АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том IV 1958 Вып. 4

К ВОПРОСУ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В «ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА»

А. А. Каспарьянц

Ставится задача провести гидродинамическим методом исследование распространения звуковых волн в среде Ван-дер-Ваальса, исходя из линеаризованных дифференциальных уравнений Навье—Стокса [1,2]. Получены теоретические значения скорости и коэффициента поглощения звука в «газах и жидкостях Ван-дер-Ваальса» в форме, удобной для вычислений и анализа результатов. Кроме того, в дифференциальных уравнениях распространения звуковых волн проведены оценки, в результате которых они значительно упрощаются и за пределами достаточно тонкого пригранично слоя позволяют изучать пространственное звуковое поле с учетом действия вязкости и теплопроводности.

Предположим, что среда, в которой изучается распространение звуковых волн, следует уравнению состояния Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \tag{1}$$

или

$$p = \frac{RT}{\frac{1}{\rho} - b} - a\rho^2, \tag{2}$$

где R — газовая постоянная данного вещества. Произведя в уравнении (2) обычную в теории звука линеаризацию, мы получим

$$\xi = \left\{\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\left[\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} - 1\right]\frac{p_0^{(i)}}{p_0} + \frac{p_0}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)^2\right\} s + \left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta, \tag{3}$$

где

$$\xi = \frac{p - p_0}{p_0}; \quad s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad \eta = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad p^{(i)} = \frac{a}{V^2}. \tag{4}$$

Индекс нуль относится к состоянию равновесия среды. Уравнение (3) представляет собой уравнение состояния для звука в среде Ван-дер-Ваальса.

Отметим, что для совершенного газа $\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} = 1$ и $p_0^{(i)} = 0$, в этом случае уравнение (3) приобретает известный для совершенного газа вид:

$$\xi = s + \eta. \tag{5}$$

Перейдем теперь к выводу уравнения притока тепла. Первый закон термодинамики для любого газа можно записать в виде

$$dQ = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV + c_v dT. \tag{6}$$

Для среды Ван-дер-Ваальса

$$T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{RT}{V - b} = p + \frac{a}{V^2} = p + p^{(i)}. \tag{7}$$

Таким образом

$$dQ = [p + p^{(i)}]\, dV + c_v dT. \tag{8}$$

Если теперь учесть, что количество теплоты, подведенное к элементарной массе объема $d\tau$, за промежуток времени dt равняется величине $\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) d\tau dt$, то уравнение притока тепла в среде Ван-дер-Ваальса запишется следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p + p^{(i)}}{c_v}\frac{\partial V}{\partial t} = \varkappa \Delta T, \tag{9}$$

где $\varkappa = \lambda / c_v \rho$ — коэффициент температуропроводности. Теплота, образующаяся благодаря вязкости, выражается малыми членами более высокого порядка и здесь не принята во внимание.

Проведя линеаризацию в (9) и учитывая (4), мы получим уравнение притока тепла для звука в виде

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{p_0}{c_v^0 \rho_0 T_0}\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\frac{\partial s}{\partial t} = \varkappa \Delta \eta. \tag{10}$$

Присоединив уравнения (3) и (10) к динамическим уравнениям и уравнению неразрывности и ограничиваясь рассмотрением стационарного звукового поля, мы получим после сокращения множителя $e^{i\omega t}$ (ω — круговая частота) систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&i\omega u - \nu \Delta u = -\frac{\partial}{\partial x}\left[b_0^2 \xi + \frac{1}{3} i\omega \nu s\right],\\
&i\omega v - \nu \Delta v = -\frac{\partial}{\partial y}\left[b_0^2 \xi + \frac{1}{3} i\omega \nu s\right],\\
&i\omega w - \nu \Delta w = -\frac{\partial}{\partial z}\left[b_0^2 \xi + \frac{1}{3} i\omega \nu s\right],\\
&\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + i\omega s = 0,\\
&\xi = \left[\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\left(\frac{p}{R\rho_0 T_0} - 1\right)\frac{p_0^{(i)}}{p_0} + \frac{p_0}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)^2\right] s + \left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta,\\
&\frac{p_0}{c_v \rho_0 T_0}\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right) s = \eta + \frac{i\varkappa}{\omega}\Delta \eta,
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

где $b_0^2 = p_0/\rho_0$ — квадрат Ньютоновой скорости звука. Упрощения в этой системе уравнений могут быть проведены на основании естественных физических предпосылок. Для этого обратимся прежде всего к уравнению состояния (3). Коэффициенты при неизвестных функциях s и η в этом уравнении выражаются в конечном счете через два физических параметра: $p/R\rho T$; $p^{(i)}/R\rho T$.

Можно различить три области значений для отношения вышеуказанных параметров $p^{(i)}/p$:

1) $p^{(i)}/p \ll 1$. Эта область соответствует реальным газам, так как обычно в газах величина $p/R\rho T$ близка к единице в довольно широком диапазоне температур и давлений, а величина $p^{(i)}/R\rho T$ мала. Так для CO_2 при $t = 15°$ и нормальном давлении $p^{(i)}/p = 7 \cdot 10^{-3}$. Назовем это состояние «газом Ван-дер-Ваальса».

2) $p^{(i)}/p \gg 1$, так называемая «жидкость Ван-дер-Ваальса». Например, для четыреххлористого углерода при $t = 20°$ и атмосферном давлении $p^{(i)}/p = 2{,}1 \cdot 10^3$, для бензола $p^{(i)}/p = 2{,}37 \cdot 10^3$.

3) $p^{(i)}/p \sim 1$. Эта область значений соответствует критическому состоянию.

Рассмотрим теперь распространение звуковых волн в каждом из перечисленных состояний среды Ван-дер-Ваальса.

Предположим вначале, что среда является «газом Ван-дер-Ваальса», т. е. $p_0^{(i)}/p_0 \ll 1$. В выражениях коэффициентов уравнения состояния и уравнения притока тепла системы (11) удержим малые величины порядка не выше первого по отношению к $p_0^{(i)}/p_0$; тогда эта система может быть записана в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
i\omega u - \nu\Delta u &= -\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(b_1^2 + \frac{1}{3}i\omega\nu\right)s + b_0^2\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta\right],\\
i\omega v - \nu\Delta v &= -\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(b_1^2 + \frac{1}{3}i\omega\nu\right)s + b_0^2\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta\right],\\
i\omega w - \nu\Delta w &= -\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(b_1^2 + \frac{1}{3}i\omega\nu\right)s + b_0^2\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta\right],\\
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + i\omega s &= 0,\\
\xi &= \left[\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} - 1\right)\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right]s + \left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\eta,\\
\frac{p_0}{c_v^0\rho T_0}\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)s &= \eta + \frac{i\varkappa}{\omega}\Delta\eta,
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

где

$$b_1^2 = b_0^2\left[\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} - 1\right)\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right]. \tag{13}$$

Дальнейшие преобразования уравнений (12) в основном повторяют преобразования Кирхгоффа [3] в уравнениях распространения звуковых волн в совершенном газе.

Из этих уравнений мы получим

$$\frac{i\varkappa}{\omega}\left(b_1^2 + \frac{4}{3}i\omega\nu\right)\Delta^2 s + \left[c_1^2 + i\omega\left(\frac{4}{3}\nu + \varkappa\right)\right]\Delta s + \omega^2 s = 0, \tag{14}$$

где

$$c_1^2 = b_1^2 + b_0^2 \cdot \frac{p_0}{R\rho_0 T_0}\left(1 + 2\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right), \tag{15}$$

или

$$c_1^2 = \frac{p_0}{\rho_0}\left[\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\right)\left(\frac{R}{c_v^0} + 1\right) - 2\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right]. \tag{16}$$

Величину $\frac{R}{c_v^0} + 1$ можно вычислить, например, на основании работ [4], [5].

Как известно, решение уравнения (14) может быть записано в форме

$$s = s_1 + s', \tag{17}$$

где функции s_1 и s' являются решениями уравнений:

$$\left.\begin{aligned}\Delta s_1 + k_1^2 s_1 = 0\\ \Delta s' + (k')^2 s' = 0\end{aligned}\right\}. \tag{18}$$

В уравнениях (18) параметры k_1^2 и $(k')^2$ есть корни алгебраического уравнения:

$$\frac{i\varkappa}{\omega}\left(b_1^2 + \frac{4}{3}i\omega\nu\right)k^4 - \left[c_1^2 + i\omega\left(\frac{4}{3}\nu + \varkappa\right)\right]k^2 + \omega^2 = 0. \tag{19}$$

Как и в случае совершенного газа $\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} = 1;\ p^{(i)} = 0\right)$ мнимая часть одного из корней уравнения (19), например $(k')^2$, велика и функция s', связанная с этим корнем, весьма быстро затухает. Это обстоятельство дает возможность в дальнейшем считать $s' \equiv 0$, исключая тем самым из рассмотрения относительно тонкий слой газа, окружающий границы. Принятое ограничение вполне допустимо во многих задачах при исследовании звукового поля в вязком газе и вместе с тем оно значительно упрощает уравнения распространения звуковых волн и, что не менее важно, формулировку условий на границе.

Значение корня k_1^2 может быть вычислено методом последовательных приближений из уравнения

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2 + i\omega\left(\frac{4}{3}\nu + \varkappa\right)} + \frac{\frac{i\varkappa}{\omega}\left(b_1^2 + \frac{4}{3}i\omega\nu\right)}{c_1^2 + i\omega\left(\frac{4}{3}\nu + \varkappa\right)}k_1^4. \tag{20}$$

Первое приближение для k_1^2 дает значение $\frac{\omega^2}{c_1^2}$. Следующее приближение для k_1^2 с точностью до величин 2-го порядка по отношению к малым $\omega\nu/c_1^2$ и $\omega\varkappa/c_1^2$ в широком диапазоне частот выражается так:

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2}\left\{1 - \frac{i\omega}{c_1^2}\left[\frac{4}{3}\nu + \varkappa\frac{c_1^2 - b_1^2}{c_1^2}\right]\right\}. \tag{21}$$

Из формулы (21) следует, что величина c_1, значение которой определяется формулой (16), является фазовой скоростью распространения звуковых волн в газе, подчиняющемся уравнению Ван-дер-Ваальса. Вместе с тем, коэффициент поглощения звуковых волн α_1 согласно (21) имеет значение:

$$\alpha_1 = \frac{\omega^2}{2c_1^3}\left[\frac{4}{3}\nu + \varkappa\frac{\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\right)\frac{R}{c_v^0}}{\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\right)\left(\frac{R}{c_v^0} + 1\right) - 2\frac{p_0^{(i)}}{p_0}}\right]. \tag{22}$$

Отметим, что если применить полученные результаты к совершенному газу $\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} = 1;\ p_0^{(i)} = 0;\ R = c_p - c_v\right)$, то формулы (16) и (22) превращаются в известные формулы Лапласа для скорости звука и Кирхгоффа для коэффициента поглощения.

Реальные газы в определенных пределах значений температуры и давления достаточно хорошо следуют уравнению состояния Ван-дер-Ваальса, поэтому формулы (16) и (22) для скорости и коэффициента поглощения

представляют интерес для изучения распространения звуковых волн в реальных газах.

В пределах использованных ограничений получаются следующие выражения для функции η:

$$\eta = \frac{p_0}{c_v^0 \rho_0 T_0}\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right) s$$

и для функции ξ

$$\xi = \left[\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\,\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\right)\left(\frac{R}{c_v^0} + 1\right) - 2\,\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right] s\,,$$

или

$$\xi = \frac{c_1^2}{b_0^2}\, s\,.$$

В итоге, уравнения распространения звуковых волн в «газе Ван-дер-Ваальса» запишутся в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\varphi + k_1^2\varphi = 0,\\
&u = \frac{\partial\varphi}{\partial x},\\
&v = \frac{\partial\varphi}{\partial y},\\
&w = \frac{\partial\varphi}{\partial z},\\
&s = -\frac{i\omega}{c_1^2}\varphi,\\
&\xi = -\frac{i\omega}{b_0^2}\varphi,\\
&\eta = -\frac{i\omega}{c_1^2}\,\frac{p_0}{c_v^0\rho_0 T_0}\left(1 + \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)\varphi\,,
\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

где

$$\varphi = \frac{i\omega}{k_1^2}\, s\,.$$

Таким образом, в пределах принятых нами ограничений вопрос об исследовании стационарного звукового поля в «реальном» газе сводится к решению краевой задачи дифференциального уравнения Гельмгольца [6].

Такое исследование должно рассматриваться как приближенное главным образом не в силу тех оценок, которые были проделаны в исходных уравнениях (11), а в силу того, что в этом случае нельзя использовать всех условий на границе, в частности, на твердой границе мы можем сформулировать краевое условие для нормальной составляющей скорости и игнорируем при этом условие полного прилипания.

В работе [7] рассмотрено в качестве примера решение краевой задачи уравнений (23) для плоского поршневого излучателя, пульсирующего по гармоническому закону в совершенном газе.

Рассмотрим теперь распространение звуковых волн в «жидкости Ван-дер-Ваальса», для которой $\frac{p_0^{(i)}}{p_0} \gg 1$. В выражениях коэффициентов уравнений состояния (3) и притока тепла (10) сохраним главные члены, порядка не ниже $p_0^{(i)}/p_0$, тогда дифференциальные уравнения для стацио-

нарного звукового поля (11) примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
&i\omega u - \nu\Delta u = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(b_2^2 + \frac{1}{3}\,i\omega\nu\right)s + \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\,\eta\right],\\
&i\omega v - \nu\Delta v = -\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(b_2^2 + \frac{1}{3}\,i\omega\nu\right)s + \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\,\eta\right],\\
&i\omega w - \nu\Delta w = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(b_2^2 + \frac{1}{3}\,i\omega\nu\right)s + \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\,\eta\right],\\
&\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + i\omega s = 0,\\
&\xi = \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\left[\left(\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0} - 2\right)s + \eta\right],\\
&\frac{p_0^{(i)}}{c_v^0\rho_0 T_0}\,s = \eta + \frac{i\varkappa}{\omega}\,\Delta\eta,
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

где

$$b_2^2 = \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\left(\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0} - 2\right). \tag{25}$$

После преобразований и оценок совершенно аналогичных тем, которые были выполнены раньше, для s получается следующее уравнение:

$$\frac{i\varkappa}{\omega}\left(b_2^2 + \frac{4}{3}\,i\omega\nu\right)\Delta^2 s + \left[c_2^2 + i\omega\left(\frac{4}{3}\,\nu + \varkappa\right)\right]\Delta s + \omega^2 s = 0\,, \tag{26}$$

где

$$c_2^2 = b_2^2 + \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\cdot\frac{p_0^{(i)}}{c_v\rho_0 T_0}, \tag{27}$$

или

$$c_2^2 = \frac{p_0^{(i)}}{\rho_0}\left[\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{R}{c_v^0} + 1\right) - 2\right]. \tag{28}$$

Общее решение уравнения (26) по своим свойствам совпадает с решением уравнения (14) для газов. За пределами приграничного слоя функцию s можно считать решением дифференциального уравнения

$$\Delta s + k_2^2 s = 0. \tag{29}$$

Параметр k_2^2 с точностью до малых второго порядка по отношению к $\frac{\omega\nu}{c_2^2}$; $\frac{\omega\varkappa}{c_2^2}$ имеет в данном случае значение:

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}\left\{1 - \frac{i\omega}{c_2^2}\left[\frac{4}{3}\,\nu + \varkappa\,\frac{c_2^2 - b_2^2}{c_2^2}\right]\right\}, \tag{30}$$

или

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}\left\{1 - \frac{i\omega}{c_2^2}\left[\frac{4}{3}\,\nu + \varkappa\cdot\frac{\dfrac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\cdot\dfrac{R}{c_v^0}}{\dfrac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\left(\dfrac{R}{c_v^0} + 1\right) - 2}\right]\right\}. \tag{31}$$

Из формулы (30) следует, что величина c_2, значение которой определяется из (28), является фазовой скоростью распространения звуковых волн в «жидкости Ван-дер-Ваальса».

Значение коэффициента поглощения в этом случае, согласно (31), записывается формулой:

$$\alpha_2 = \frac{\omega^2}{2c_2^3} \cdot \left[\frac{4}{3}\nu + \varkappa \cdot \frac{\dfrac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0} \cdot \dfrac{R}{c_v^0}}{\dfrac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\left(\dfrac{R}{c_v^0}+1\right) - 2} \right]. \tag{32}$$

Завершив проведение оценок в уравнениях (24), получим для η и ξ выражения:

$$\eta = \frac{p_0^{(i)}}{c_v^0 \rho_0 T_0} s,$$

$$\xi = \frac{p_0^{(i)}}{p_0}\left[\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{R}{c_v^0}+1\right) - 2\right] \cdot s,$$

или

$$\xi = \frac{c_2^2}{b_0^2} \cdot s.$$

В качестве иллюстрации приведем результаты сравнения с экспериментальными данными значений скорости звука в четыреххлористом углероде и бензоле, вычисленных по формуле (28). Для четыреххлористого углерода при $t = 20°$ и атмосферном давлении $c_{\text{эксп}} = 943$ *м/сек*, $c_{\text{расч}} = 969$ *м/сек*. Расхождение между теоретическим и экспериментальным значением скорости равняется 2,8%. Для бензола в тех же условиях $c_{\text{эксп}} = 1324$ *м/сек*; $c_{\text{расч}} = 1411$ *м/сек*; расхождение равняется 6,5%.

Рассмотрим теперь область $\dfrac{p_0^{(i)}}{p_0} \sim 1$.

В этом случае в системе (11) должны быть сохранены все члены в коэффициентах последних двух уравнений. Здесь мы обратим внимание только на значение скорости звука и коэффициента поглощения. Скорость звука равна

$$c^2 = \frac{p_0}{\rho_0}\left\{\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\right)\left(\frac{R}{c_v^0}+1\right) + \left[\frac{p_0^{(i)}}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{R}{c_v^0}+1\right) - 2\right]\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right\} \tag{33}$$

и формула для коэффициента поглощения запишется в виде

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2c^3}\left[\frac{4}{3}\nu + \varkappa \cdot \frac{c^2 - b^2}{c^2}\right], \tag{34}$$

где

$$b^2 = \frac{p_0}{\rho_0}\left[\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} + 2\left(\frac{p_0}{R\rho_0 T_0} - 1\right)\frac{p_0^{(i)}}{p_0} + \frac{p_0}{R\rho_0 T_0}\left(\frac{p_0^{(i)}}{p_0}\right)^2\right].$$

Совершенно ясно, что формулы (33) и (34) сохраняют свою силу для всех состояний среды Ван-дер-Ваальса и только соответствующим образом упрощаются для газа и жидкости.

Особый интерес в данном случае представляет значение скорости звука и коэффициента поглощения в критической точке. Как известно, для среды Ван-дер-Ваальса теоретическое значение внутреннего давления в критической точке равняется величине $p_k^{(i)} = \dfrac{9}{8} R\rho_k T_k$ и вместе с этим $\dfrac{p_k}{R\rho_k T_k} = \dfrac{3}{8}$.

Следовательно, формулы (33) и (34) в этом случае запишутся в виде

$$c_k^2 = \frac{9}{4}\frac{R^2 T_k}{c_v^{(k)}} \tag{35}$$

и

$$\alpha_k = \frac{\omega^2}{2c_k^3}\left(\frac{4}{3}\nu + \varkappa\right).$$

Систематическое исследование распространения звуковых волн в критической области и сопоставление теоретических результатов с данными эксперимента для многих органических веществ принадлежит Ноздреву [8]. Формула (35) совпадает с формулой для скорости звука в критической точке среды Ван-дер-Ваальса, полученной термодинамическим способом Ноздревым и в работе [9].

В заключение пользуюсь возможностью выразить глубокую благодарность А. С. Предводителеву и Е. Н. Овчинниковой за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рэлей. Теория звука, т. II, ГТТИ, М., 1955.
2. Г. Ламб. Гидродинамика. Гостехиздат, М.—Л., 1947.
3. Kirchhoff. Ueber den Einfluss der Wermeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. Annal. Physik und Chemie, 1868, 134, 177—193.
4. Дж. Робертс. Теплота и теплопроводность. М.—Л., ГТТИ, 1950.
5. М. П. Вукалович, И. И. Новиков. Уравнение состояния реальных газов. М.—Л., Госэнергоиздат, 1948.
6. Helmholtz. Theorie der Luftschwingungen in Rohren mit offenen Enden. Crelle. 1859, LVII, 1.
7. А. А. Каспарьянц. О распространении звуковых волн в вязком газе при наличии теплопроводности. Прикл. матем. и механ., 1954, 18, 6, 729—734.
8. В. Ф. Ноздрев. Исследование распространения ультразвуковых волн в критической области системы жидкость — пар. Акуст. ж., 1955, 1, 3, 235—248.
9. N. S. Anderson, L. P. Delsasso. Propagation of sound in carbon dioxide near the critical point. J. Acoust. Soc. America, 1951, 23, 4, 423—429.

Одесский государственный университет

Поступила в редакцию 27 марта 1956 г.