0'x}{c_0\lambda}}. \quad (15)$$

Обозначения ясны из фиг. 2. Переписывая (15) в виде

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v_0'} = \frac{K + 1}{c_0\lambda} tx, \quad (16)$$

получим, что величина, обратная амплитуде скорости, растет линейно с пройденным волной расстоянием. Из (15) получим коэффициент поглощения волны пилообразной формы в зависимости от амплитуды в точке его измерения:

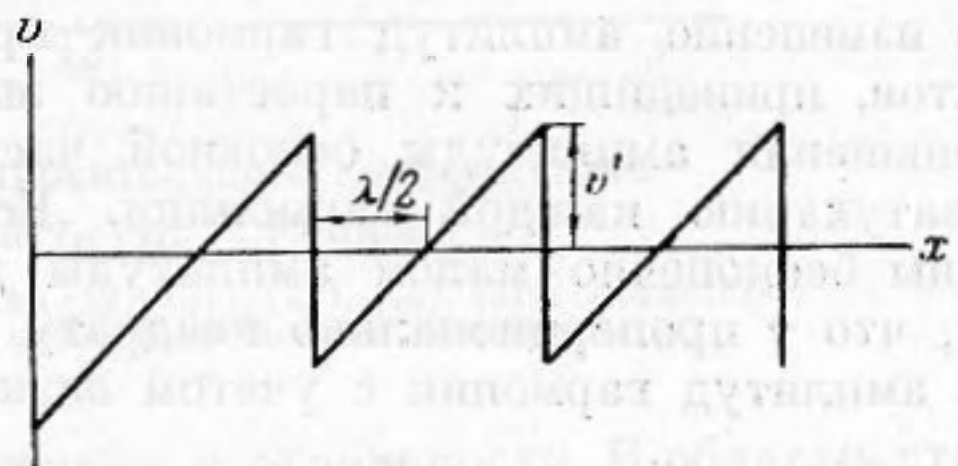
$$\gamma_1 = -\frac{1}{v'} \frac{dv'}{dx} = \frac{(K + 1)v_0'}{c_0\lambda}, \quad (17)$$

что совпадает с результатом [10], полученным термодинамическим методом и расчетами [11, 12]. Разделив (17) на коэффициент поглощения волны бесконечно малой амплитуды

$$\gamma = \frac{\omega^2 b}{2\rho_0 c_0^3}, \quad (18)$$

получим, что относительный коэффициент поглощения волны пилообразной формы растет линейно с увеличением \overline{Re} :

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{K + 1}{\pi} \frac{P'}{b\omega}. \quad (19)$$



Фиг. 2. К вычислению поглощения волны пилообразной формы

Выражая амплитуду волны пилообразной формы через амплитуду ее первой гармоники,

$$P' = \frac{\pi}{2} P'_{(1)}, \quad (20)$$

получим

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{(K+1)}{2} \frac{P'_{(1)}}{b\omega}. \quad (21)$$

Здесь $P'_{(1)}$ — амплитуда первой гармоники волны пилообразной формы.

Рассмотрим теперь случай малых чисел Рейнольдса, когда $Re \ll 1$. В этом случае необходим учет вязкости, что можно сделать различно. Расчет [2], например, основан на использовании решения (7) с последующим учетом вязкости.

Решение (7) описывает постепенное искажение волны синусоидальной формы и переход ее в волну пилообразной формы после прохождения расстояния L . Разбивая это расстояние на 10 участков длиной Δx и производя гармонический анализ формы волны, даваемой решением (7), на каждом участке можно определить отношение амплитуд данной гармоники на соседних участках:

$$\frac{P_{(n)}^{K+1}}{P_{(n)}^K} = A. \quad (22)$$

Здесь $P_{(n)}^K$ — амплитуда n -ой гармоники на K -ом участке. Для удобства дальнейших выкладок, запишем это соотношение в следующем виде:

$$P_{(1)}^{K+1} = P_{(1)}^K \exp(-\delta_{(1)}^K), \quad P_{(2)}^K = \exp(\delta_{(2)}^K). \quad (23)$$

Это изменение амплитуд гармоник происходит за счет нелинейных эффектов, приводящих к нарастанию высокочастотных компонент за счет уменьшения амплитуды основной частоты. Наличие вязкости приводит к затуханию каждой гармоники. Если γ — коэффициент поглощения волны бесконечно малой амплитуды для основной частоты, то, учитывая, что γ пропорционально квадрату частоты, можно записать изменение амплитуд гармоник с учетом вязкости следующим образом:

$$P_{(1)}^{K+1} = P_{(1)}^K \exp[-\delta_{(1)}^K - \gamma\Delta x], \quad P_{(2)}^{K+1} = P_{(2)}^K \exp[\delta_{(2)}^K - 4\gamma\Delta x - \delta_{(1)}^K], \quad (24)$$

$$P_{(3)}^{(K+1)} = P_{(3)}^K \exp[\delta_{(3)}^K - 9\gamma\Delta x - \delta_{(1)}^K].$$

Слагаемое $\delta_{(1)}^K$ в показателе экспоненты в выражениях для второй и третьей гармоник учитывает дополнительное затухание этих гармоник из-за порожденных ими, в свою очередь, высокочастотных компонент. Из (24) получается изменение относительного содержания гармоник от участка к участку:

$$\frac{P_{(2)}^{K+1}}{P_{(1)}^{K+1}} = \frac{P_{(2)}^K}{P_{(1)}^K} \exp[\delta_{(2)}^K - 3\gamma\Delta x], \quad (25)$$

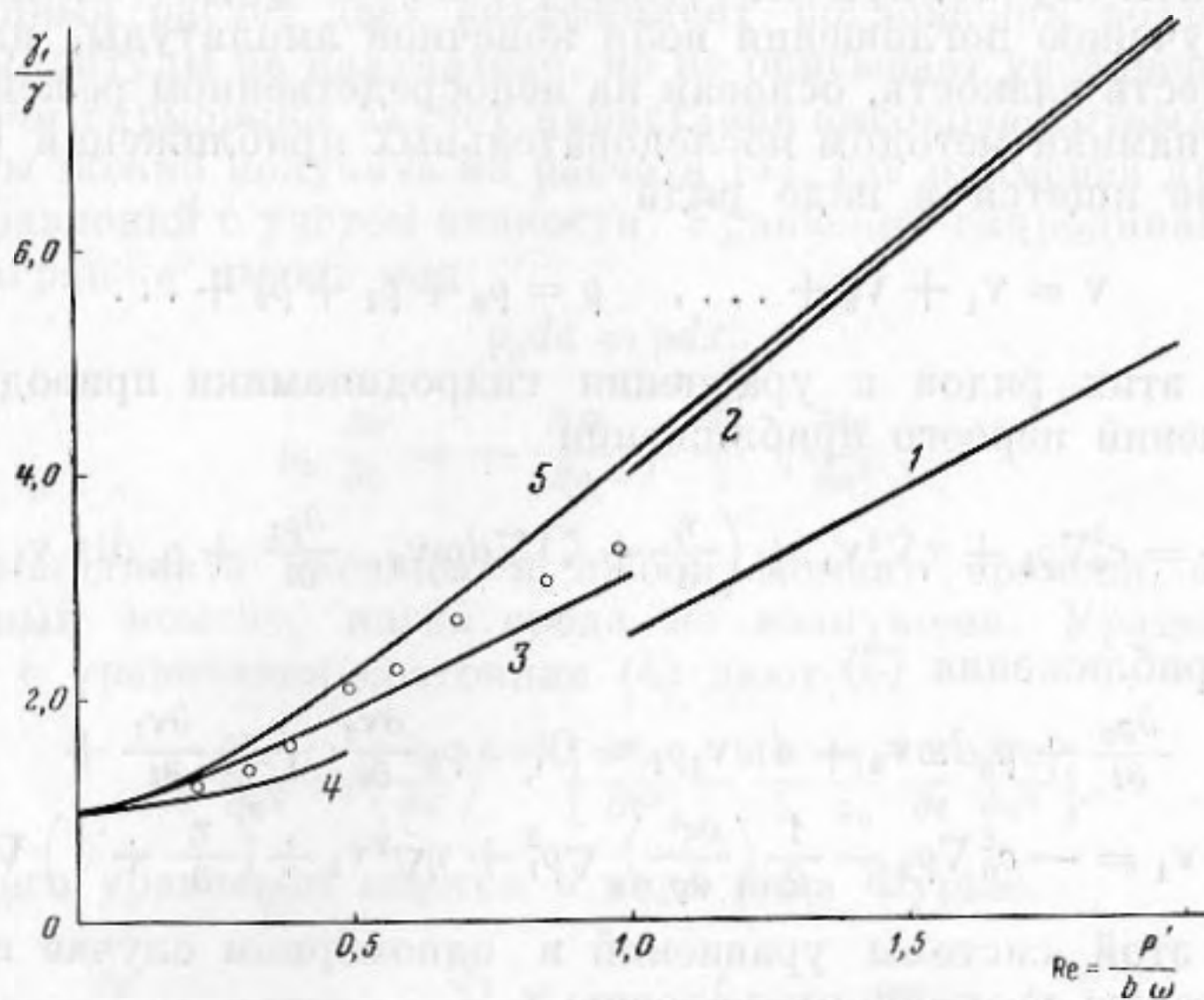
$$\frac{P_{(3)}^{K+1}}{P_{(1)}^{K+1}} = \frac{P_{(3)}^K}{P_{(1)}^K} \exp[\delta_{(3)}^K - 8\gamma\Delta x].$$

На некотором участке K , где выполняются условия

$$\delta_{(2)}^K - 3\gamma\Delta x = 0, \quad \delta_{(3)}^K - 8\gamma\Delta x = 0, \quad (26)$$

увеличение относительного содержания второй гармоники из-за нелинейности компенсируется уменьшением вследствие вязкости, т. е. происходит, как обычно говорят, стабилизация волны. Стабилизация происходит при разных K , в зависимости от интенсивности волны у излучателя. Чем

больше интенсивность, тем сильнее искажение волны, тем при больших K происходит стабилизация. Если пренебречь изменением интенсивности волны на расстоянии до стабилизации, то можно считать, что значение K , при котором происходит стабилизация, определяется интенсивностью в точке, где она наблюдается. Поэтому по мере распространения волны и уменьшения ее интенсивности, условия стабилизации выполняются все при меньших и меньших K . Это соответствует уменьшению искажения формы волны. Нужно помнить, что амплитуда каждой гармоники получена разложением в ряд решения (7), следовательно, решением является



Фиг. 3. Зависимость относительного коэффициента поглощения для $\overline{Re} \gamma_1/\gamma$ от $P'/b\omega$ при $K=7$

1, 2, 3, 4, 5 построены по формулам (19), (21), (29), (40), (51), соответственно. Точками изображены экспериментальные результаты [2]

сумма гармоник, а не каждая гармоника в отдельности. В области стабилизации, где выполняется условие (26), амплитуды всех трех учитываемых в расчете гармоник меняются от участка к участку одинаково:

$$P_{(n)}^{K+1} = P_{(n)}^K \exp[-\delta_{(1)}^K - \gamma\Delta x], \quad (27)$$

поэтому и их сумма меняется с расстоянием по этому же закону и, следовательно, коэффициент поглощения волны конечной амплитуды в области стабилизации равен

$$\gamma_1 = \delta_{(1)}^K + \gamma\Delta x. \quad (28)$$

Относительный коэффициент поглощения

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{\delta_{(1)}^K + \gamma\Delta x}{\gamma\Delta x} = 1 + 10\delta_{(1)}^K [K + 1] \frac{P'}{b\omega} \quad (29)$$

растет практически линейно с \overline{Re} (фиг. 3). Здесь P' — амплитуда давления в неискаженной волне. Итак, если известна амплитуда давления волны синусоидальной формы, то (29) дает коэффициент поглощения этой волны в области ее стабилизации, т. е. после того, как волна пройдет некоторое расстояние от точки, где задано P' . Пренебрегая изменением амплитуды давления на расстоянии до стабилизации волны, автор [2] считает, что (29) дает относительный коэффициент поглощения волны в области ее стабилизации в зависимости от амплитуды давления в точке измерения коэффициента поглощения.

Излагаемый расчет применим в области стабилизации, определяемой условиями (26), которые и означают малость \overline{Re} . Его предельное значение, при котором соотношение (26) еще может выполняться, определяется из условия

$$0.13 [K + 1] \overline{Re} = 1. \quad (30)$$

Недостатком расчета (2) является отсутствие аналитического выражения для коэффициента поглощения; возможен лишь численный расчет в каждом конкретном случае, причем степень точности трудно оценить. Другой подход к изучению поглощения волн конечной амплитуды, дающий возможность учесть вязкость, основан на непосредственном решении уравнений гидродинамики методом последовательных приближений [13, 14, 15, 16]. Решение ищется в виде ряда

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \dots, \quad \rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots \quad (31)$$

Подстановка этих рядов в уравнения гидродинамики приводит к выделению уравнений первого приближения

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = c_0^2 \nabla \rho_1 + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_1 + \left(\frac{\eta}{3} + \zeta \right) \nabla d\omega \mathbf{v}_1, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \mathbf{v}_1 = 0 \quad (32)$$

и второго приближения (3)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \rho_0 d\omega \mathbf{v}_2 + d\omega \mathbf{v}_1 \rho_1 = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \\ + \rho_0 (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 = -c_0^2 \nabla \rho_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right)_s \nabla \rho_1^2 + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_2 + \left(\frac{\eta}{3} + \zeta \right) \nabla d\omega \mathbf{v}_2. \end{aligned} \quad (33)$$

Решение этой системы уравнений в одномерном случае при $\overline{Re} \ll 1$, удовлетворяющее граничному условию

$$v = v_0 \sin \omega t, \quad (34)$$

имеет вид [9]:

$$v_1 = v_0 e^{-\gamma x} \sin(\omega t - kx), \quad (35)$$

$$v_2 = \lambda v_0'^2 \frac{(K+1)}{8b\pi} \rho_0 [e^{-2\gamma x} - e^{-4\gamma x}] \sin 2(\omega t - kx). \quad (36)$$

Из условия $\frac{v_2}{v_1} \ll 1$, необходимого для применимости (31), получаем

$$0.20 (K+1) \frac{P'}{b\omega} \ll 1, \quad (37)$$

что указывает пределы числа Рейнольдса, при которых применимо решение.

Разделив (36) на (35), получим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda v_0' (K+1) \rho_0}{4b\pi} (e^{-\gamma x} - e^{-3\gamma x}) \cos(\omega t - kx), \quad (38)$$

откуда видно, что относительная величина амплитуды второй гармоники равна нулю в начале координат, затем нарастает, достигает максимума при $x_c = \ln 3/2\gamma$, после чего постепенно убывает. Вблизи точки x_c относительное содержание второй гармоники не меняется, поэтому, в соответствии с предыдущим, можно считать, что в этой точке происходит стабилизация волны. Используя решения (36) и (35), которые дают распределение скоростей в среде, можно вычислить количество диссипируемой энергии, вследствие вязкости и теплопроводности среды, и определить коэффициент поглощения волны. Соответствующее вычисление дает [3]:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 = \frac{3}{16} (K+1)^2 \frac{P'^2}{bb_1\omega^2} (e^{-\gamma x} - e^{-3\gamma x})^2, \quad (39)$$

где $b_1 = b + x \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$, P' — амплитуда давления в точке $x=0^*$. Подставляя $x=x_c$, получим, что относительный коэффициент поглощения в области стабилизации

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1 + 0.03 (K + 1)^2 \frac{P'^2}{bb_1\omega^2} \quad (40)$$

растет пропорционально величине $P'^2/bb_1\omega^2$, которая совпадает с \overline{Re}^2 при пренебрежении теплопроводностью.

Изложенный расчет дает коэффициент поглощения волны в зависимости от амплитуды на излучателе, но не описывает увеличения поглощения основной гармоники за счет нарастания высокочастотных компонент. Эти эффекты можно получить из расчета [4], где применен другой способ решения уравнений с учетом вязкости. Уравнения гидродинамики в переменных Лагранжа имеют вид:

$$\rho_0 da = \rho dx, \quad (41)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial a} + \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v}{\partial a^2}. \quad (42)$$

Здесь x — координата частицы в любой момент времени, a — значение x в начальный момент, когда среда не возмущена. Уравнения (41) и (42) вместе с уравнением состояния (4) дают

$$c_0 \frac{\partial^2 x}{\partial a^2} = \left(\frac{\partial x}{\partial a} \right)^{K+1} \left[\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 x}{\partial a^2} \right]. \quad (43)$$

Решение этого уравнения ищется в виде ряда Фурье:

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \text{const} - \sum_{n=0}^{\infty} X_n \sin n \left(\omega t - \frac{\omega a}{c_n} - \varphi_n \right), \quad (44)$$

причем коэффициенты этого ряда X_n , в свою очередь, разлагаются в степенной ряд:

$$X_n = e^{-(n-2)\gamma a} \sum_{m=1}^{\infty} K_{nm} e^{-2m\gamma a}, \quad (45)$$

Полученное в [4] частное решение имеет вид:

$$P' = \frac{P_0 K}{K+1} \cdot \frac{r\eta\omega}{3\rho_0 c_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \left(\omega t - \frac{\omega a}{c_0} \right)}{\text{sh } n (\alpha_0 + \gamma a)}, \quad (46)$$

где

$$\alpha_0 = \ln \frac{16\eta\omega}{(K+1)\rho_0 c_0^2 K_{11}}. \quad (47)$$

Видно, что при $a=0$ форма волны уже отлична от синусоидальной, причем при дальнейшем распространении волны все гармоники убывают. Это означает, что решение (47) относится к области стабилизации, когда уже прекратился рост гармоник. Для сходимости входящих в решение рядов необходимо выполнение условия:

$$K_{11} < \frac{16\eta\omega}{c_0^2 (K+1)\rho_0}, \quad (48)$$

где K_{11} — амплитуда первого члена в ряду (44).

Полагая $n=1$, получим из (46) изменение амплитуды первой гармоники с расстоянием

* Выражение (39) отличается от формулы (24) работы [3] на коэффициент 3/4. Этот коэффициент, введенный по указанию автора работы [3], соответствует учету энергии второй гармоники в общей энергии волны.

$$P'_1 = \frac{A}{\operatorname{sh}(\alpha_0 + \gamma a)}, \quad (49)$$

где

$$A = \frac{P_0 K}{K+1} \cdot \frac{r\eta\omega}{3\rho_0 c_0^2}. \quad (50)$$

Отсюда определим коэффициент поглощения первой гармоники:

$$\gamma_1 = -\frac{1}{P'_1} \frac{dP'_1}{da} = \frac{\sqrt{P_1'^2 + A^2}}{A} \gamma. \quad (51)$$

В случае $P'_1/A \ll 1$, что означает $\overline{\operatorname{Re}} \ll 1$, имеем

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{K+1}{4} \right)^2 \left(\frac{P'_1}{b\omega} \right)^2. \quad (52)$$

В случае $A/P'_1 \ll 1$, когда $\overline{\operatorname{Re}} \gg 1$ и следует ожидать больших искажений формы волны, до пилообразной включительно, имеем

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{P'_1}{b\omega} \frac{K+1}{2}, \quad (53)$$

что совпадает с (21).

Результаты рассмотренных работ представлены на фиг. 3, где изображена зависимость относительного коэффициента поглощения γ_1/γ от $\overline{\operatorname{Re}} = P'/b\omega$, причем для кривых 1, 2 под P' следует понимать амплитуду первой гармоники, для кривых 3, 4, 5 — амплитуду волны. Сплошной линией нанесены кривые в области применимости расчета. Из фигуры видно, что при малых $\overline{\operatorname{Re}}$ относительный коэффициент поглощения растет квадратично, при больших $\overline{\operatorname{Re}}$ — линейно с его величиной.

Изложенные результаты относятся к газам, так как в качестве уравнения состояния было взято уравнение адиабаты (4). Однако они распространяются и на жидкости, так как уравнения состояния последних также можно записать в виде (4), положив $P = P' + P_0$, где P' — избыточное давление, и принимая в случае воды, например, $P_0 = 3045 \text{ кг/см}^2$, $K = 7$ [17].

Сравнение с экспериментом

Сравним теперь имеющиеся экспериментальные результаты с теоретическими. Рассмотрим сначала область малых $\overline{\operatorname{Re}}$, когда искажения формы волны невелики. В работе [2] приведен коэффициент поглощения волны конечной амплитуды в зависимости от интенсивности ее, полученный путем измерения тангенса угла наклона касательной к кривой зависимости интенсивности от расстояния, определенной экспериментально. Этот экспериментально определенный коэффициент поглощения в зависимости от $\overline{\operatorname{Re}}$ в точке его измерения нанесен на фиг. 3. Расчеты [2] и [3] дают зависимость коэффициента поглощения от интенсивности у излучателя, где волна еще не искажена, при $\overline{\operatorname{Re}} < 1$. Если пренебречь изменением интенсивности волны на пути до стабилизации, как это сделано в [2], то можно считать, что эти расчеты дают коэффициент поглощения в зависимости от интенсивности в точке его измерения и сравнивать их результаты с экспериментом. Как видно из фиг. 3, экспериментальные результаты неплохо совпадают с расчетом [2] во всем интервале чисел $\overline{\operatorname{Re}}$ от 0 до 1. При $\overline{\operatorname{Re}} < 0,5$ наблюдается квадратичная зависимость относительного коэффициента поглощения от числа $\overline{\operatorname{Re}}$, в соответствии с [3], однако количественное согласие имеет место лишь при $\overline{\operatorname{Re}} < 0,3$.

В работе [5] приведены экспериментальные значения коэффициента поглощения волн конечной амплитуды в различных жидкостях при $\overline{\operatorname{Re}} > 1$; однако полученные в этой работе результаты не допускают непосредственного сравнения с теорией, так как экспериментально определялся средний по пространству коэффициент поглощения в зависимости от ин-

тенсивности на середине того участка, где он измерялся, в то время как теоретические расчеты дают локальный коэффициент поглощения. Однако отмеченный авторами работы [5] факт превышения экспериментально

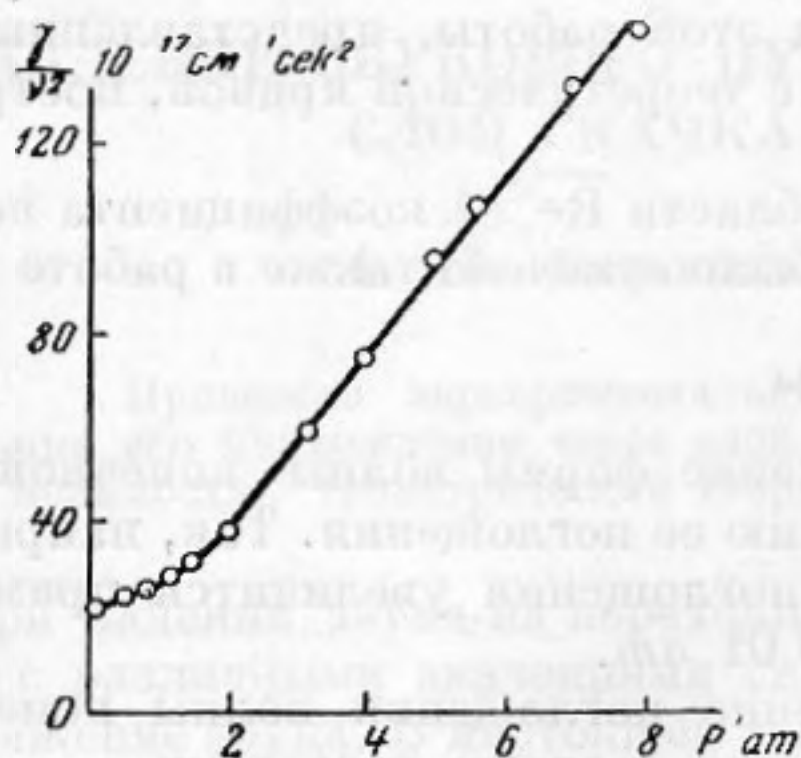


Рис. 4

Фиг. 4. Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения от амплитуды звукового давления по данным [6].

Фиг. 5. Зависимость величины, обратной амплитуде волны, от пройденного волной расстояния по измерениям [10]:

P' — амплитуда волны, P_0 — давление невозмущенной среды. Цифры указывают отношение измеренного наклона прямых к рассчитанному

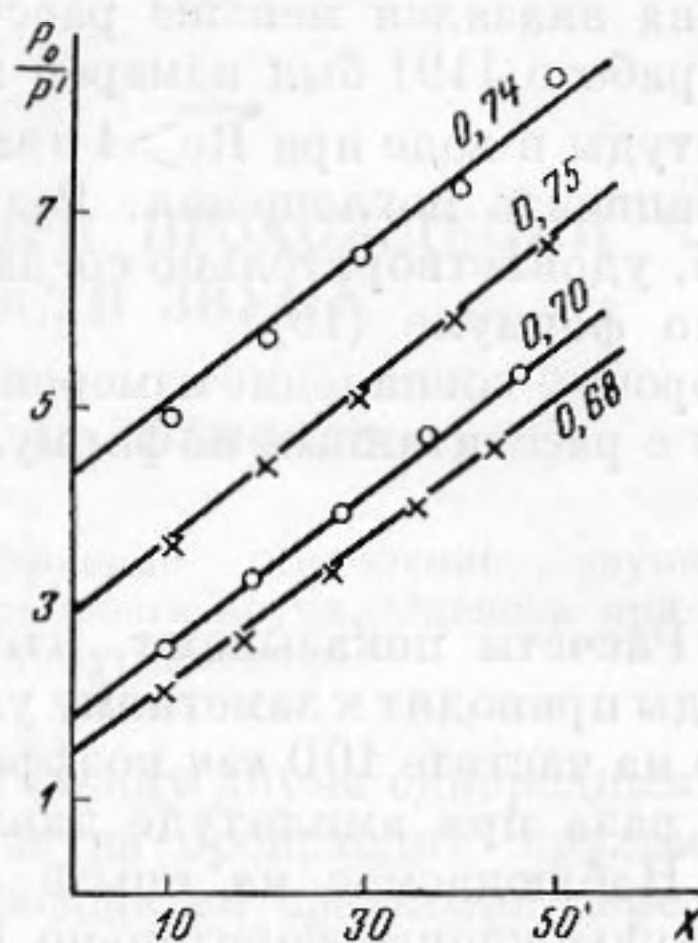


Рис. 5

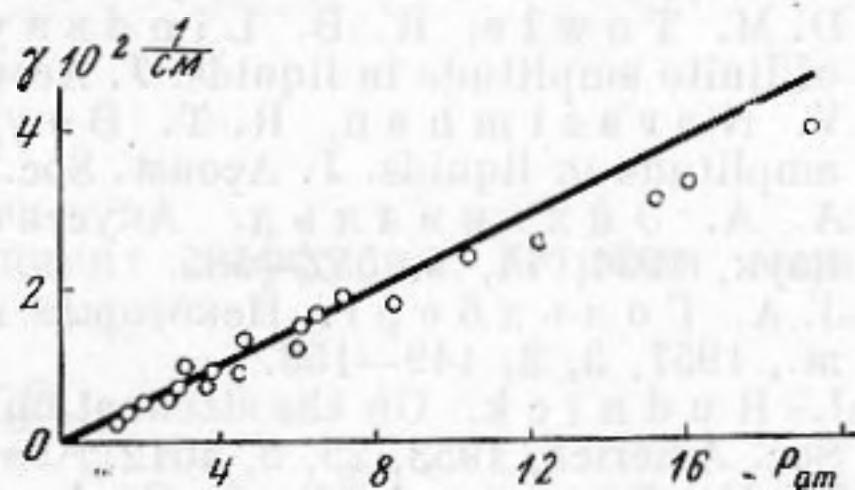
определенного коэффициента поглощения на порядок по сравнению с рассчитанным вполне понятен, так как расчет [2] относится к малым интенсивностям, когда $\overline{Re} < 1$, в то время как измерения производились при больших \overline{Re} .

В работах [6] и [7] измерен усредненный по пространству коэффициент поглощения основной гармоники в воде в зависимости от амплитуды акустического давления на приемнике (фиг. 4), причем не указано, в какой именно точке пространства эта амплитуда измерена. Поэтому эти данные также нельзя непосредственно сравнить с расчетом [4], хотя качественно закономерность, определяемая формулами (52), (53) выполняется: при малых \overline{Re} относительный коэффициент поглощения γ_1/γ основной гармоники растет квадратично, при больших — линейно, с увеличением \overline{Re} .

Для количественного сравнения теоретических и экспериментальных результатов необходимо измерить коэффициент поглощения волны конечной амплитуды или ее первой гармоники в зависимости от интенсивности в точке его измерения. Для измерения коэффициента поглощения определяют зависимость амплитуды волны от расстояния и потом численным дифференцированием определяют его величину:

$$\gamma_1 = -\frac{1}{P'} \frac{dP'}{dx}$$

Удобнее исключить дифференцирование и сравнить с теорией непосредственно зависимость амплитуды волны от расстояния. При $\overline{Re} \gg 1$ величина, обратная амплитуде скорости волны, растет линейно с пройденным



Фиг. 6. Зависимость коэффициента поглощения от амплитуды давления в точке его измерения

волной расстоянием (16), причем наклон прямой зависит от частоты. Эксперименты [10], [18] по поглощению волн пилообразной формы в газах подтвердили наличие линейной зависимости, но измеренный угол наклона оказался меньше рассчитанного (фиг. 5).

В работе [19] был измерен коэффициент поглощения волны конечной амплитуды в воде при $\overline{Re} > 1$ в зависимости от давления в точке измерения коэффициента поглощения. Результаты этой работы, представленные на фиг. 6, удовлетворительно согласуются с теоретической кривой, построенной по формуле (19).

Хорошее совпадение измеренного в области $\overline{Re} > 1$ коэффициента поглощения с рассчитанным по формуле (19) было отмечено также в работе [20].

Выводы

1. Расчеты показывают, что искажение формы волны конечной амплитуды приводят к заметному увеличению ее поглощения. Так, например, в воде на частоте 100 кгц коэффициент поглощения увеличится примерно в два раза при амплитуде давления 0,01 ат.

2. Наблюдаемое на опыте увеличение поглощения волны конечной амплитуды удовлетворительно согласуется с этими расчетами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1954.
2. E. A. Fox, W. A. Wallace. The absorption of finite amplitude sound waves. J. Acoust. Soc. America, 1954, 26, 6, 994—1006.
3. З. А. Гольдберг. О распространении плоских волн конечной амплитуды. Акуст. ж., 1957, 3, 4, 322—328.
4. R. D. Fay. Plane sound waves of finite amplitude. J. Acoust. Soc. America, 1931, 3, 222—241.
5. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников и В. В. Шкловская-Корди. О поглощении ультразвуковых волн конечной амплитуды в жидкостях. Докл. АН СССР, 1956, 109, 4, 731—734.
6. D. M. Towle, R. B. Lindsay. Absorption and velocity of ultrasonic waves of finite amplitude in liquids. J. Acoust. Soc. America, 1955, 27, 3, 530—533.
7. V. Narasimhan, R. T. Yeuer. Attenuation of ultrasonic waves of finite amplitude in liquids. J. Acoust. Soc. America, 28, 6, 1233—1242.
8. А. А. Эйхенвальд. Акустические волны большой амплитуды. Усп. физ. наук, 1934, 14, 5, 552—585.
9. З. А. Гольдберг. Некоторые величины второго порядка в акустике. Акуст. ж., 1957, 3, 2, 149—153.
10. I. Rudnick. On the attenuation of a repeated sawtooth shock wave. J. Acoust. Soc. America, 1953, 25, 5, 1012.
11. W. M. Dymond, E. R. Cohen, W. K. H. Panofsky, E. Deeds. A determination of the wave forms and laws of propagation and dissipation of ballistic shock waves. J. Acoust. Soc. America, 1946, 16, 1, 97—118.
12. I. S. Mendousse. Nonlinear dissipative distortion of progressive sound waves of moderate amplitudes. J. Acoust. Soc. America, 1953, 25, 1, 51—54.
13. C. Eckart. Vortices and streams caused by sound waves. Phys. Rev., 1948, 73, 1, 68—76.
14. Н. Н. Андреев. О некоторых величинах второго порядка в акустике. Акуст. ж., 1955, 1, 1, 3—11.
15. З. А. Гольдберг. Акустические уравнения второго приближения и распространение плоских волн конечной амплитуды. Акуст. ж., 1956, 2, 3, 325—328.
16. Г. Д. Михайлов. Искажение и взаимодействие акустических волн конечной амплитуды в вязкой среде. Докл. АН СССР, 1956, 109, 1, 68—70.
17. С. А. Христианович. Ударные волны на значительном расстоянии от места взрыва. Прикл. матем. и механ., 1956, 20, 599—605.
18. G. C. Wirth. Attenuation of repeated shock waves in tubes. J. Acoust. Soc. America, 1953, 25, 821.
19. К. А. Наугольных, Е. В. Романенко. К вопросу о распространении волн конечной амплитуды в жидкости. Акуст. ж., 1958, 4, 2, 200—202.
20. В. А. Буров и В. А. Красильников. О распространении плоских волн конечной амплитуды. Доклад на Всесоюзной конференции по акустике, 1957.