АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том V 1959 Вып. 4

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА ТОНКИМИ УПРУГИМИ ОБОЛОЧКАМИ И ПЛАСТИНКАМИ*

Л. М. Лямшев

Теоретически изучается излучение звука упругими изотропными оболочками, колеблющимися под действием регулярных или статистически распределенных по поверхности оболочки сил. Выводится интегральное соотношение, связывающее поле излучения с дифракционным полем оболочки, когда последняя свободна от механических сил. Вычисляются спектральная интенсивность статистического поля в случае излучения звука цилиндрической и сферической оболочками, а также тонкой пластинкой, колеблющимися под действием статистически распределенных сил.

Рассматривается задача об излучении звука тонкой упругой оболочкой (пластинкой), совершающей колебания под действием распределенных по поверхности оболочки внешних сил. Указанная задача может представлять практический интерес. Тонкими упругими оболочками и пластинками являются, в частности, перекрытия, перегородки, всякого рода ограждения и так далее в зданиях и промышленных сооружениях. Предполагается, что выполненная из однородного материала оболочка находится в акустически однородной идеальной сжимаемой среде. Действующие на оболочку силы могут быть как регулярными, так и статистически распределенными по поверхности оболочки. В последнем случае силы являются случайными функциями координат поверхности оболочки, а случайные процессы предполагаются статистически однородными (функция корреляции сил зависит только от разности координат точек поверхности оболочки) **.

Развиваемый в работе метод решения задачи излучения сводится к следующему. Выводится интегральное соотношение, связывающее решение двух краевых задач: задачи излучения и задачи дифракции звука на оболочке. При помощи полученного интегрального соотношения, решение задачи излучения звука оболочкой сводится к квадратурам, если известно решение задачи о дифракции звука на данной оболочке, при этом не требуется вновь решать краевую задачу ***. В качестве иллюстрации метода расчета, рассматривается излучение звука цилиндрической и сферической оболочками и тонкой пластинкой, колеблющимися под действием статистически распределенных сил, причем используются полученные ранее автором результаты по дифракции звука на оболочках и пластинках [5, 6]. Насколько нам известно, излучение звука оболочками, колеблющимися под действием статистически распределенных сил, исследуется впервые ****.

---

* По материалам доклада на IV Всесоюзной акустической конференции [1].

** В части работы, относящейся к статистической задаче, все уравнения относятся к спектральным амплитудным плотностям. См., например [2, 3].

*** Полученное интегральное соотношение можно рассматривать как соотношение взаимности. В этом смысле, развиваемый в работе метод близок к методу, который был предложен Левиным в статистической теории теплового излучения [4].

**** Независимо от автора задача об излучении звука тонкой пластинкой (перегородкой), колеблющейся под действием статистически распределенных сил, рассматривалась Исаковичем [7] (см. также [1]). Использованный в [7] метод решения отличается от предлагаемого в настоящей работе и сводится к непосредственному решению краевой задачи.

Пусть требуется найти решение уравнения

$$(\Delta + k^2)\, p^{(1)}(\mathbf{r}) = 0 \tag{1}$$

в пространстве V, окружающем упругую оболочку, совершающую колебания под действием внешней распределенной по поверхности оболочки S сторонней механической силы $F(\mathbf{r})$. Решение должно удовлетворять условию излучения на бесконечности и условию равенства нормальных смещений на границе оболочки с окружающей средой:

$$-\frac{1}{\omega^2\rho}\,\frac{\partial p^{(1)}(\mathbf{r})}{\partial n}\Big|_s = w^{(1)}(\mathbf{r}). \tag{2}$$

В выражении (2) $w^{(1)}(\mathbf{r})$ — нормальное перемещение поверхности оболочки, подчиняющееся уравнению движения

$$Lw^{(1)}(\mathbf{r}) = F^{(1)}(\mathbf{r}) - p^{(1)}(\mathbf{r})\big|_s, \tag{3}$$

а L — самосопряженный дифференциальный оператор.

Искомое решение можно получить, не рассматривая краевой задачи, если воспользоваться уже известным решением дифракционной задачи о поле точечного источника в окружающем оболочку пространстве.

В самом деле, пусть нам известно решение уравнения

$$(\Delta + k^2)\, p^{(2)}(\mathbf{r}) = -Q_0^{(2)}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1), \tag{4}$$

удовлетворяющее условию излучения на бесконечности и краевым условиям

$$-\frac{1}{\omega^2\rho}\,\frac{\partial p^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n}\Big|_s = w^{(2)}(\mathbf{r}), \tag{5}$$

$$Lw^{(2)}(\mathbf{r}) = -p^{(2)}(\mathbf{r})\big|_s. \tag{6}$$

Умножим уравнение (1) на $p^2(\mathbf{r})$, а (4) — на $-p^{(1)}(\mathbf{r})$ и сложим их. Проинтегрировав полученное выражение по всему пространству V, получим

$$\int\limits_V [\Delta p^{(1)}(\mathbf{r})\, p^{(2)}(\mathbf{r}) - \Delta p^{(2)}(\mathbf{r})\, p^{(1)}(\mathbf{r})]\, d\mathbf{r} = Q^{(2)} p^{(1)}(\mathbf{r}_1). \tag{7}$$

Объемный интеграл в левой части выражения (7) преобразуем в поверхностный, воспользовавшись формулой Грина

$$\int\limits_V [\Delta p^{(1)}(\mathbf{r})\, p^{(2)}(\mathbf{r}) - \Delta p^{(2)}(\mathbf{r})\, p^{(1)}(\mathbf{r})]\, d\mathbf{r} =$$

$$= -\int\limits_{s+s^\infty}\left[\frac{\partial p^{(1)}(\mathbf{r})}{\partial n}\, p^{(2)}(\mathbf{r}) - \frac{\partial p^{2}(\mathbf{r})}{\partial n}\, p^{(1)}(\mathbf{r})\right] d\mathbf{r}. \tag{8}$$

Интегрирование в правой части выражения (8) производится по поверхности оболочки S и поверхности бесконечно удаленной сферы S^∞. В силу условия излучения интеграл по поверхности бесконечно удаленной сферы равен нулю, а для интеграла по поверхности оболочки, используя краевые условия (2), (3), (5) и (6) и условие самосопряженности оператора L, получим

$$p^{(1)}(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{Q_0^{(2)}}\int\limits_s \frac{\partial p^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n}\, F^{(1)}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}. \tag{9}$$

Из (9) следует, что если известно дифракционное поле точечного источника. помещенного в некоторую точку r_1 окружающего оболочку пространства, то соотношение (9) описывает решение задачи излучения звука оболочкой, совершающей колебания под действием сил $F^{(1)}(\mathbf{r})$, в той же точке r_1, где был помещен источник*.

Рассмотрим задачу об излучении звука оболочкой, совершающей колебания под действием статистически распределенных по поверхности оболочки сил. Предположим, что силы характеризуются пространственной функцией корреляции **.

$$\overline{F_\alpha^{(1)}(\mathbf{r}')\,F_\beta^{(1)*}(\mathbf{r}'')} = \sigma K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'').$$

Здесь черта обозначает усреднение по ансамблю. Для нахождения статистического поля, излучаемого оболочкой, в какой-либо точке пространства r_1, рассмотрим вспомогательное дифракционное поле $p^{(2)}(\mathbf{r})$, созданное элементарным точечным источником $Q_0^{(2)}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$, помещенным в эту точку. Чтобы определить спектральную интенсивность излучения, умножим выражение (9) на комплексно сопряженное и, усреднив по ансамблю, будем иметь

$$J_\omega = \frac{1}{|Q_0^{(2)}|^2} \int_s\int_s \frac{\partial p_\alpha^{(2)}(\mathbf{r}')}{\partial n} \frac{\partial p_\beta^{(2)*}(\mathbf{r}'')}{\partial n} \sigma K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')\, d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}'' \tag{10}$$

Таким образом, соотношения (9) и (10) дают возможность получить решение задачи об излучении звука упругой оболочкой (пластинкой), колеблющейся под действием регулярных или случайных сил, немедленно, не решая краевой задачи, если уже известно решение соответствующей дифракционной задачи.

Часто требуется излучаемое оболочкой поле определить на большом по сравнению с длиной звуковой волны λ и размерами оболочки l расстоянии $R_1(\lambda/R_1 \ll 1, l/R_1 \ll 1)$ в зоне Фраунгофера. Тогда дифракционное поле точечного источника в окрестности оболочки можно приближенно рассматривать как результат дифракции плоской волны и соотношения (9) и (10) примут соответственно вид:

$$p^{(1)}(\mathbf{r}_1) \simeq \frac{\exp[ikR_1]}{4\pi R_1 |p_0^{(2)}|} \int_s \frac{\partial p^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n} F^{(1)}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}; \tag{11}$$

$$J_\omega \simeq \frac{\sigma}{16\pi^2 R_1^2 |p_0^{(2)}|^2} \int_s\int_s \frac{\partial p_\alpha^{(2)}(\mathbf{r}')}{\partial n} \frac{\partial p_\beta^{(2)*}(\mathbf{r}'')}{\partial n} K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')\, d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''. \tag{12}$$

Здесь $p_0^{(2)}$ — амплитуда плоской волны;***

$$R_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\,.$$

---

* Соотношение (9) представляет собой частный случай болееобщего интегрального соотношения, полученного недавно автором [8], которое можно рассматривать как математическую формулировку принципа взаимности в акустике. Это общее интегральное соотношение описывает связь между объемными источниками в акустической однородной или неоднородной среде, некоторыми силами, действующими на оболочки, мембраны, стержни и так далее, находящиеся в этой среде, и полями излучения, создаваемыми этими колеблющимися телами и источниками.

** Функция корреляции случайных сил вводится здесь и дальше пока чисто формально без обсуждения возможной физической природы этих сил.

*** См. приложение в конце работы.

Рассмотрим излучение звука цилиндрической оболочкой, колеблющейся под действием статистически распределенных вдоль участка поверхности оболочки $0 \leqslant z \leqslant L$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$, сил. Положим для простоты, что функция корреляции сил имеет вид:

$$\overline{F_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{r}') F_{\beta}^{(1)*}(\mathbf{r}'')} = \sigma \frac{\delta(\varphi' - \varphi'')}{a} \delta(z' - z''). \tag{13}$$

Значение нормальной производной давления в дифракционном поле плоской монохроматической волны единичной амплитуды $\exp[ik\cos\theta\cos\varphi r + ik\sin\theta z]$ на поверхности оболочки описывается выражением [5]:

$$\left.\frac{\partial p^{(2)}(r, \varphi, z)}{\partial r}\right|_{r=a} = \omega\rho \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m^2 i^m \frac{\cos m\varphi \exp[ik\sin\Theta z]}{H_m^{'(1)}(k\cos\Theta a)\,\pi k\cos\Theta a\,[Z_m + Z_{mm}]}, \tag{14*}$$

где Z_m — механический импеданс оболочки для формы колебаний оболочки номера m, а Z_{mm} — импеданс излучения оболочки, совершающей колебания этой формы

$$Z_{mm} = \frac{i\rho c\,\varepsilon_m}{2\cos\Theta} \frac{H_m^{(1)}(k\cos\Theta a)}{H_m^{'(1)}(k\cos\Theta a)}; \tag{15}$$

$$Z_m = i\frac{E}{\omega a(1-\nu^2)} \frac{D}{D_1}; \tag{16}$$

$$D = \begin{vmatrix} \nu x l & \frac{1}{2}(1+\nu)xlm; & x^2l^2 - l^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)m^2 \\ m - \frac{1}{8}\frac{h_2}{a_2}\frac{\nu}{1-\nu}m(m^2-1); & m^2 - l^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)x^2l^2; & \frac{1}{2}(1+\nu)xlm; \\ 1 - l^2 + \frac{h^2}{12a^2}\left[(l^2x^2+m^2)^2 - \frac{(4-\nu)m^2}{2(1-\nu)} + \frac{2+\nu}{2(1-\nu)}\right]; & m & \nu x l \end{vmatrix} \tag{17}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -\nu x l\frac{1}{1-\nu}; & \frac{1}{2}(1+\nu)mxl; & x^2l^2 - l^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)m^2 \\ -\frac{m}{2}\frac{\nu}{1+\nu}; & m^2 - l^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)x^2l^2; & \frac{1}{2}(1+\nu)xlm; \\ \frac{a}{h} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}; & m; & \nu x l \end{vmatrix} \tag{18}$$

---

* В выражении (14) и ниже p — звуковое давление, c — скорость звука в среде, ρ — плотность среды, a — радиус, h — толщина оболочки, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, ρ_1 — плотность материала оболочки, n — внешняя к поверхности оболочки нормаль, $H_m^{(1)}(\alpha)$ — функция Ганкеля первого рода, $P_m(\cos\Theta)$ — полиномы Лежандра, $h_m^{(1)}(\alpha)$ — сферическая функция Ганкеля первого рода. Штрих означает дифференцирование по аргументу; $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_m = 2$, $x = c_1/c_z$ — отношение скорости продольных волн в пластине $c_1^2 = E/\rho_1(1-\nu^2)$ к скорости вынужденных радиальных колебаний $c_z = c/\sin\Theta$, распространяющихся вдоль оболочки; $l \equiv \omega a/c_1$.

Для определения спектральной интенсивности излучения воспользуемся выражением (12). Подставляя (13) и (14) в (12) и интегрируя, получим

$$J_\omega \simeq \frac{\sigma\rho^2 c^2 L}{16\pi^3 R_1^2 \cos^2\Theta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m^4}{H_m^{'(1)}(k\cos\Theta a)\,[H_m^{'(1)}(k\cos\Theta a)]^*\,(Z_m+Z_{mm})(Z_m+Z_{mm})^*}. \tag{19}$$

Известно [5], что импеданц оболочки оказывается равным нулю, если выполняется условие:

$$\sin\Theta = c / c_{z_m}, \tag{20}$$

где c_{z_m} — скорость распространения свободного колебания номера m в оболочке вдоль ее оси. Следовательно, существуют максимумы интенсивности излучения, направления которых определяются выражением (20). Эти максимумы расположены симметрично относительно плоскости, перпендикулярной оси оболочки.

Получим выражение для спектральной интенсивности излучения замкнутой сферической оболочки. Положим для простоты, что в оболочке возбуждаются лишь осесимметричные колебания, а функция пространственной корреляции имеет вид:

$$\overline{F_\alpha^{(1)}(\Theta')\,F_\beta^{(1)*}(\Theta'')} = \sigma\,\frac{\delta(\Theta'-\Theta'')}{a\sin\Theta'}. \tag{21}$$

Для нормальной производной давления в поле падающей на оболочку плоской волны $\exp[-ikr\cos\Theta]$ на поверхности оболочки имеем [9]:

$$\left.\frac{\partial p^{(2)}(r)}{\partial r}\right|_{r=a} = \rho c \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-i)^m (2m+1)}{ka^2 (Z_m + Z_{mm})}\,\frac{P_m(\cos\Theta)}{h_m^{'(1)}(ka)}, \tag{22}$$

где

$$Z_m = i\,\frac{Eh}{2\pi(1-\nu^2)\,\omega a^2}\,\frac{[2(1+\nu)-l^2][m(m+1)-1+\nu-l^2]-(1+\nu)^2 m(m+1)}{m(m+1)+\nu-l^2-1}, \tag{23*}$$

$$Z_{mm} = i\rho c\,\frac{h_m^{(1)}(ka)}{h_m^{'(1)}(ka)}. \tag{24}$$

Подставляя (21) и (22) в (12), получим

$$I_\omega \approx \frac{\rho^2 c^2 \sigma}{2R_1^2 k^2 a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{h_m^{'(1)}(ka)\,[h_m^{'(1)}(ka)]^*\,(Z_m+Z_{mm})(Z_m+Z_{mm})^*}. \tag{25}$$

Определим спектральную интенсивность излучения тонкой пластинки, колеблющейся под действием статистически распределенных на участке $0 \leqslant z \leqslant L$ сил. Значение нормальной производной давления в поле плоской волны $\exp[ik\sin\Theta z + ik\cos\Theta y]$ на поверхности пластинки определим из выражения [6]:

$$\left.\frac{\partial p^{(2)}(y,z)}{\partial y}\right|_{y=0} = ik\cos\Theta\,[1-A]\exp[ik\sin\Theta z], \tag{26}$$

где

$$A = \frac{ZZ_1\cos^2\Theta - 2\rho^2 c^2}{(Z_1\cos\Theta+\rho c)(Z\cos\Theta+2\rho c)}; \tag{27**}$$

$$Z_1 = i\,\frac{E\left[1-\left(\frac{c_1}{c}\sin\Theta\right)^2\right]}{\omega h(1-\nu^2)\left[1-\frac{\nu^2}{(1-\nu)^2}-\left(\frac{c_1}{c}\sin\Theta\right)^2\right]}. \tag{28}$$

---

* Выражение для импеданца получено из уравнений движения так называемой безмоментной теории оболочек.

** Предполагается, что по обе стороны пластинки среды одинаковы.

$$Z = -i\omega\rho_1 h\left[1-\left(\frac{c_u}{c}\sin\Theta\right)^4\right]. \tag{29}$$

Здесь A — коэффициент отражения, Z_1 и Z — импеданцы пластинки для поперечных колебаний сжатия (продольных колебаний) и изгибных колебаний, c_u — скорость распространения изгибных колебаний в пластинке.

Полагая, что функция корреляции имеет вид

$$\overline{F_\alpha^{(1)}(z')\,F_\beta^{(1)*}(z'')} = \sigma\exp\left[-\frac{|z'-z''|}{\tau_0}\right] \tag{30}$$

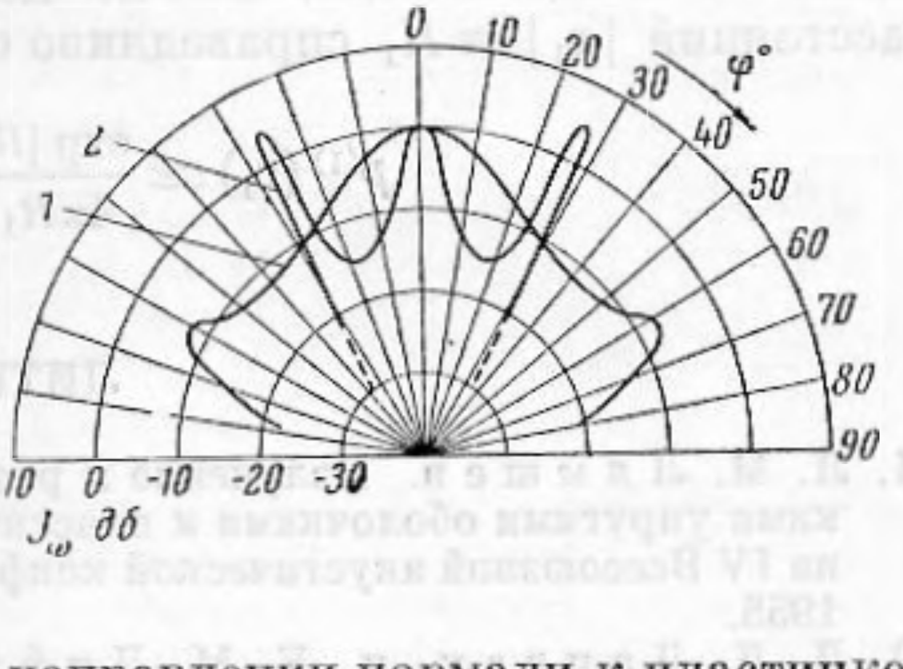
и подставляя (26) и (30) в (12), получим при условии $\tau_0/L \ll 1$

$$I_\omega \approx \frac{\sigma\omega^2\rho^2\cos^2\Theta\tau_0 L\,[(|Z|+2|Z_1|)^2+16\rho^2c^2]}{8\pi^2R_1^2\,[1+(k\sin\Theta\tau_0)^2]\,(|Z_1|^2\cos^2\Theta+\rho^2c^2)(|Z|^2\cos^2\Theta+4\rho^2c^2)}. \tag{31}$$

Если учитываются только изгибные колебания пластинки и не принимаются во внимание поперечные колебания сжатия ($z_1 \to \infty$), выражение (31) принимает вид:

$$I_\omega \simeq \frac{\sigma\omega^2\rho^2\cos^2\Theta\tau_0 L}{2\pi^2R_1^2\,[1+(k\sin\Theta\tau_0)^2]\left\{\omega^2\rho_1^2h^2\left[1-\left(\frac{c_u}{c}\sin\Theta\right)^4\right]^2+4\rho^2c^2\right\}}. \tag{32*}$$

Как следует из (32), имеется два симметрично расположенных относительно нормали к пластинке максимума излучения, направления которых определяются соотношением $\sin\Theta = c/c_u$, аналогичным выражению (20). Анализируя выражение (31), можно показать, что в случае учета продольных колебаний пластинки, наряду с максимумами излучения, обусловленными изгибными колебаниями, будут дополнительно наблюдаться два симметрично расположенных относительно нормали к пластинке максимума излучения, связанных с продольными колебаниями.



На фигуре показаны характеристики излучения тонкой стальной пластинки в воде, рассчитанные по формуле (32). Характеристики нормированы по интенсивности излучения в направлении нормали к пластинке. Расчеты соответствуют параметрам $h/L = 10^{-2}$, $\tau_0/L = 5\cdot 10^{-2}$. Кривая *1* соответствует частоте колебаний $f = 5\cdot 10^4$ *гц*, а *2* — $f = 2\cdot 10^5$ *гц*. На обеих кривых отчетливо видны максимумы излучения, обусловленные изгибными колебаниями пластинки.

В заключение отметим, что развитый в работе метод может быть вообще использован для решения задачи излучения звука упругими телами (а не только оболочками, мембранами, стержнями и так далее) колеблющимися под действием распределенных сил и находящимися в однородной или неоднородной среде**, а также и в ряде других случаев.

---

* Выражение, аналогичное выражению (32), получено в работе [7], где при рассмотрении задачи учитывались только изгибные колебания пластинки и не принимались во внимание ее поперечные колебания сжатия.

** Известно, что оператор теории упругости является самосопряженным.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выше было получено

$$Q_0^{(2)}\, p^{(1)}(\mathbf{r}_1) = \int\limits_s \frac{\partial p^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n} F^{(1)}(\mathbf{r})\, ds. \tag{9}$$

Рассмотрим поведение решения (9) при $|\mathbf{r}_1| \to \infty$. Выделив в $p^{(2)}(\mathbf{r})$ часть с особенностью, запишем

$$Q_0^{(2)}\, p^{(1)}(\mathbf{r}_1) = \int\limits_s \frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{Q_0^{(2)}}{4\pi}\,\frac{\exp[ik\,|\mathbf{r}'-\mathbf{r}_1|]}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}_1|} + Q_0^{(2)}\, g(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1)\right] F(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}'.$$

Функция $g(\mathbf{r}_1)$ всюду регулярна и может быть представлена в виде

$$g(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_s \left[\frac{\partial g}{\partial n}\,\frac{\exp[ik\,|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1|]}{|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1|} - g\,\frac{\partial}{\partial n}\,\frac{\text{epx}\,[ik\,|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1|]}{|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1|}\right] d\mathbf{r}''.$$

При $|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1| \sim |\mathbf{r}_1|$ справедливо разложение $|\mathbf{r}''-\mathbf{r}_1| = r_1 - \varkappa r'' + \ldots$, где $\varkappa = \mathbf{r}_1/r_1$ — единичный вектор, направленный из начала координат в точку наблюдения. Допустим, что $Q_0^{(2)} = r_1 \exp(-ikr_1)$*. Переходя к пределу при $r_1 \to \infty$, получим

$$\lim_{r_1\to\infty} r_1 \exp[-ikr_1]\, p^{(1)}(r_1) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_s \frac{\partial}{\partial n}\left[\exp(-ik\varkappa\mathbf{r}') - Q(\mathbf{r}', \varkappa)\right] F(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}',$$

где $Q(\mathbf{r}', \varkappa)$ — так называемая асимптотическая характеристика излучения**. Следовательно можно допустить, что для достаточно больших расстояний $|\mathbf{r}_1| \equiv R_1$ справедливо соотношение:

$$p^{(1)}(\mathbf{r}_1) \simeq \frac{\exp[ik\,R_1]}{4\pi R_1\, p_0^{(2)}} \int\limits_s \frac{\partial p^{(2)}(\mathbf{r})}{\partial n} F(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. Излучение и рассеяние статистических звуковых полей тонкими упругими оболочками и пластинками. Сб. рефератов докладов, прочитанных на IV Всесоюзной акустической конференции в Москве, М.— Л., Изд-во АН СССР, 1958.
2. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. § 117. М., ГИТТЛ, 1951.
3. С. М. Рытов. Теория электрических флюктуаций и теплового излучения. М., Изд-во АН СССР, 1953.

* Плоскую волну в некоторой точке r удобно представить как предел сферической волны [10]

$$p(x, y, z) = \lim_{r_1\to\infty} \frac{r_1 \exp ik\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}{r},$$

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}; \quad r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

Автор глубоко благодарен Г. Д. Малюжинцу, указавшему на эту возможность.

** М. Д. Хаскинд показал [11], что гидродинамические силы и моменты, действующие на абсолютно жесткое подвижное тело в звуковом поле, в случае дифракции плоской волны на теле определяются только амплитудой плоской волны и асимптотическими характеристиками излучения. Из рассмотренного предельного случая следует, что это заключение справедливо также для упругих тел.

4. М. Л. Левин. К электродинамической теории теплового излучения. Докл. АН СССР, 1955, **102**, 1, 53.
5. Л. М. Лямшев. Дифракция звука на безграничной тонкой упругой цилиндрической оболочке. Акуст. ж., 1958, **4**, 2, 161.
6. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1955.
7. М. А. Исакович. Излучение упругой стенки, колеблющейся под действием статистически распределенных сил. Сб. рефератов докладов, прочитанных на IV Всесоюзной акустической конференции в Москве, М.— Л., Изд-во АН СССР, 1958.
8. Л. М. Лямшев. К вопросу о принципе взаимности в акустике. Докл. АН СССР, 1959, **125**, 6; Излучение статистических звуковых полей тонкими упругими оболочками и пластинками. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1958.
9. Л. М. Лямшев. Теоретические и экспериментальные исследования рассеяния звука тонкими упругими оболочками и пластинками. Отчет. Акустический ин-т АН СССР, 1958.
10. Г. Д. Малюжинец. Некоторые обобщения метода отражений в теории дифракции синусоидальных волн (докторская диссертация). Физический ин-т им. П. Н. Лебедева АН СССР, 1950.
11. М. Д. Хаскинд. Дифракция и излучение акустических волн в жидкостях и газах. Часть 1. Акуст. ж., 1957, **3**, 4, 348—359.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
19 января 1959 г.