АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VII 1961 Вып. 3

ТЕПЛООТДАЧА ОТ ПОВЕРХНОСТИ ТЕПЛООБМЕНА С РЕЗОНАНСНОЙ СИСТЕМОЙ В СТЕНКЕ К ВЫНУЖДЕННОМУ ПОТОКУ

П. Н. Кубанский

Рассмотрен теоретическим путем вопрос о влиянии на теплообмен при вынужденной конвекции вторичных потоков, генерируемых резонансной системой. Получены формулы для вычисления коэффициента теплоотдачи в этих условиях. Сделано сравнение результатов теоретических расчетов и экспериментальных наблюдений, давшее удовлетворительное совпадение. На основании такого сравнения уточнена картина физических явлений, наблюдающихся у поверхностей с резонансными системами в стенках. Выяснены пределы максимально возможной интенсификации процесса теплоотдачи данным способом.

Поведение резонансной системы в потоке было изучено экспериментально в работе [1]. Было установлено, что теплоотдача от поверхности цилиндра, в стенках которого устроена резонансная система, к продольному и поперечному потоку значительно выше, нежели теплоотдача от поверхности цилиндра с гладкими стенками. Продольное обтекание оказалось эффективнее поперечного. Опыты в поперечном потоке с пучками, составленными из труб с резонансными системами в стенках, также показали значительный рост теплоотдачи по сравнению с пучками, составленными из гладких труб [2]. Выяснилось также, что, хотя по сравнению с гладкой поверхностью гидродинамическое сопротивление единичного резонатора и возрастает, сопротивление всей поверхности с резонансными системами в стенке оказывается не выше сопротивления гладких поверхностей. Причина интенсификации процесса теплоотдачи была рассмотрена в работе [3]. Было выяснено, что в резонаторах, помещенных в поток, возникают автоколебания. При этом в полостях резонаторов возникают вихри, поступающие в поток. Возмущения, которые вызывают эти вихри в ламинарном подслое и пограничном слое, усиливают в свою очередь процесс теплоотдачи.

Данное исследование предпринято с целью получения теоретических формул, которые могли бы быть применены для инженерно-технического расчета процесса теплоотдачи от поверхностей теплообмена с резонансными системами в стенках к продольному потоку. При поперечном омывании цилиндрической поверхности не все резонаторы участвуют в одинаковой мере в интенсификации процесса теплоотдачи, что не дает возможности распространить разработанную теорию на этот случай. Понятно, что результаты, полученные экспериментально в работах [1, 2], могут найти применение для расчета процесса теплопередачи, только для таких скоростей потока и поверхностей теплообмена, которые применялись в опытах. Теоретический же расчет может быть применен и за пределами эксперимента, но он потребует опытной проверки.

Изучение процесса теплоотдачи к потоку от поверхности теплообмена, в стенках которой устроена резонансная система, осложняется быстрым изменением местного коэффициента теплоотдачи α_l по поверхности. Наибольшее значение местный коэффициент теплоотдачи имеет в области, расположенной над устьями резонаторов. Для гладких участков поверхности, находящихся между устьями резонаторов, величина местного коэффициента теплоотдачи снижается. Для получения среднего коэффициента теплоотдачи к потоку от поверхности, в стенках которой устроена резонансная система, применим следующую формулу усреднения:

$$\overline{\alpha}_f = \alpha_{f1}\frac{F_1}{F} + \chi\alpha_{f_0}\left(1 - \frac{F_1}{F}\right), \tag{1}$$

где α_{f_1} — местный коэффициент теплоотдачи для области, расположенной над устьями резонаторов, χ — коэффициент, характеризующий возмущающее действие вихрей, поступающих в поток и интенсифицирующих теплоотдачу от участков гладкой поверхности, расположенной между устьями резонаторов, к потоку, α_{f_0} — местный коэффициент теплоотдачи для гладких участков поверхности, F_1/F — доля общей поверхности теплообмена, занимаемая устьями резонаторов, $(1 - F_1/F)$ — доля общей поверхности, занимаемая гладкими промежутками, расположенными между устьями резонаторов. Значение коэффициента теплоотдачи α_{f_0} легко вычислить по эмпирическим формулам, известным из теории теплопередачи [4]. Для продольного обтекания потоком воздуха цилиндра с гладкой поверхностью воспользуемся следующей эмпирической формулой:

$$\mathrm{Nu}_{f_0} = 0{,}018\ \mathrm{Re}_f^{0,8}. \tag{2}$$

Перейдем теперь к определению значения местного коэффициента теплоотдачи α_{f_1} для области, расположенной над устьями резонаторов. Процесс теплоотдачи от стенки цилиндра к потоку описывается уравнением теплообмена, которое линейно относительно искомой функции — коэффициента теплоотдачи α_{f_1}. Решение такого уравнения мы можем выразить в виде ряда, каждый член которого в свою очередь будет решением уравнения теплообмена. Членами ряда могут быть коэффициенты теплоотдачи α_{f_i} или критерии Нуссельта Nu_{f_i}, связанные с физическими явлениями, влияющими на процесс теплоотдачи. Следовательно, можно написать

$$\alpha_{f1} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{f_i}. \tag{3}$$

Для рассматриваемого вопроса достаточно только первых двух членов ряда и тогда

$$\alpha_{f_1} = \alpha_{f_0} + \alpha'_{f_0} = -\frac{\lambda}{t_w - t_{f\infty}}\left[\left(\frac{\partial t_{f_0}}{\partial R}\right)_{R=R_0} + \left(\frac{\partial t'_{f_0}}{\partial R}\right)_{R=R_0}\right], \tag{3а}$$

где λ — коэффициент теплопроводности воздуха, t_w — температура стенки, $t_{f\infty}$ — температура потока, R_0 — радиус цилиндра.

Первый член ряда α_{f_0} определяется из формулы (2). Для вычисления второго члена ряда α'_{f_0} необходимо знать нормальный температурный градиент $\partial t'_{f_0} / \partial R$ в окрестности цилиндра, обусловленный только явлениями вихреобразования у резонаторов. Его значение вычислим из уравнения теплопроводности

$$\Delta t_f = \frac{\overline{\mathbf{v}}_n}{a}\,\mathrm{grad}_n\, t_f, \tag{4}$$

решаемого методом последовательных приближений. В правую часть уравнения (4) подставим вектор скорости вторичного потока $\overline{\mathbf{v}}_n$, усредненный по сечению устья резонатора и по времени. Этот вектор направлен перпендикулярно вектору скорости $\mathbf{u}$ главного потока, омывающего цилиндр. В правую часть уравнения (4) подставим также коэффициент температуропроводности a и среднее значение нормального температурного градиента $\overline{\partial t_{f_0}}/\partial R$, который устанавливается в случае теплоотдачи от гладкого цилиндра к потоку.

Среднее значение вектора скорости вторичного потока $\mathbf{v}_n$ можно вычислить, исходя из следующих соображений. При омывании резонансной системы потоком в полостях резонаторов возникает движение воздуха. При полусферической и цилиндрической форме резонатора воздух движется сферическими слоями, вращаясь вокруг полярной оси сферы, совпадающей с плоскостью устья резонатора. За каждый период автоколебания возникающий вторичный поток вытекает из полости только в течение времени полупериода. В работе [3], на основании исследований Толлмиена [5], был рассчитан для плоского случая объем воздуха, протекающий сквозь поперечное сечение пограничного слоя, образующегося над полостью резонатора. Исследование Толлмиена [5], а также экспериментальные данные о распределении скорости в поперечном сечении пограничного слоя [6—8], оказалось возможным, как показывает сделанное далее сравнение теории с экспериментами, применить и для объемной задачи, когда мы имеем дело с резонаторами полусферической и цилиндрической формы. Это означает, что при рассмотрении явлений в пограничном слое над полостью резонатора можно пренебречь кривизной передней кромки устья резонатора, от которой берет начало пограничный слой. В этом случае, согласно работе [3], секундный объем воздуха, протекающего через поперечное сечение пограничного слоя длиной, равной диаметру резонатора d_0, будет равен

$$Q_0 = 0{,}125\ U_0 x d_0. \tag{5}$$

Здесь U_0 — скорость главного потока, x — расстояние от передней кромки устья цилиндрического резонатора до рассматриваемого поперечного сечения, d_0 — диаметр полости резонатора.

Будем считать, как и в работе [3], что воздух из пограничного слоя в течение времени полупериода втекает во вторую, более дальнюю по направлению главного потока, половину круглого сечения устья резонатора. В последующий же промежуток времени, равный полупериоду, воздух вытекает из первой, ближайшей половины сечения, в область пограничного слоя. Тогда секундное количество воздуха, втекающего в область пограничного слоя из полости резонатора, будет равно

$$Q_0' = \frac{\pi r_0^2}{2}\bar{v}, \tag{6}$$

где $\bar{v}$ — усредненная по сечению устья резонатора и времени скорость вторичного потока, вытекающего из полости резонатора; r_0 — радиус цилиндрического резонатора. Очевидно только половина секундного объема воздуха Q_0, протекающего через сечение, при $x = r_0$, пограничного слоя, может питаться за счет вторичного потока из полости резонатора. Остальная половина черпается из главного потока. Следовательно, можно написать

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0'. \tag{7}$$

Тогда из выражений (5), (6) и (7) можно вычислить интересующую нас величину

$$\overline{\mathbf{v}} = 0{,}08 U_0, \tag{8}$$

которую мы в дальнейшем и подставим в правую часть уравнения теплопроводности (4).

Займемся теперь определением среднего значения нормального температурного градиента $\overline{\partial t_{f_0}}/\partial R$, который установится в случае теплоотдачи от стенки цилиндра с гладкой поверхностью к продольному вынужденному потоку. Выражение для поперечного градиента температуры в бесконечном плоскопараллельном турбулентном потоке, текущем вдоль бесконечной плоской поверхности, полученное из соображений размерности, имеет следующий вид [8, § 54]:

$$\frac{dt_f}{dy} = \beta \frac{q}{\rho g c_p \varkappa v_* y}. \tag{9}$$

Здесь q — поток тепла, направленный вдоль оси y, перпендикулярной бесконечной плоской поверхности, ρ — плотность воздуха, g — ускорение силы тяжести, c_p — теплоемкость воздуха, β и $\varkappa$ — численные постоянные, определяемые экспериментально. Из одновременных измерений профиля скоростей и температур в трубах и при обтекании плоских пластинок для β получается значение около 0,7. По результатам измерений распределения скоростей вблизи стенок трубы при турбулентном течении в ней было получено значение $\varkappa = 0{,}417$. Величина v_* имеет размерность скорости и играет роль некоторой, характерной для рассматриваемого турбулентного движения, скорости. Примерно такая по величине скорость будет иметь место на внешней границе ламинарного подслоя. Величину v_* можно рассчитать из уравнения, получаемого путем приравнивания силы давления, действующего на рассматриваемое поперечное сечение потока, полной силе трения. Для случая турбулентного течения в трубе было получено [8, § 43]

$$v_* = \sqrt{\frac{\Delta p \, . \, R_0}{2\rho l}}, \tag{10}$$

где Δp — разность давлений на концах трубы, R_0 — радиус трубы и l — ее длина. Разность давлений Δp можно вычислить по общеизвестной формуле

$$\Delta p = \xi \frac{l}{D_0} \frac{\rho U_0^2}{2}, \tag{11}$$

в которой ξ — коэффициент трения, U_0 — скорость потока и D_0 — диаметр трубы. Мы используем выражение (10) для рассматриваемого случая. Это означает, что при расчете силы давления мы принимаем для внешнего потока то же поперечное сечение, которое было принято в случае трубы.

Тепловой поток q, входящий в формулу (9), вычислим из уравнения

$$q = \alpha_{f_0} (t_w - t_{f\infty}) = \frac{0{,}018 \, \mathrm{Re}_f^{0,8} \lambda}{D_0} (t_w - t_{f\infty}), \tag{12}$$

использовав для определения коэффициента теплоотдачи от стенки гладкого цилиндра к продольному потоку формулу (2). В уравнении (12) λ означает коэффициент теплопроводности. Применим формулу (9), с учетом всех сделанных разъяснений, для интересующего нас случая продольного обтекания цилиндра. После преобразования получим следующее выражение:

$$\frac{\partial t_{f_0}}{\partial R} = \frac{0{,}119}{10^4} \frac{\mathrm{Re}_f^{0,8} (t_w - t_{f\infty}) \lambda}{\sqrt{\xi} \, \gamma \, c_p U_0 R_0 R}, \tag{13}$$

Подставим теперь в правую часть уравнения (4) выражения (8) и (13). Так как для процесса теплоотдачи имеют значение температурные градиенты, нормальные к стенке цилиндра, то мы получим после подстановок и преобразований, взамен уравнения (4), следующее:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial t'_{f_0}}{\partial R} \right) = \frac{3{,}42}{10^3} \frac{\mathrm{Re}_f^{0,8} (t_w - t_{f\infty})}{\sqrt{\xi} \, R_0 R}, \tag{14}$$

откуда мы определим интересующее нас значение

$$\frac{\partial t_{f_0}}{\partial R}=\frac{3,42}{10^3}\frac{\mathrm{Re}_f^{0,8}(t_w-t_{f\infty})}{\sqrt{\xi}\,R_0}. \tag{15}$$

Постоянную интегрирования c_1 примем равной нулю. Тогда выражение (15) будет означать, что температурный градиент постоянен в пределах от устья резонатора до той границы, у которой вторичное течение рассеивается.

Зная значение температурного градиента $\partial t_{f_0}/\partial R$, вычислим критерий

$$\mathrm{Nu}_f=\frac{6,84\,\mathrm{Re}_f^{0,8}}{10^3\sqrt{\xi}}. \tag{16}$$

Из формул (3а), (2) и (16) можно вычислить величину коэффициента теплоотдачи α_{f_1} от области поверхности теплообмена, занятой устьями резонаторов к потоку. Этот коэффициент остается постоянным во всех точках площади устья резонатора. Теперь по формуле (1) определится средний коэффициент теплоотдачи $\overline{\alpha}_f$ от поверхности, в стенках которой устроена резонансная система, к потоку.

Для удобства дальнейших рассуждений введем коэффициент интенсификации процесса теплоотдачи

$$\varepsilon=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}_f}{\mathrm{Nu}_{f_0}}=\frac{\overline{\alpha}_f}{\alpha_{f_0}}. \tag{17}$$

Тогда формула (1) при учете выражений (2), (3а) и (16) преобразуется в следующую:

$$\varepsilon=\left(1+\frac{0,38}{\sqrt{\xi}}\right)\frac{F_1}{F}+\chi\left(1-\frac{F_1}{F}\right). \tag{18}$$

Выражение (18) показывает, что эффект интенсификации процесса теплоотдачи не зависит от размеров резонаторов, а только от доли общей поверхности теплообмена, занимаемой устьями резонаторов. Второй член выражения, а именно $\chi\,(1-F_1/F)$ делается незначительным, когда резонансная система содержит очень большое количество резонаторов. Оптимальная форма резонатора требует, чтобы размер устья (его диаметр или ребро) и глубина полости были одинаковыми. Для уменьшения толщины стенки, в которой размещается резонансная система, можно применять резонаторы малого размера, не снижая эффекта интенсификации процесса теплоотдачи. Далее, выражение (18) показывает, что эффект интенсификации зависит от коэффициента трения ξ, значение которого для труб с гладкой поверхностью можно рассчитать по формуле, практически применимой для всех чисел Рейнольдса в турбулентной области [9, § 11]:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}}=2\lg\left(\mathrm{Re}_w\sqrt{\xi}\right)-0,8. \tag{19}$$

Критерий Рейнольдса Re_w должен быть вычислен по температуре стенки. Из формул (18) и (19) следует, что при увеличении числа Рейнольдса коэффициент интенсификации процесса теплоотдачи ε будет медленно нарастать. При $F_1/F=1$ коэффициент интенсификации ε будет иметь предельно возможную величину

$$\varepsilon=1+0,38/\sqrt{\xi}. \tag{20}$$

Коэффициент χ приобретает существенное значение, если величина F_1/F мала, и может быть вычислен из формулы (18) по выражению

$$\chi=\frac{\varepsilon-\left(1+\dfrac{0,38}{\sqrt{\xi}}\right)\dfrac{F_1}{F}}{1-\dfrac{F_1}{F}}. \tag{21}$$

Приведем сравнение теории с экспериментальными данными. В работе [1] были описаны результаты экспериментов с калориметрическими трубками пяти типов. Из них одна трубка была с гладкой поверхностью (трубка № 1), а остальные имели резонансные системы в стенках. Резонансная система трубки № 2 характеризовалась отношением $F_1/F = 0{,}0144$ и состояла из цилиндрических резонаторов, каждый из которых имел диаметр $d_0 = 0{,}5$ *мм* и глубину $h = 2{,}5$ *мм*. Трубка № 3 имела конические резонаторы с размерами $d_{осн} = 1{,}5$ *мм* и $h = 1{,}5$ *мм* при $F_1/F = 0{,}0577$. Резонансная система трубки № 4 имела крупные цилиндрические резонаторы с размерами $d_0 = 3{,}8$ *мм* и $h = 3{,}8$ *мм* при $F_1/F = 0{,}438$. Наконец, трубка № 5 имела резонаторы, состоящие из цилиндрической полости с размерами $d_{полости} = 2{,}5$ *мм* и $h_{полости} = 2{,}5$ *мм*. Полость резонатора сообщалась с внешней средой через горло с диаметром $d_{горла} = 0{,}9$ *мм*. Отношение F_1/F для трубки № 5 было равно 0,0246.

Экспериментально исследовалась теплоотдача от поверхности калориметрических трубок к продольному потоку. Результаты опытов были обработаны в критериях подобия Nu_f и Re_f. Была также получена для всех трубок с резонансными системами в стенках зависимость изменения коэффициента интенсификации процессов теплоотдачи $\varepsilon_э$ от критерия Рейнольдса Re_f.

Эксперименты, описанные в работе [1], были проведены в пределах $8 \cdot 10^3 < \mathrm{Re}_f < 30 \cdot 10^3$, что отвечает значениям $5 \cdot 10^3 < \mathrm{Re}_w < 20 \cdot 10^3$. Следовательно, значение коэффициента трения в опытах изменялось в пределах $0{,}0368 > \xi > 0{,}0269$. Подставив эти значения в формулу (20), найдем предельно возможное значение коэффициента интенсификации процесса теплоотдачи $\varepsilon = 2{,}88$ для нижней границы чисел Рейнольдса $\mathrm{Re}_f = 8 \cdot 10^3$ и $\varepsilon = 3{,}32$ для верхней $\mathrm{Re}_f = 30 \cdot 10^3$. Так как нет принципиальных препятствий к тому, чтобы распространить формулу (20) на область более высоких чисел Рейнольдса, найдем для $\mathrm{Re}_f = 300 \cdot 10^3$ значение $\varepsilon = 4{,}13$. Пользуясь формулой (18), произведем сравнение результатов экспериментов и теоретических расчетов. Наблюдается удовлетворительное совпадение коэффициента интенсификации процесса теплоотдачи $\varepsilon_т$, вычисленного по формуле (18), при $\chi = 1$ со значениями $\varepsilon_э$, полученными экспериментально для трубки № 4, с крупными резонаторами во всем диапазоне чисел Рейнольдса $8 \cdot 10^3 < \mathrm{Re}_f < 30 \cdot 10^3$. Так, например, при $\mathrm{Re}_f = 8 \cdot 10^3$, $\varepsilon_э / \varepsilon_т = 1{,}1$ и при $\mathrm{Re}_f = 30 \cdot 10^3$, $\varepsilon_э / \varepsilon_т = 1{,}09$, т. е. отклонение составляет величину 9—10% и объясняется тем, что $\chi > 1$.

Высокие экспериментальные значения $\varepsilon_э = 2$ при $\mathrm{Re}_f = 8 \cdot 10^3$ и $\varepsilon_э = 2{,}19$ при $\mathrm{Re}_f = 30 \cdot 10^3$ объясняются большим значением величины $F_1/F = 0{,}438$. На долю поверхности, занятой устьями резонаторов, падает почти половина общей поверхности. Значение коэффициента $\chi = 1{,}32$, полученное из формулы (21), не изменяется при увеличении числа Re_f от $8 \cdot 10^3$ до $30 \cdot 10^3$. Резонансные системы других калориметрических трубок №№ 2, 3 и 5 характеризуются очень малым значением отношения F_1/F, равным величинам от 0,0144 до 0,0577, поэтому коэффициент χ приобретает существенное значение. Не зная коэффициента χ, нельзя сделать сравнения $\varepsilon_э$ и $\varepsilon_т$ для этих трубок. Располагая экспериментальными значениями $\varepsilon_э$ из формулы (21), возможно определить величину коэффициентов χ для калориметрических трубок №№ 2, 3 и 5.

Для трубок № 2 с мелкими цилиндрическими резонаторами получим величину $\chi = 1{,}175$ для $\mathrm{Re}_f = 8 \cdot 10^3$ и $\chi = 1{,}505$ при $\mathrm{Re}_f = 30 \cdot 10^3$. Для трубки № 3 с коническими резонаторами формула (21), выведенная для другой формы резонатора, может быть применена условно и дает значение $\chi = 1{,}15$ для $\mathrm{Re}_f = 8 \cdot 10^3$ и $\chi = 1{,}515$ для $\mathrm{Re}_f = 30 \cdot 10^3$.

Резонансная система калориметрической трубки № 5 отличается большим коэффициентом усиления колебательной скорости. Вследствие иной формы резонаторов, каждый из которых состоит из цилиндрической полости, сообщающейся с внешней средой через горло, картина вихреобразований у устьев резонаторов будет, вероятно, иной, нежели предусматривает данная теория. Поэтому и в этом случае формула (21) может быть применена только условно. Для трубки № 5 мы получим значение $\chi = 1{,}59$, которое не меняется при изменении числа Рейнольдса Re_f. По-видимому, при крупных резонаторах, как у трубки № 4, и при резонаторах с большим коэффициентом усиления колебательной скорости, как у трубки № 5, уже при относительно небольшой скорости главного потока возникают мощные вторичные течения, вследствие чего коэффициент χ не зависит от числа Рейнольдса.

Вторичные течения у резонаторов трубок №№ 2 и 3 при небольших скоростях главного потока, по-видимому, слабы, вследствие чего и коэффициент χ мал. С увеличением скорости главного потока мощность вторичных течений возрастает, растет и коэффициент χ, который в этом случае будет зависеть от числа Рейнольдса.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Н. Кубанский. Поведение резонансной системы в потоке. Ж. техн. физ., 1957, 21, 1, 180—188.
2. Н. А. Скнарь. Новый способ интенсификации конвективного теплообмена в трубных пучках. Техн. архив ЦКТИ № 6323, 1952.
3. П. Н. Кубанский. К теории вихреобразований в окрестности резонатора, омываемого потоком воздуха. Акуст. ж., 1959, 5, 3, 324—331.
4. М. А. Михеев. Основы теплопередачи. М.— Л., Гостехиздат, 1956.
5. W. Tollmien. Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge. Z. Math. u. Mech., 1926, 6, 6, 468—478.
6. Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости. Под ред. Гольдштейна, т. II., М., ИЛ, 1948.
7. Г. Н. Абрамович. Турбулентные свободные струи жидкостей и газов. М.— Л., Госэнергоиздат, 1948.
8. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1954.
9. Л. Прандтль. Гидроаэромеханика. М., ИЛ, 1951.

Ленинградский технологический институт целлюлозно-бумажной промышленности

Поступила в редакцию 6 июля 1960 г.