АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VI 1960 Вып. 1

# О ПРИБОРАХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕФРАГИРОВАННЫХ ЛУЧЕЙ

*О. П. Галкин, В. С. Григорьев*

Рассматриваются основные принципы конструирования автоматических приборов непрерывного действия, служащих для построения совокупности звуковых лучей в слоисто-неоднородной среде на основании заданного закона распределения скорости звука (или градиента скорости звука) по вертикальной координате.

Несмотря на быстрое развитие точных и приближенных волновых методов расчета распространения звука в слоисто-неоднородных средах, лучевая акустика по-прежнему остается важным средством, позволяющим дать не только верную общую картину звукового поля в слоисто-неоднородной среде, но во многих случаях вычислить приближенно и распределение интенсивности звука. Даже в практике волновых расчетов построение лучевых картин является желательным предварительным этапом. Вместе с тем, хотя расчет лучевых картин существенно проще волновых расчетов, он все же является очень трудоемким. Поэтому представляется целесообразным наметить основные пути построения автоматических устройств, осуществляющих вычисление и представление в графической форме лучевых картин.

Принципы построения таких вычислительных машин не зависят от их конструктивного выполнения. При одной и той же принципиальной схеме машина может быть чисто электрической (электронной), чисто механической или электромеханической; выбор конструктивного решения определяется главным образом требованиями к точности машины и ее быстроходности. Конечно, некоторые принципиальные схемы более просто осуществляются в механических вариантах, другие в электронных.

Настоящая статья посвящена рассмотрению основных принципов конструирования машин непрерывного действия для построения лучей. При этом имеется в виду случай плоско-слоистой среды, в которой скорость звука зависит только от вертикальной координаты. Исходными данными для построения луча являются вертикальная координата источника звука $z_0$, угол выхода луча из источника $\alpha_0$, функциональная зависимость скорости звука $c$ или градиента скорости звука $\Gamma$ от вертикальной координаты $z$ и, наконец, значения вертикальной координаты $z_1$ и $z_2$, определяющие положение отражающих границ (в общем случае — двух).

Основанием для построения лучей является закон Снеллиуса:

$$\frac{\cos\alpha(z)}{c(z)} = \frac{\cos\alpha_0}{c_0} = a,$$

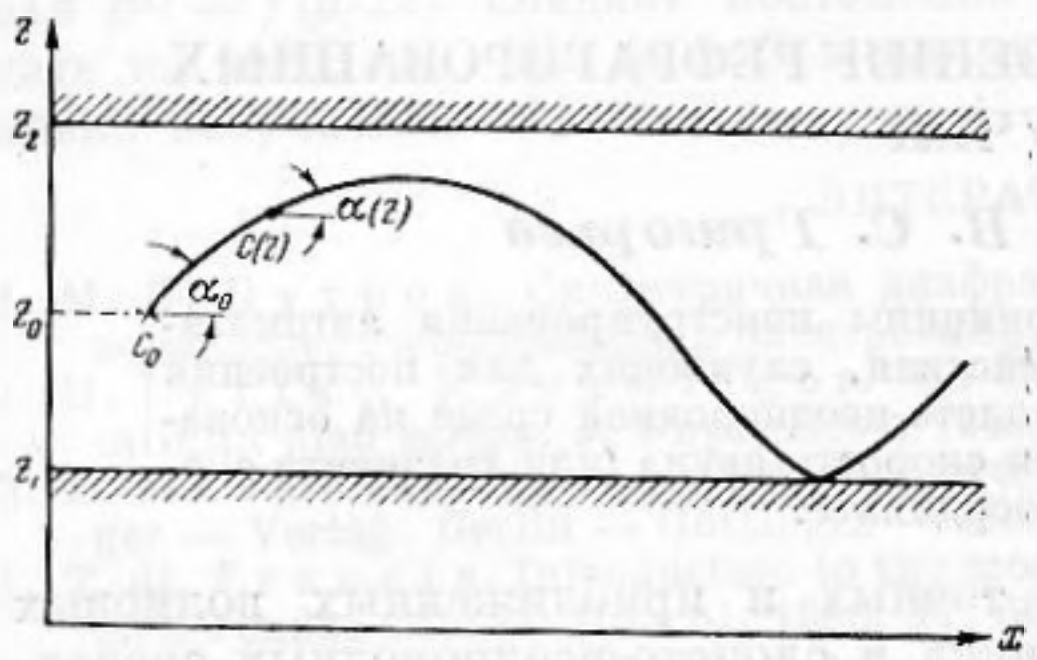
где $\alpha(z)$ и $c(z)$ — соответственно текущие значения угла скольжения луча и скорости звука, $\alpha_0$ и $c_0$ — начальные значения угла скольжения и скорости звука, $a$ — параметр луча (фиг. 1). При построении лучей, отраженных от границ, необходимо использовать закон равенства углов падения и отражения.

В принятых обозначениях уравнение луча выражается следующим образом:

$$x = \int_{z_0}^{z} \frac{ac(z)}{\sqrt{1 - a^2c^2(z)}}\, dz.$$

При произвольном законе изменения $c(z)$ этот интеграл не обращается и может быть вычислен в явном виде только для некоторых частных видов функции $c(z)$. Поэтому прямое функциональное построение лучей в общем случае невозможно.

Во всяком построителе лучи получаются в результате движения некоторой изображающей точки (острия пера или стилуса, светящегося пятна на экране электронного осциллоскопа и так далее) в определенной системе координат. Поэтому можно строить луч, либо вычисляя составляющие скоростей изображающей точки и получая затем координаты при помощи интеграторов, либо вычисляя скорость изменения угла наклона луча с дальнейшим получением самого угла также при помощи интегратора.




Фиг. 1

Пусть на выходном регистраторе, построенном в прямоугольных координатах, скорость изображающей точки вдоль луча будет $v(t)$. Тогда проекции этой скорости на координатные оси $X$ и $Z$ будут соответственно $v_x = avc(z)$ и $v_z = v\sqrt{1 - a^2c^2(z)}$. Мгновенные значения координат изображающей точки выразятся так:

$$x = \int_0^t v(t)\cos\alpha(t)\,dt = a\int_0^t v(t)\,c(z)\,dt,$$

$$z = \int_0^t v(t)\sin\alpha(t)\,dt = \int_0^t v(t)\sqrt{1 - a^2c^2(z)}\,dt.$$

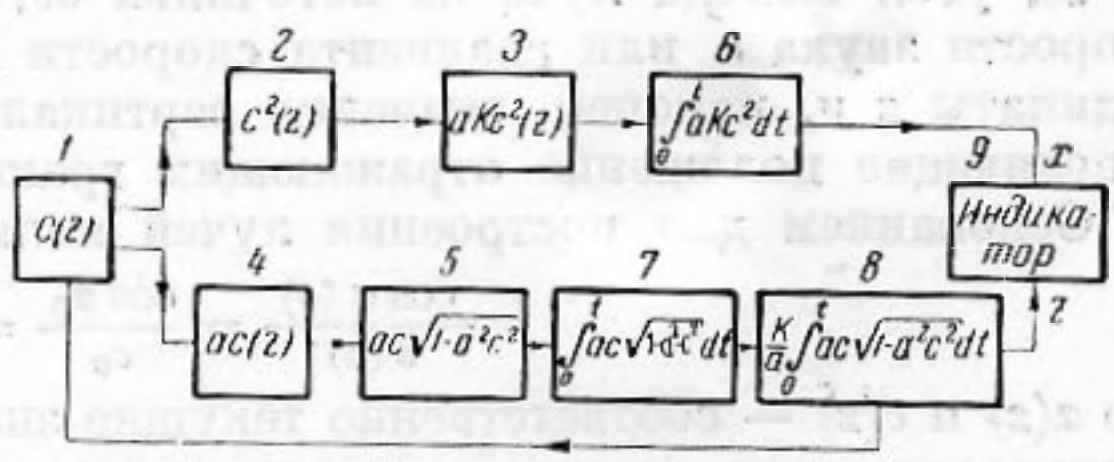
Все различие между вариантами приборов, строящих лучи на основании вычисления составляющих скорости изображающей точки $v_x$ и $v_z$ заключается в выборе различных видов функции $v(t)$.

Заметим, что построители лучей с использованием проекций скорости $v(t)$ наиболее просто осуществляются в электронных вариантах. Число возможных модификаций таких построителей довольно велико; мы рассмотрим только четыре наиболее интересных случая.

1) Пусть скорость изображающей точки $v(t) = Kc(z)$, где $K$ — постоянный коэффициент, т. е. $v(t)$ в определенном масштабе отвечает скорости распространения звука в реальной среде. В этом случае текущие координаты выражаются так:

$$x = K\int_0^t c(z)\cos\alpha\,dt = aK\int_0^t c^2(z)\,dt,$$

$$z = K\int_0^t c(z)\sin\alpha\,dt = K\int_0^t c(z)\sqrt{1 - a^2c^2(z)}\,dt.$$




Фиг. 2

На фиг. 2 приведена принципиальная схема такого построителя. Здесь *1* — входной прибор, непрерывно выдающий значения $c(z)$ в функции выработанного прибором в целом значения координаты $z$, *2* — квадратизатор, *3* и *4* — масштабные усилители, вводящие значение параметра луча, *5* — прибор для образования подынтегрального выраже-

ния для $z$, *6* — интегратор для координаты $x$, *7* — интегратор для координаты $z$, *8* — масштабный усилитель, *9* — индикатор. Все элементы схемы, за исключением блока *5*, легко реализуются в виде чисто электронных приборов. Возможности построения блока *5* и аналогичных ему в последующих вариантах построителей, будут рассмотрены в дальнейшем.

Достоинством данного варианта является возможность незатруднительного построения волновых фронтов при помощи хронизатора, дающего отметки на лучах в определенные моменты времени после начала построения каждого луча.

2) Пусть скорость изображающей точки постоянна, т. е. $v(t) = V = \text{const}$. В этом случае

$$x = V\int_0^t \cos\alpha dt = aV\int_0^t c(z)\,dt,$$

$$z = V\int_0^t \sin\alpha\,dt = V\int_0^t \sqrt{1 - a^2c^2(z)}\,dt.$$

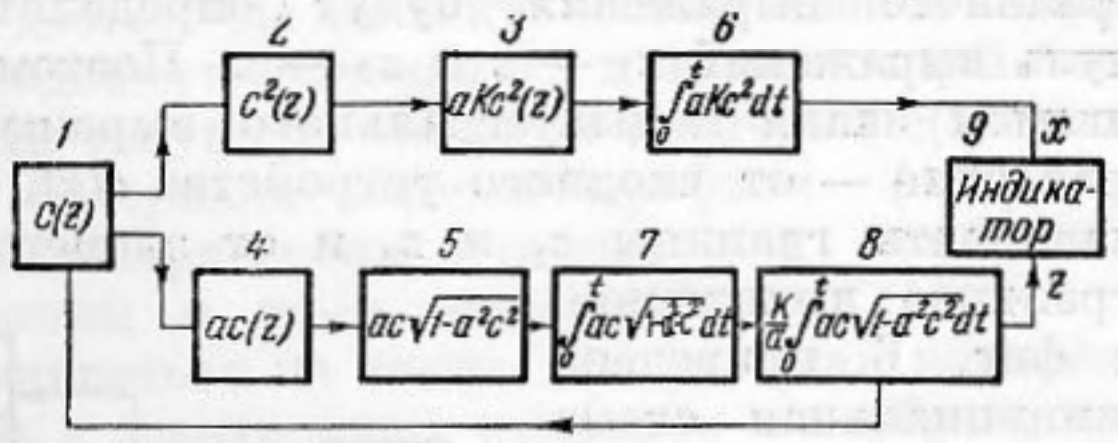
Принципиальная схема построителя этого типа приведена на фиг. 3.

Достоинством данного варианта является относительно простая возможность оценки лучевой интенсивности фотоэлектрическим или фотометрическим путем. При этом, конечно, необходимо задать закон изменения яркости (или, напроти$_{\text{в}}$, почернения) в соответствии с расширением волнового фронта, затуханием, ослаблением при отражении от границ и тому подобное.

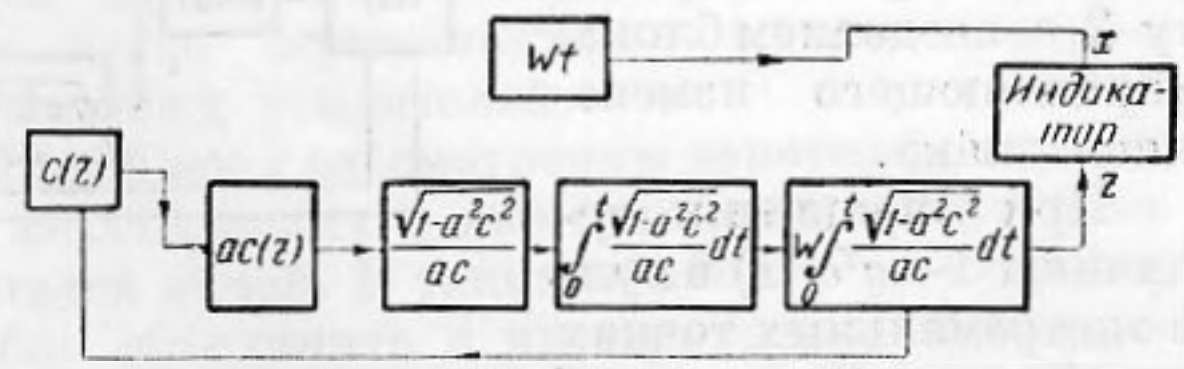
3) Пусть $v(t) = W/ac(z)$, где $W$ — постоянная величина. Тогда

$$x = \frac{W}{a}\int_0^t \frac{\cos\alpha}{c(z)}\,dt = Wt,$$

$$z = \frac{W}{a}\int_0^t \frac{\sin\alpha}{c(z)}\,dt = \frac{W}{a}\int_0^t \frac{\sqrt{1 - a^2c^2(z)}}{c(z)}\,dt.$$




Фиг. 3




Фиг. 4

В данном случае проекция скорости изображающей точки на ось $X$ постоянна, что упрощает построение прибора. Принципиальная схема построителя этого типа приведена на фиг. 4.

Приведенные варианты построителей характеризуются обязательным наличием цепи обратной связи, служащей для выработки координаты $z$ изображающей точки. Приведем вариант, в котором такая обратная связь отсутствует.

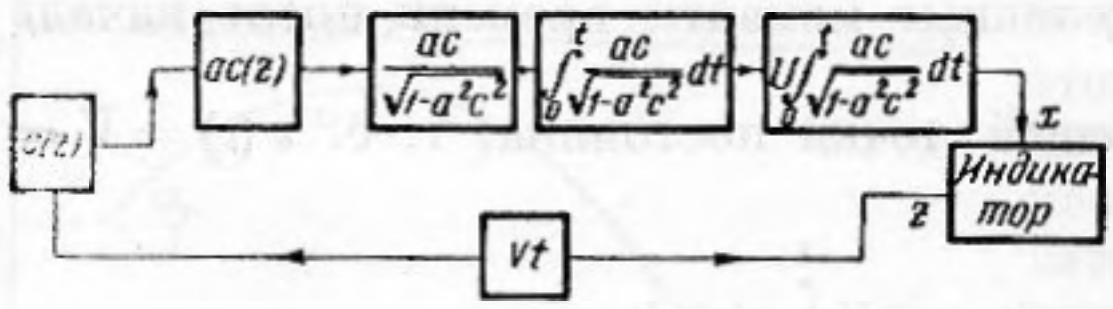
4) Пусть скорость изображающей точки $v(t) = U/\sqrt{1 - a^2c^2(z)}$, где $U$ — постоянная величина. В этом случае

$$x = U\int_0^t \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - a^2c^2(z)}}\,dt = aU\int_0^t \frac{c(z)}{\sqrt{1 - a^2c^2(z)}}\,dt,$$

$$z = U\int_0^t \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - a^2c^2(z)}}\,dt = Ut.$$

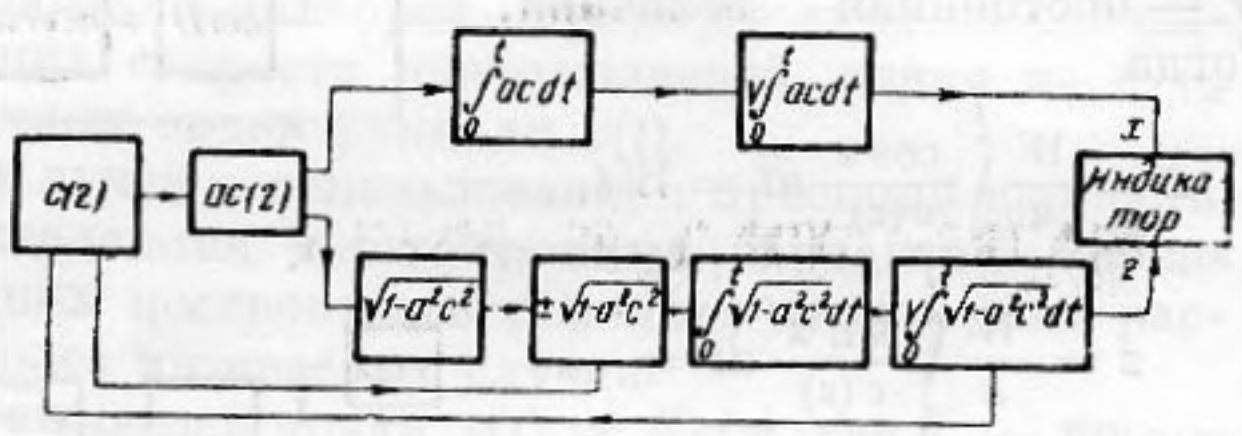
Принципиальная схема построителя этого вида приведена на фиг. 5. Здесь цепь обратной связи отсутствует, однако в экстремальных точках луча, где $a^2c^2(z) = 1$, составляющая скорости по оси $X$ должна быть бесконечна, что практически недостижимо. Поэтому такая схема, принципиально говоря, применима только для приближенного построения лучей.

Все описанные выше варианты построителей используют в качестве входной величины непосредственно $c(z)$, т. е. величину, которая изменяется относительно слабо и всегда может быть представлена в виде $c(z) = c_1 + \Delta c(z)$, где $\Delta c(z) \ll c_1$. Поэтому может оказаться целесообразным вводить в построитель лишь величину $\Delta c(z)$, восстанавливая постоянную составляющую скорости звука $c_1$ в электронной схеме путем аддитивной операции.




Фиг. 5

Перейдем к рассмотрению поведения описанных построителей в экстремальных точках луча. Из приведенных выше выражений видно, что интеграл, определяющий координату $z$, растет непрерывно с увеличением $t$. Поэтому для правильного построения лучей необходимо менять в экстремальных точках знак подынтегрального выражения. Момент изменения знака определяется моментом обращения в нуль величины $1-a^2c^2(z)$. То же самое необходимо осуществлять и по достижении лучом отражающих границ, однако в этих случаях моменты перемены знака подынтегрального выражения будут определяться моментами обращения в нуль выражений $z_1 - z$ и $z_2 - z$. Поэтому элемент, управляющий изменением знака подынтегрального выражения, должен иметь двойное управление — от входного устройства $c(z)$, где всего целесообразнее устанавливать границы $z_1$ и $z_2$ и от элемента, вырабатывающего подынтегральное выражение. На фиг. 6 приведена принципиальная схема регистратора по варианту 2 с введением блока, управляющего изменением знака.



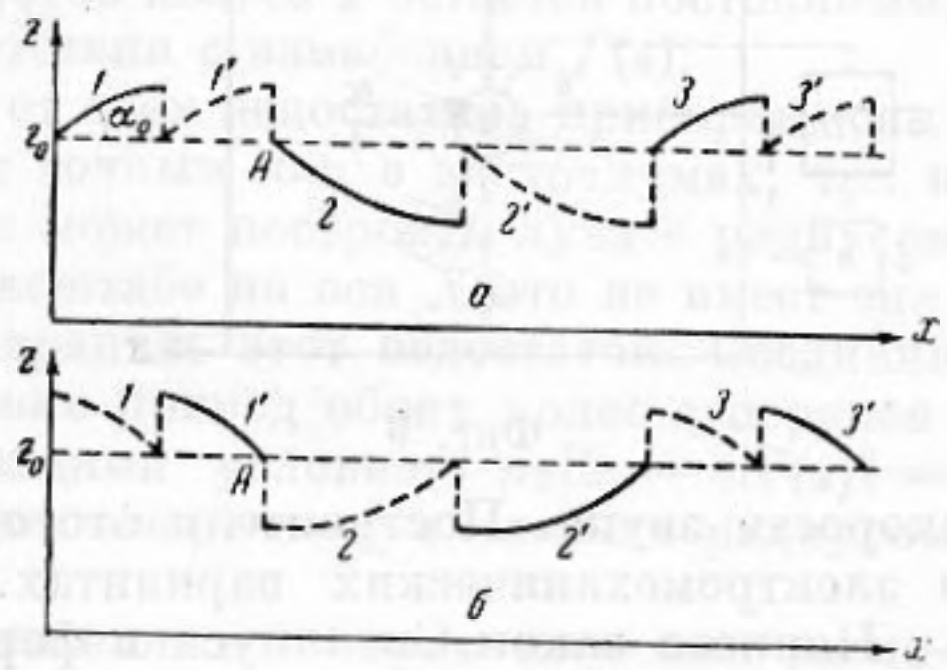

Фиг. 6

При обращении величины $1-a^2c^2(z)$ в нуль в экстремальных точках лучей соответственно обращается в нуль и проекция скорости $v$ на ось $Z$. В силу этого поведение построителей по схемам 1—3 в этих точках оказывается неопределенным, так как построители не имеют элементов, запоминающих значение кривизны луча. Поэтому возникает необходимость использования дополнительных приспособлений, искусственно выводящих построитель из неустойчивого равновесия в нужном направлении. Введение таких приспособлений, естественно, должно приводить к уменьшению точности построения лучей. Построитель по схеме 4 свободен от этого недостатка.

Ошибку построителей 1—3 можно уменьшить, используя прием кусочного построения лучей, показанный на фиг. 7. Участок *1* луча строится вплоть до экстремальной точки и пишется на регистраторе (фиг. 7, *а*); затем система возвращается к исходному значению $z_0$ и построение этого участка луча повторяется (1′) без регистрации, опять-таки с последующим сбросом на начальный уровень (точка *A*). Затем знак входного угла $\alpha_0$ изменяется на обратный (при помощи упомянутого выше устройства для изменения знака подынтегрального выражения) и строится участок *2* опять-таки вплоть до экстремальной точки. Далее система действует

аналогично предыдущему, строя участки *2'*, *3*, *3'*,... и т. д., причем записываются только участки *1*, *2*, *3*, показанные сплошной кривой. Через определенное число циклов построение проводится в обратном направлении (фиг. 7, *б*) с регистрацией недостающих участков луча. При этом прибор может быть отъюстирован так, чтобы осуществлялось правильное стыкование участков луча, что и обеспечит точность построения. Конечно, это требует увеличения времени построения.

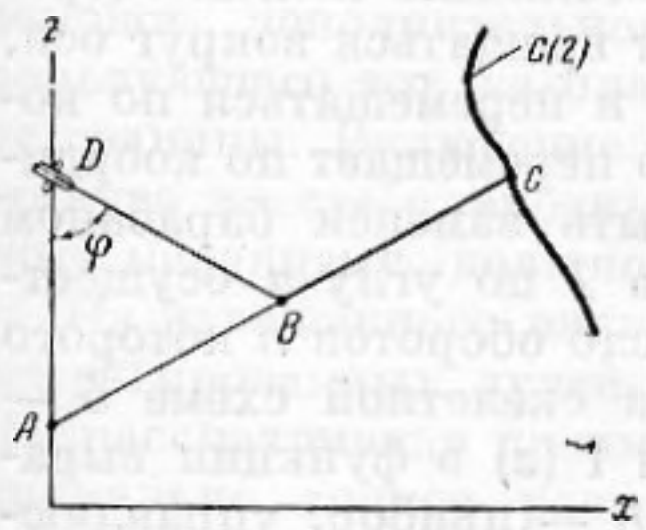
Во всех рассмотренных вариантах построителей существует блок для получения значений выражений вида $\sqrt{1-a^2c^2(z)}$, $ac(z)\sqrt{1-a^2c^2(z)}$, $\frac{\sqrt{1-a^2c^2(z)}}{ac(z)}$, $\frac{ac(z)}{\sqrt{1-a^2c^2(z)}}$ в функции $c(z)$ при заданном для данного луча значении $a$. Осуществить простыми электронными устройствами извлечение корня с большой степенью точности из величины, изменяющейся в широких пределах, затруднительно. Эту задачу легче решить, использовав материализованный график искомой величины в функции $c(z)$ для определенного значения параметра $a=a_0$. Это может быть, например, черно-белый график с фотоэлектрическим считыванием. При изменении параметра нет необходимости использовать новый материализованный график, соответствующий новому значению $a$; достаточно изменить соответственно коэффициент усиления устройства, вводящего значения $c(z)$ в вычисляющий блок.




Фиг. 7

Для введения в построители текущего значения величины $c(z)$ также целесообразно использовать материализованные графики (например, черно-белые графики с фотоэлектрическим считыванием, комбинации потенциометров, потенциалоскопы и тому подобные).

Мы не будем здесь останавливаться на таких деталях, как изменение масштабов по осям $X$ и $Z$, что в электронных приборах с изображением лучей на экране электроннолучевого индикатора легко осуществляется путем введения масштабных усилителей.



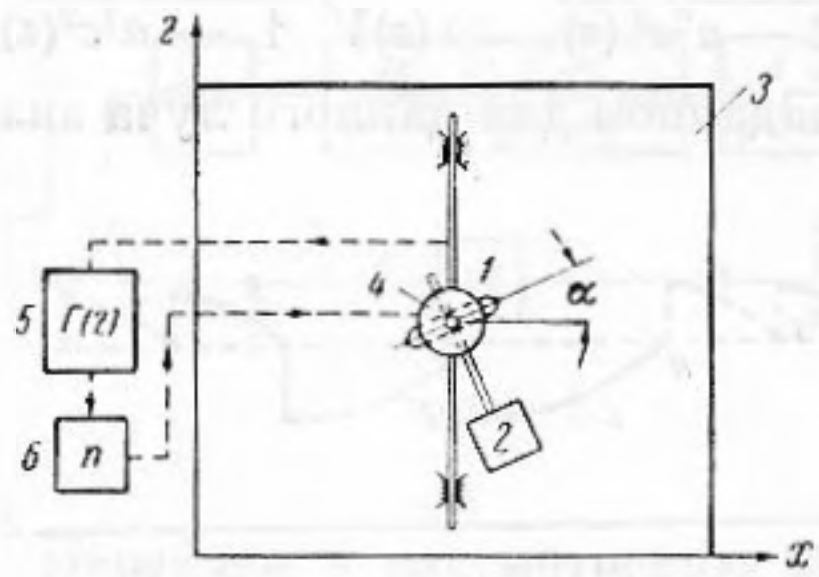

Фиг 8.

Перейдем к рассмотрению некоторых вариантов механических и электромеханических построителей лучей. В таких приборах регистратор удобно объединить с интегратором, использовав принцип режущего колеса. Поясним это на примере полуавтоматического построителя (фиг. 8). Здесь рычаг $AC$, длина которого равна $1/a$, скользит концом $A$ по оси $Z$, а концом $C$ — по кривой $c(z)$. Дополнительный рычаг $BD$ длиной $1/2a$, шарнирно соединенный с рычагом $AC$ в его середине, также скользит концом $D$ по оси $Z$. Можно показать, что рычаг $BD$ всегда направлен параллельно касательной к траектории луча в точке с ординатой $z$. Поставив в точке $D$ колесико с острым краем, ось которого параллельна плоскости чертежа и всегда перпендикулярна к направлению $BD$, и заставив колесико катиться по столику, способному свободно перемещаться вдоль оси $X$, мы будем получать перемещение столика в этом направлении на расстояние $x=\int_0^z \frac{ac(z)}{\sqrt{1-a^2c^2(z)}}dz$ при перемещении штифта $C$ по кривой $c(z)$. Очевидно, что режущее колесико прочертит луч на движущемся столике.

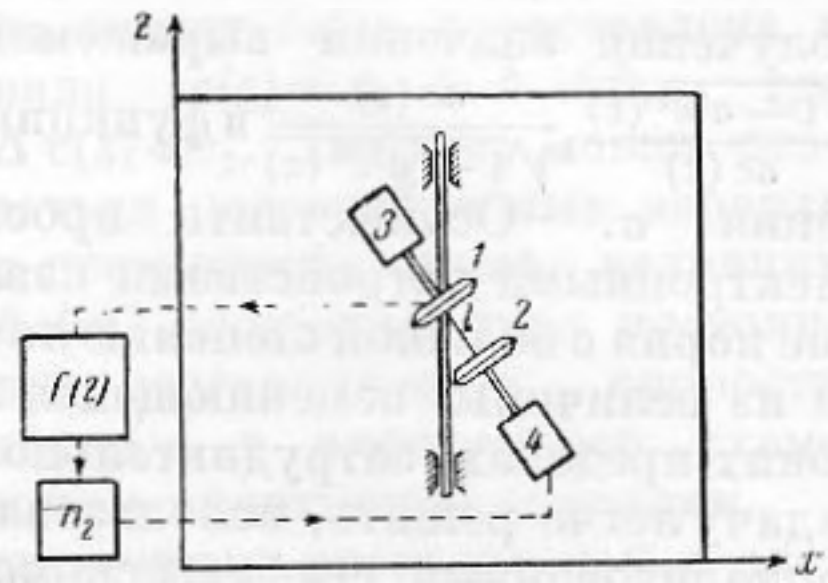
Описанная схема интеграфа, однако, неудобна при малых углах сколь-

жения луча, так как при этом угол $\varphi$ приближается к $\pi/2$; в экстремальных точках направления рычагов $AB$ и $BD$ должны даже совмещаться. Этот недостаток свойствен и другим вариантам построителей, в которых используется в том или ином виде косинусный механизм.

Обратимся теперь к рассмотрению некоторых вариантов построителей лучей, основанных на вычислении скорости изменения угла наклона луча. Для таких приборов входной величиной должен являться градиент




Фиг. 9




Фиг. 10

скорости звука. Построители этого класса проще всего осуществляются в электромеханических вариантах.

Написав закон Снеллиуса в форме $\cos\alpha(z) = ac(z)$ и продифференцировав по $t$, мы получаем

$$\sin\alpha\frac{d\alpha}{dt} = -a\frac{dc(z)}{dt} = -a\Gamma(z)\frac{dz}{dt},$$

где $\Gamma(z) = dc(z)/dz$ — градиент скорости звука по вертикальной координате. Это соотношение можно использовать для построения одного из вариантов прибора. Предположим, что скорость движения изображающей точки вдоль луча постоянна и равна $V$. Тогда $dz/dt = V\sin\alpha$ и $d\alpha/dt = -aV\Gamma(z)$, т. е. скорость изменения угла наклона луча пропорциональна градиенту скорости звука. На фиг. 9 приведена принципиальная схема прибора, основанного на использовании этого соотношения. Здесь *1* — режущее колесико, приводимое во вращение с постоянным числом оборотов при помощи электромотора *2*. Колесико может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к плоскости чертежа (угол $\alpha$) и перемещаться по координате $z$ в направляющих. Вращаясь, колесико перемещает по координате $x$ планшет *3*, который, конечно, может быть заменен барабаном с достаточно большим радиусом. Поворот колесика *1* по углу $\alpha$ осуществляется при помощи второго электромотора *4*, число оборотов $n$ которого пропорционально градиенту скорости звука. На скелетной схеме *5* — входной прибор непрерывно выдающий значения $\Gamma(z)$ в функции выработанного построителем значения координаты $z$, *6* — прибор, управляющий скоростью второго мотора *4*. Это может быть следящая тахометрическая схема с обратной связью или схема с синхронным мотором, управляемым по частоте. С тем, чтобы избежать трудностей с нулевой частотой, в последнем случае можно использовать для привода режущего колесика по углу $\alpha$ два электромотора, работающие через дифференциал и питаемые частотами, удовлетворяющими соотношению $f_1 - f_2 \sim \Gamma(z)$.

Очевидно, что такой построитель может начертить на планшете систему лучей, исходящих из произвольной точки. Начальная точка задается исходной установкой колесика на планшете, угол выхода луча из источника — начальным поворотом колесика по углу $\alpha$. Из схемы ясно, что данный построитель изображает систему лучей геометрически подобно истинной системе лучей в слоисто-неоднородной среде. Для непропорционального сокращения масштаба по оси $X$ нужно вести построение не непосредственно на планшете (или барабане) *3*, а на дополнительном барабане, связанном с планшетом замедляющей передачей.

Дальнейшие варианты электромеханических построителей этого класса можно получить, используя соотношение $\rho = 1/a|\Gamma(z)|$, где $\rho$ — радиус кривизны луча в некоторой точке, $\Gamma(z)$ — градиент скорости звука, отвечающий той же точке и $a$ — параметр луча. Схема одного из вариантов такого прибора приведена на фиг. 10. Здесь мы имеем два колесика *1* и *2*, расположенные по оси на некотором расстоянии $l$ и вращаемые моторами *3* и *4*. Предположим, что пишущий стилус связан с колесиком *1*. Тогда числа оборотов колес *1* и *2*, $n_1$ и $n_2$ соответственно, должны удовлетворять соотношению $n_2 = n_1[1 + al\Gamma(z)]$.

Электронная схема управления может быть той же, что и для предыдущего варианта построителя, за тем исключением, что необходимость в дифференциале отпадает. Число оборотов колеса *1* остается постоянным, в то время как $n_2$ изменяется в соответствии с изменением $\Gamma(z)$.

Данный тип построителя свободен от всех недостатков приборов, описанных выше; его поведение является точным как в экстремумах, так и в точках перегиба луча. Однако он не может построить луча с радиусом кривизны, меньшим $l$. При большом масштабе по оси $X$ это не имеет значения, однако все же желательно устранить этот недостаток. Соединив стилус с серединой плеча $l$ и осуществив привод обоих колес с переменными угловыми скоростями, отвечающими условию $n_2[2 - al\Gamma(z)] = n_1[2 + al\Gamma(z)]$, мы получаем возможность чертить луч с любым радиусом кривизны.

Приведем, наконец, вариант построителя, в котором колесики расположены последовательно на расстоянии $d$ друг от друга. Переднее колесо вращается с постоянной угловой скоростью и является в то же время управляющим подобно переднему колесу велосипеда. Мы будем предполагать, что стилус соединен с осью вращения переднего колеса. Тогда, для того чтобы построитель чертил луч, необходимо выполнение условия $\sin\varphi = ad\Gamma(z)$, где $\varphi$ — угол поворота «рулевого» колеса относительно базы, $d$ — длина базы ($d \ll \rho$), $a$ — параметр луча, $\Gamma(z)$ — местное значение градиента скорости звука. Этот вариант несколько сложнее предыдущего, так как требует использования синусного механизма.

Рассмотрим вопрос о построении отраженных лучей при помощи построителей с режущим колесом. Проще всего эта задача решается при помощи дополнительного механизма, идентичного основному и использующего тот же планшет, но строящего луч, зеркально отраженный от границы. Включение того или другого механизма, или присоединение стилуса вместе с входным устройством, задающим $\Gamma(z)$, к тому или другому механизму, должно осуществляться в момент достижения границы.

Из изложенного видно, что приборы для автоматического построения рефрагированных лучей могут быть построены в целом ряде вариантов. Мы рассматривали преимущественно такие варианты, которые дают принципиально точное решение; число возможных построителей, дающих приближенные решения (например, пригодных только при малых углах скольжения) естественно, неограничено. Нам представляется, что электронные приборы с отображением лучей на электроннолучевом индикаторе более пригодны для быстродействующих построителей относительно малой точности, в то время как электромеханические интеграторы, дающие систему лучей в виде графика, более пригодны для тихоходных построителей более высокой точности.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
31 июля 1959 г.