

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ивановский. Теоретическое и экспериментальное изучение потоков, вызванных звуком. М., Гидрометеониздат, 1959.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
7 июля 1961 г.

ОБ ОДНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ЯВЛЕНИИ В АКУСТИКЕ

Н. С. Степанов

При анализе нелинейного взаимодействия акустических волн обычно ограничиваются решением линеаризованных уравнений первого и второго приближения [1,2]. Заслуживает внимания также другая постановка задачи: считая параметры среды заданными функциями пространства и времени, рассмотреть, какое влияние оказывает на распространение слабого сигнала их изменение (последнее может быть достигнуто, например, при помощи более мощной «параметрической» волны). В работах [3, 4] рассчитана и измерена фазовая модуляция сигнала в том случае, когда свойства среды можно считать изменяющимися только во времени. Здесь мы рассмотрим распространение плоской волны в идеальной среде, параметры которой зависят от времени и одной пространственной координаты.

Для линеаризации уравнений полагаем, что давление p , плотность ρ и другие зависимые переменные можно представить в виде сумм

$$p = p_m + p_s, \quad \rho = \rho_m + \rho_s, \quad (1)$$

где члены с индексом m — значения указанных величин в отсутствие сигнала, которые мы рассматриваем как известные переменные параметры, а составляющие с индексом s означают малый добавок, соответствующий сигналу. Тогда в переменных Лагранжа a, t из уравнения движения и условия сохранения вещества нетрудно получить уравнения:

$$\frac{\partial p_s}{\partial a} = -\rho_0 \frac{\partial v_s}{\partial t}, \quad \frac{\partial v_s}{\partial a} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_s}{\rho_m^2} \right), \quad (2)$$

где $\rho_0(a)$ — начальное распределение плотности, v_s — добавок к скорости. Линеаризуя же уравнение состояния $p = p(\rho, s)$, где s — энтропия, получаем

$$p_m + p_s = p(\rho_m, s_m) + \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_m} \cdot \rho_s, \quad (3)$$

откуда $p_s = c^2 \rho_s$, где величину $c^2 = \partial p / \partial \rho_m$ тоже считаем заданной функцией a и t . Исключая ρ_s из (2), получим систему двух уравнений с переменными коэффициентами:

$$\frac{\partial p_s}{\partial a} = -\rho_0 \frac{\partial v_s}{\partial t}, \quad \frac{\partial v_s}{\partial a} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0}{c^2 \rho_m^2} p_s \right), \quad (4)$$

которая аналогична уравнениям длинной линии с переменной погонной емкостью и не зависящей от времени индуктивностью, причем аналогами напряжения, в линии V , тока I , погонной индуктивности L , емкости C здесь соответственно являются составляющая давления p_s , составляющая скорости v_s , начальная плотность ρ_0 и величина $\rho_0 / c^2 \rho_m^2$.

Исследованию линии с переменными параметрами посвящен ряд работ, например [5—7]; известно, что в подобных системах возможно усиление и преобразование спектра сигнала. Приведем здесь лишь случай, когда параметр $n = \rho_0 / c \rho_m$ (величина, обратная скорости в лагранжевых переменных) изменяется по закону

$$n = n_0 \left[1 + m \cos \Omega \left(t - \frac{a}{u} \right) \right], \quad (5)$$

причем $n_0 = 1/u$. Пусть входной сигнал задан в виде

$$p_s(0, t) = z_B(0, t) \cdot v_s(0, t) = p_0 \cos \omega_0 t, \quad (6)$$

где $z_B = \rho_m c = \rho_0 / n$ — «волновое сопротивление» среды. При $m \ll 1$, $\Omega \ll \omega_0$ (точ-

нее см. [6]) находим решение в приближении «геометрической акустики»:

$$p_s(a, t) = z_B(a, t) \cdot v_s(a, t) = p_0 (e^{\alpha a} \cos^2 \beta + e^{-\alpha a} \sin^2 \beta)^{-1} \times \\ \times \sin \left\{ \frac{2\omega_0}{\Omega} \left[\text{Arctg} (e^{-\alpha a} \text{tg} \beta) - \frac{\pi}{4} \right] \right\}, \quad (7)$$

где $\alpha = m\Omega / u$, $\beta = \Omega / 2 (t - a / u) + \pi / 4$. Отсюда следует, что по мере распространения происходит амплитудно-фазовая модуляция волны, что приводит к появлению в ее спектре комбинационных составляющих. Хотя эти составляющие и не могут превысить по амплитуде входной сигнал [6], средняя за период $2\pi / \Omega$ интенсивность волны, вследствие появления новых частот, увеличивается по закону $\text{sh} \alpha a$, т. е. происходит непрерывная перекачка энергии из «параметрической» волны в слабый сигнал.

Приведем некоторые оценки, показывающие, что этот эффект может быть достаточно сильно выражен при умеренных лабораторных условиях. В качестве критерия, очевидно, можно взять условие

$$\alpha = m\Omega a / u = 2\pi m N \geq 1, \quad (8)$$

где $N = a / \lambda$, $\lambda = 2\pi u / \Omega$ — длина «параметрической» волны. Если амплитуда последней $\Delta p_m \ll p$,

$$m = \frac{\Delta n}{n} = \left(\frac{1}{c} \frac{dc}{dp} + \frac{1}{\rho c^2} \right) \Delta p_m. \quad (9)$$

Для воды, например, $c \approx 1,5 \cdot 10^5$ см/сек, $dc/dp \approx 1,7 \cdot 10^{-5}$ см/сек·бар [4], и при давлении $\Delta p_m \approx 5,5 \cdot 10^5$ бар, соответствующем интенсивности $J_m = \Delta p_m^2 / 2z_B \approx 0,1$ Вт/см², имеем $m \approx 1,6 \cdot 10^{-10} \Delta p_m \approx 8,6 \cdot 10^{-5}$. Тогда условие (8) будет выполнено, если в пространстве взаимодействия укладывается $N \geq 1850$ волн параметра; при $\Omega / 2\pi = 2$ МГц для этого нужна установка длиной 140 см. С увеличением мощности и частоты «параметрической» волны это расстояние может быть уменьшено.

Указанный здесь эффект связан с изменением скорости распространения сигнала. При относительно быстром изменении параметров ($\Omega \sim \omega_0$) возможны резонансные явления, на которых мы здесь останавливаться не будем [7].

Сказанное позволяет утверждать, что акустические системы с переменными параметрами также представляют интерес для целей усиления и преобразования колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Михайлов. Искажение и взаимодействие акустических волн в вязкой среде. Докл. АН СССР, 1956, 109, 1, 68—71.
2. Г. Д. Михайлов. Явление амплитудной модуляции в акустических комбинационных волнах. Акуст. ж., 1957, 3, 4, 376—378.
3. Г. С. Горелик, В. А. Зверев. К вопросу о взаимодействии звуковых волн. Акуст. ж., 1955, 1, 4, 339—342.
4. В. А. Зверев, А. И. Калаев. Измерение взаимодействия звуковых волн в жидкостях. Акуст. ж., 1958, 4, 4, 320—324.
5. С. И. Аверков, Н. С. Степанов. Распространение волн в системе с бегущим параметром. Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 1959, 2, 2, 203—212.
6. Н. С. Степанов. Распространение волн в системах с переменными параметрами. Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 1960, 3, 4, 672—682.
7. Н. С. Степанов. О резонансном отражении волн в системе с периодически изменяющимися параметрами. Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 1961, 4, 4, 656—664.

Н.-и. радиофизический институт
при Горьковском государственном
университете

Поступило в редакцию
7 октября 1960 г.