АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VIII 1962 Вып. 1

О МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СРЕД СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ПРИ ПОМОЩИ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО ЗВУКОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Г. А. Андреев, В. А. Зверев

Экспериментально определены временные корреляционные функции и интервалы корреляции рассеянного акустического частотно-модулированного излучения в море в частных гидрометеорологических условиях. На основании теории рассеяния на блуждающих неоднородностях вычислены среднеквадратичные скорости движения неоднородностей морской среды. Приведены блок-схемы аппаратуры, использованной при проведении экспериментов и при статистической обработке экспериментальных результатов.

При изучении распространения волн в статистически-неоднородных средах необходимо знать статистические характеристики случайных неоднородностей среды и обусловленные их наличием случайные изменения параметров распространяющихся сигналов. Обычно такие сведения получают либо измеряя непосредственно флюктуации характеристик среды, например температуры, скорости течения (в море), показателя преломления электромагнитных волн в атмосфере и так далее, либо измеряя флюктуации монохроматического сигнала при непрерывном или импульсном излучении [1, 2, 10]. При непрерывном монохроматическом излучении к флюктуациям сигнала, вызванным неоднородностью среды, добавляются нежелательные интенсивные флюктуации сигналов, отраженных от границ раздела (волнующаяся поверхность моря и тому подобное). Поэтому для таких измерений чаще применяют импульсный метод [3—7].

Нами использован метод непрерывного излучения с применением пилообразной частотной модуляции. Такой метод позволяет вести наблюдение за определенным элементом объема среды путем выделения соответствующей области спектра и, кроме того, позволяет легко осуществить когерентный прием, необходимый для использования эффекта Допплера, возникающего при движении рассеивателей.

Рассмотрим рассеяние частотно-модулированного излучения в среде с движущимися случайными неоднородностями. Сигнал, частота которого изменяется по закону «неравносторонней пилы» (фиг. 1), излучается в среду и одновременно подается на вход звукоприемного тракта в качестве опорного. Изменение частоты во времени описывается соотношениями $\omega(t) = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{T} t$ и $\omega(t) = \omega(t + nT)$ при $n = 0, 1, 2, \ldots$. Рассеянные сигналы, поступающие на вход звукоприемного тракта, запаздывают относительно опорного на время $\theta_i(t) = 2r_i(t)/c$. В приведенных формулах $\omega_0 = 2\pi f_0$ — начальная круговая частота пилообразной частотной модуляции, $\Delta\omega = 2\pi\Delta F$ — девиация круговой частоты, T — период частотной модуляции, $r_i(t)$ — расстояние от i-го элементарного рассеивающего объема до приемно-передающей акустической антенны, отвечающее моменту времени t. Предполагается, что передающая и приемная акустические антенны совмещены, т. е. угол рассеяния $\beta \approx \pi$. После совместного детектирования опорного и рассеянного сигналов, сигнал на выходе сглаживающего фильтра нижних частот можно представить в виде

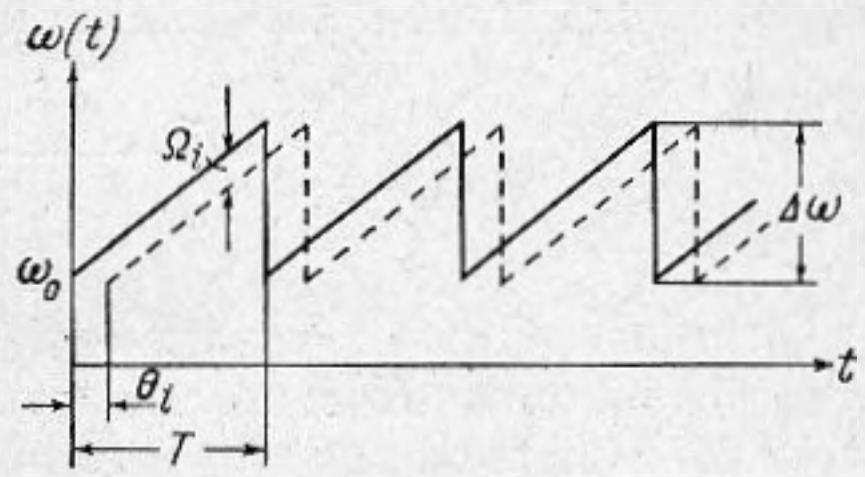
$$u(t) = \sum_{i=1}^{N} A_i \cos[\Omega_i(t)\, t + \eta_i(t)] = \sum_{i=1}^{N} A_i \cos \varphi_i(t). \qquad (1)$$

Заметим, что элементарный рассеивающий объем по азимуту и углу места ограничен диаграммами направленности приемной и излучающей акустических антенн, а его размер в направлении излучения определяется пространственной разрешающей способностью $\Delta r = c/\Delta F$.

Поясним получение соотношения (1) при наличии на входе детектора опорного сигнала $u_0 = u_{m0}\cos\varphi_1(t)$ и рассеянного сигнала $u_р = u_{mр}\cos\varphi_2(t)$ от одного элементарного объема в случае неподвижных рассеивателей. Из фиг. 1 видно, что фаза опорного сигнала $\varphi_1(t)$ и фаза рассеянного сигнала $\varphi_2(t)$ выражаются так:

$$\varphi_1(t) = \int_0^t \left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{T}t\right)dt;$$

$$\varphi_2(t) = \int_0^{t-\theta} \left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{T}t\right)dt.$$



Фиг. 1

Фильтр, стоящий после детектора, пропускает лишь разностный сигнал вида $E(t) = A\cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)]$. Подставив сюда выражения для $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$, мы получим после интегрирования $E(t) = A\cos(\Omega t + \eta) = A\cos\varphi(t)$, где $\Omega = \frac{\Delta\omega}{T}\theta$ — частота, равная разности частот опорного и рассеянного сигналов, $\eta = \omega_0\theta - \frac{\Delta\omega\theta^2}{2T}$ и $\varphi(t) = \frac{\Delta\omega\theta}{T}t + \omega_0\theta - \frac{\Delta\omega\theta^2}{2T}$. При движении рассеивателей величина θ, а следовательно, и величины Ω и η зависят от t. Для устранения нежелательных низкочастотных составляющих, которые могут возникнуть при детектировании, должно выполняться неравенство $u_{m0} \gg u_{mр}$.

Рассмотрим изменения $\varphi_i(t)$ в выражении (1), вызванные перемещениями рассеивателей. В общем случае рассеиватели перемещаются хаотически с различными скоростями. Для оценки влияния отдельных членов, входящих в $\varphi_i(t)$, ограничимся рассмотрением рассеяния от одного элементарного объема. Предположим, что за некоторое время τ произошло изменение местоположения рассеивателей от r_0 до $r(\tau) = r_0 + v\tau$, где r_0 — расстояние элементарного рассеивающего объема от приемно-передающей акустической антенны в момент $t = 0$; v — средняя скорость перемещения рассеивателей. Разность фаз между опорным и рассеянным сигналами будет

$$\Delta\varphi_v = \int_{\tau - 2r(\tau)/c}^{\tau} \left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{T}t\right)dt = \frac{2\omega_0(r_0 + v\tau)}{c} + \frac{2\Delta\omega(r_0 + v\tau)}{cT} - \frac{2\Delta\omega(r_0 + v\tau)^2}{c^2}.$$

При $v = 0$ это выражение дает разность фаз $\Delta\varphi_0$ между опорным и рассеянным сигналами при неподвижных рассеивателях:

$$\Delta\varphi_0 = \frac{2\omega_0 r_0}{c} + \frac{2\Delta\omega}{T}\frac{r_0}{c}\tau - \frac{2\Delta\omega}{T}\left(\frac{r_0}{c}\right)^2.$$

Заметим, что поскольку $\theta = 2r_0/c$, выражение для $\Delta\varphi_0$ совпадает с полученным выше выражением для $\varphi(t)$. Используя выражения для $\Delta\varphi_v$ и $\Delta\varphi_0$, мы получим соотношение для изменения фазы, вызванного движением рассеивателей

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_v - \Delta\varphi_0 = \frac{2\omega_0 v\tau}{c} + 2\Delta\omega\frac{v\tau}{c}\frac{\tau}{T} - \frac{2\Delta\omega v\tau}{c} - 4\Delta\omega\frac{v\tau}{c}\frac{r_0}{cT} \qquad (2)$$

Обычно при экспериментах параметры излучения с пилообразной частотной модуляцией удовлетворяют соотношениям $\Delta\omega \ll \omega_0$ и $2r_{max} \ll cT$. Поэтому в выражении (2) существенное значение по сравнению с другими имеет член $2\omega_0 v\tau/c = 2k_0 v\tau$. Этот член и обуславливает допплеровское расширение спектра сигнала. Таким образом, фаза достаточно узкополосного частотно-модулированного сигнала изменяется при перемещении рассеивателей также, как и при монохроматическом излучении [8, 9].

Известно, что корреляционная функция суммы синусоидальных сигналов равна сумме корреляционных функций слагаемых, т. е.

$$\psi_u(\tau) = \overline{u(t)\, u(t+\tau)} = \sum_{i=1}^{N} \overline{u_i(t)\, u_i(t+\tau)}. \tag{3}$$

Для рассеянного излучения с пилообразной частотной модуляцией A_i и $\eta_i(t)$ статистически независимы, и корреляционная функция i-го слагаемого в выражении (1) имеет вид:

$$\overline{u_i(t)\, u_i(t+\tau)} = \frac{A_i^2}{2} \cos\Omega_i\tau \cdot \overline{\cos\Delta\eta}. \tag{4}$$

Имея в виду оценку членов, входящих в выражение (2), заменим $\Delta\eta$ через $\Delta\alpha = 2k_0 v\tau$ и представим соотношение (4) в виде

$$\overline{u_i(t)\, u_i(t+\tau)} = \frac{A_i^2}{2} \cos\Omega_i\tau \cdot \overline{\cos\Delta\alpha}. \tag{4a}$$

Использовав это выражение и заметив, что $A_i^2/2 = \int\limits_{\Delta\Omega} F(\Omega)\, d\Omega$, где $F(\Omega)$ — спектральная плотность мощности на выходе фильтра нижних частот, мы приведем выражение (3) к форме

$$\psi_u(\tau) = \psi_A(\tau)\, \overline{\cos\Delta\alpha}, \tag{5}$$

где

$$\psi_A(\tau) = \int\limits_0^\infty F(\Omega) \cos\Omega\tau d\Omega.$$

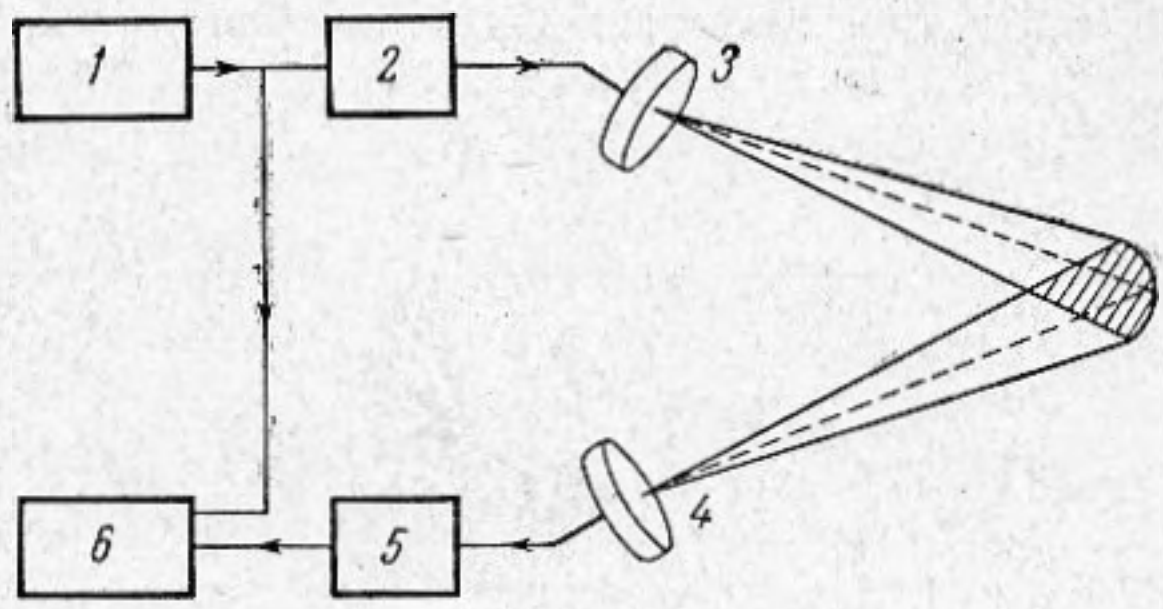
Вид $F(\Omega)$ зависит от пространственного распределения рассеивателей, их отражательной способности и так далее. Обычно $F(\Omega)$ убывает с ростом Ω. Ширина полосы частот спектра $F(\Omega)$ имеет порядок $\Delta\omega$. Из этого следует, что $\psi_A(\tau)$ при усреднении по одному периоду T имеет плавный спад и при $\tau > 1/\Delta F$ практически всегда обращается в нуль. При усреднении по многим периодам $\psi_A(\tau) = \psi_A(\tau + nT)$, где $n = 1, 2, \ldots$.

Предположим, что флюктуация фазы $\Delta\alpha$ подчиняется нормальному закону распределения. Тогда имеет место известное соотношение $\overline{\cos\Delta\alpha} = e^{\frac{-\overline{(\Delta\alpha)^2}}{2}}$. В работе [9], при предположении, что рассеиватели за небольшой промежуток времени двигались равномерно, для $\overline{(\Delta\alpha)^2}$ получено следующее выражение: $\overline{(\Delta\alpha)^2} = 4k_0^2 v^2\tau^2$. Здесь k_0 — волновое число в среде, в которой распространяется сигнал, и $\sqrt{\overline{v^2}}$ — среднеквадратичная скорость перемещения рассеивателей. Используя два приведенных соотношения, можно выражение (5) представить в виде

$$\psi_u(\tau) = \psi_A(\tau)\, e^{-2k_0^2 v^2 \tau^2}. \tag{6}$$

Фиг. 8—13

При неподвижных рассеивателях спектр на выходе фильтра нижних частот остается неизменным от периода к периоду, поэтому корреляционная функция $\psi_u(\tau)$, полученная усреднением по многим периодам, будет представлять собою последовательность «корреляционных пиков» $\psi_A(\tau)$, неубывающих по высоте и отстоящих друг от друга на интервал T по оси времени τ. Действительно, из выражения (6) при $\overline{v^2} = 0$ следует, что $\psi_u(\tau) = \psi_A(\tau) = \psi_A(\tau + nT)$.



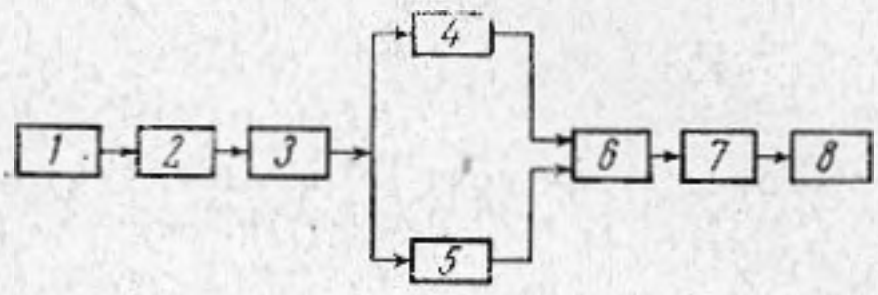
Фиг. 2

В случае рассеяния на движущихся неоднородностях корреляционная функция $\psi_u(\tau)$ будет также представлять собою последовательность «корреляционных пиков» $\psi_A(\tau)$, но высота их будет спадать в соответствии с экспоненциальным множителем в выражении (6).

Обозначим через τ_0 время, за которое огибающая в выражении (6) спадает в e раз. Тогда мы получаем

$$\overline{v^2} = \frac{1}{2k_0^2\tau_0^2}. \tag{7}$$

Таким образом, по экспериментальным корреляционным кривым, полученным путем усреднения по нескольким периодам частотной модуляции, можно определить временной интервал корреляции τ_0 рассеянного частотно-модулированного сигнала, а с помощью выражения (7) — среднеквадратичную скорость перемещения неоднородностей.



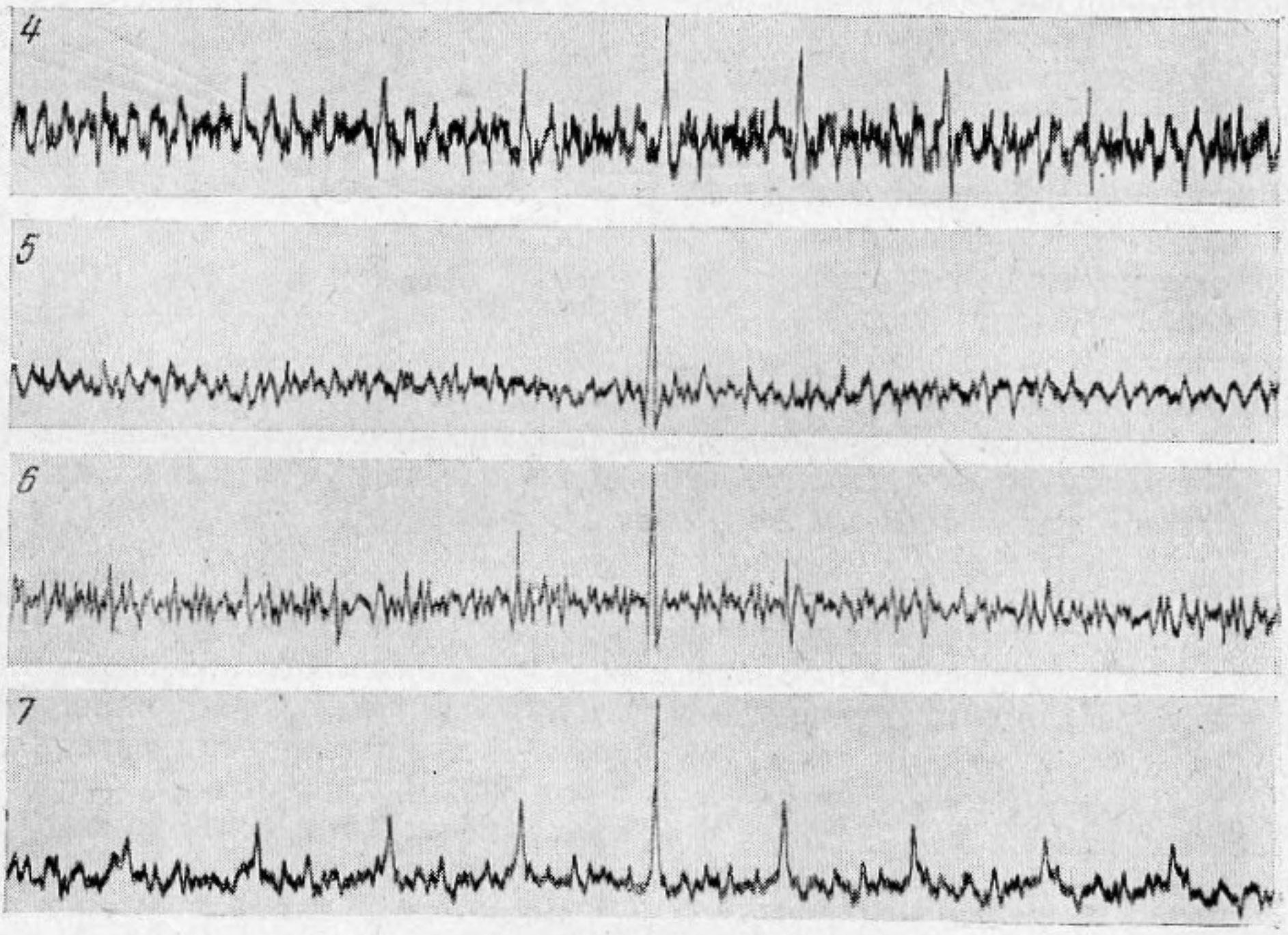
Фиг. 3

Блок-схема аппаратуры, использованной при экспериментах, приведена на фиг. 2. С генератора *1* сигнал с пилообразной частотной модуляцией после усилителя мощности *2* поступал на направленный излучатель *3* и излучался в среду. Рассеянные сигналы, принятые направленным звукоприемником *4*, после усилителя *5* записывались на магнитофоне *6* вместе с опорным сигналом, поступающим непосредственно от генератора *1*.

Статистическая обработка производилась по записям на магнитной ленте согласно блок-схеме, приведенной на фиг. 3. Сигнал, воспроизведенный магнитофоном *1*, подавался на детектор *2*, снабженный на выходе фильтром нижних частот. На выходе фильтра получался сигнал, описываемый выражением (1). Дальнейшая обработка этого сигнала осуществлялась с помощью оптического коррелометра, описанного в работе [11]. В этот коррелометр анализируемые процессы должны вводиться в виде плотностных фонограмм, записанных на 35-*мм* кинопленке. Поэтому электрический сигнал с детектора *2* поступал после усилителя *3* на два записывающих устройства *4* и *5*, превращавших исходную запись в две плотностные фонограммы на пленке. После фотохимической обработки эти фонограммы вводились в оптический коррелометр *6*, образующий на выходе сигнал, пропорциональный корреляционной функции процессов, записанных на фонограммах. Выходной сигнал коррелометра после усилителя *7* регистрировался на кинопленке с помощью обычного шлейфного осциллографа.

На фиг. 4 приведена корреляционная функция $\psi_u(\tau)$, полученная при эксперименте, проведенном в воздухе. Из за недостаточной направленно-

сти излучателя и приемника звука на вход приемного тракта поступали не только сигналы, обусловленные рассеянием в атмосфере, но и сигналы, отраженные местными предметами — поверхностью земли, качающимися вершинами деревьев и так далее. Поэтому в данном случае рассеиватели не являлись неподвижными и огибающая корреляционной функции $\psi_u(\tau)$ спадает во времени по экспоненциальному закону. Периодическая составляющая в промежутках между корреляционными пиками соот-



Фиг. 4 — 7

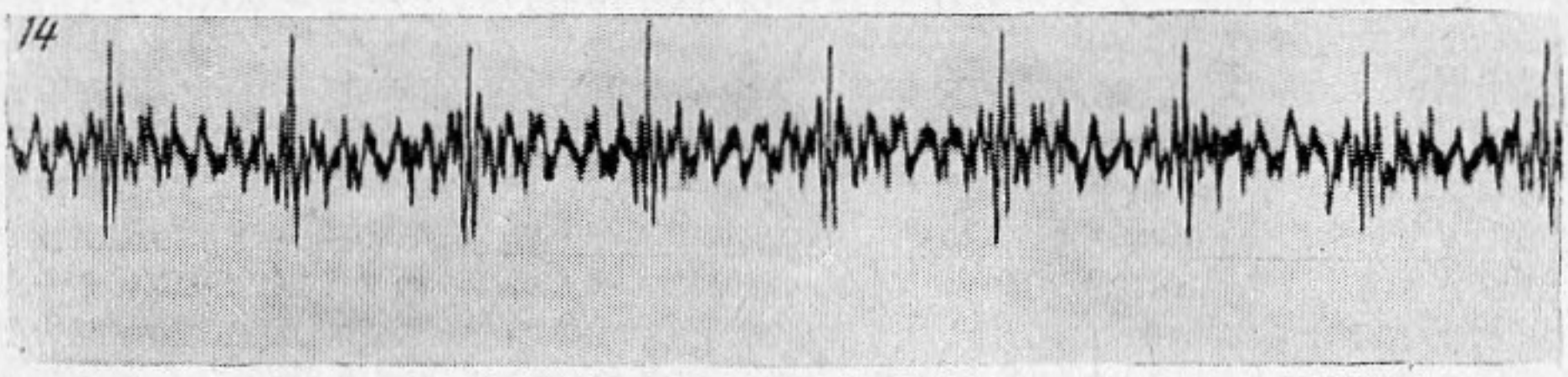
ветствует дискретным отражениям. Характеристики излучаемого сигнала в данном случае были следующими: $f_0 = 3{,}5$ *кгц*, $\Delta F = 150$ *кгц*, $T = 0{,}2$ *сек*. Время интегрирования в коррелометре T_u было равно 3 *сек*.

На фиг. 5, 6, 7 приведены корреляционные функции $\psi_u(\tau)$, полученные при статистической обработке сигналов, пораждаемых рассеянием звука на неоднородностях водной морской среды. Как известно, такое рассеяние приводит к возникновению явления, называемого морской реверберацией [3—7]. В наших морских экспериментах приемно-передающая акустическая система обладала большей направленностью, чем при воздушных экспериментах. Корреляционные функции, приведенные на фиг. 5 и 6 получены при одинаковых средних гидрометеорологических условиях, но при разных периодах частотной модуляции. Условия для фиг. 5 следующие: $f_0 = 7$ *кгц*, $\Delta F = 1000$ *гц*, $T = 1$ *сек*, $T_u = 3$ *сек*. Для фиг. 6 $T = 0{,}1$ *сек*, $T_u = 1{,}2$ *сек*, остальные данные прежние.

Из сопоставления фиг. 5 и 6 видно, что временной интервал τ_0 реверберационного процесса много меньше секунды. Поэтому на фиг. 5 наблюдается один корреляционный пик. Для фиг. 6 $\tau_0 = 0{,}1$ *сек*; на ней наблюдается несколько корреляционных пиков. Полагая скорость распространения звука в морской воде $c = 1{,}5 \cdot 10^5$ *см/сек*, и используя выражение (7), мы получаем на основании корреляционной функции, приведенной на фиг. 6, значение среднеквадратичной скорости перемещения неоднородностей, равное 21 *см/сек*.

На фиг. 7 приведена корреляционная функция, полученная при более спокойном состоянии моря. Здесь $f_0 = 7$ *кгц*, $\Delta F = 1000$ *гц*, $T = 0{,}1$ *сек*,

$T_u = 1{,}2$ *сек*. Масштаб времени тот же, что и на фиг. 6. Здесь временной интервал корреляции составляет 0,15 *сек* и соответственное значение среднеквадратичной скорости рассеивателей равно 10 *см/сек*. Во всех описанных экспериментах шумы аппаратуры, шумы моря и другие помехи были значительно ниже уровня принимаемого рассеянного звука.



Фиг. 14

Огибающая корреляционной функции $\psi_u(\tau)$ может спадать не только вследствие движения рассеивателей, но также и вследствие нестабильности аппаратуры. Сигналы, записываемые с помощью устройств 4 и 5 (фиг. 3), вследствие нестабильности движения пленки подвергаются паразитной частотной модуляции, что приводит к уменьшению временного интервала корреляции. Оценка относительной нестабильности скорости движения пленки в устройствах *4* и *5* производилась по корреляционной функции синусоидального сигнала (от стабильного генератора), записанного этими устройствами.

На фиг. 8 приведена поперечная запись синусоидального сигнала, полученная с помощью устройства *4* при подаче на вход усилителя *3* сигнала с частотой 20 *гц* от генератора 101-И. Скорость движения пленки в устройстве составляла 50 *мм/сек*. На фиг. 9 приведена соответственная плотностная запись, полученная с помощью устройства *5*. Наконец, на фиг. 10 приведена корреляционная функция, полученная при введении в коррелометр фонограмм, отвечающих фиг. 8 и 9. Продолжительность записи сигнала T_c на фиг. 8 и 9 составляет 0,5 *сек*; на фиг. 10 масштаб времени сжат в два раза по сравнению с масштабом на фиг. 8 и 9. Время интегрирования в коррелометре составляло 0,5 *сек*. Кривая, показанная на фиг. 10, находится в полном соответствии с теорией, из которой следует, что корреляционная функция отрезка синусоиды является косинусоидой, огибающая которой спадает по линейному закону.

На фиг. 11 приведена корреляционная функция для синусоиды с частотой 195 *гц* при скорости движения пленки 100 *мм/сек*. В отличие от линейного спада на фиг. 10, мы наблюдаем здесь более быстрый спад корреляционной функции. На фиг. 10 спад, обусловленный нестабильностью скорости пленки в устройствах *4* и *5*, проявился мало вследствие низкой частоты записываемого синусоидального сигнала (20 *гц*).

Расчет корреляционной функции синусоиды, модулированной случайным образом по частоте, приведен в работе [12]. Мы воспользуемся лишь известным соотношением между временем корреляции τ_1 и шириной полосы энергетического спектра Δf. Из фиг. 11 мы имеем $\tau_1 = 0{,}7$ *сек* и следовательно, при частоте 195 *гц*, $\Delta f = 1{,}4$ *гц*. Используя соотношение $\Delta f/f = \Delta v/v$, где v — средняя скорость движения пленки и Δv — среднеквадратичное отклонение относительной скорости движения пленок в устройствах *4* и *5*, мы получаем на основании фиг. 11 $\Delta v/v = 0{,}7\%$.

Заметим, что при наших экспериментах рассеянные частотно-модулированные сигналы записывались магнитофоном одновременно с опорным сигналом и при воспроизведении для дальнейшей статистической обработки использовались лишь сигналы с разностной частотой, не превышавшей 200 *гц*.

На фиг. 12 приведена корреляционная функция синусоиды с частотой 20 *гц* при $T_c \gg T_u = 12$ *сек*. Синусоида была получена в результате детектирования и последующей фильтрации двух сигналов с частотами 7000 и 7020 *гц*, воспроизведенных магнитофоном с ленты, на которой исходные сигналы были записаны от двух стабильных генераторов звуковой частоты. Из этой записи следует, что детонация магнитофона не превышает 0,15%, т. е. нестабильность скорости для магнитофона и устройств *4* и *5* имеет один и тот же порядок.

При использовании излучения с пилообразной частотной модуляцией стабильность задающего частотно-модулированного генератора должна удовлетворять условию $\Delta f \ll 1/T$, где Δf — уход частоты за время, равное периоду модуляции. На фиг. 13 приведена осциллограмма синусоиды разностной частоты, полученной после детектирования и фильтрации суммы сигнала от частотно-модулированного генератора и синусоидального сигнала от стабильного генератора звуковых частот. При $\Delta F = 0$ частота генератора с частотной модуляцией была равна 7000 *гц*, в то время как частота от генератора звуковых частот составляла 7005 *гц*. Скорость записи, отвечающая фиг. 13, составляла 25 *мм/сек*. Как видно из фигуры, стабильность частотно-модулированного генератора вполне удовлетворяет вышеприведенному условию при значениях T от 0,1 до 1 *сек*.

С целью проверки влияния всех рассматриваемых факторов в совокупности на поведение $\psi_u(\tau)$ был проведен эксперимент с приемом частотно-модулированного излучения, рассеянного неподвижными неоднородностями, с последующей статистической обработкой нескольких периодов частотной модуляции. На фиг. 14 приведена корреляционная функция $\psi_u(\tau)$, полученная в результате такого эксперимента. Параметры при опыте были следующими: $f_0 = 4$ *кгц*, $\Delta F = 300$ *гц*, $T = 1$ *сек*, время интегрирования $T_u = 12$ *сек*. Вид функции $\psi_u(\tau)$ на фиг. 14, представляющей последовательность неубывающих по высоте «корреляционных пиков», свидетельствует о достаточной стабильности аппаратуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Чернов. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. М., Изд-во АН СССР, 1958.
2. В. И. Татарский. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М., Изд-во АН СССР, 1959.
3. Ю. М. Сухаревский. Теория реверберации моря, обусловленной рассеянием звука. Докл. АН СССР, 1947, 55, 9, 825—828.
4. Ю. М. Сухаревский. Реверберация моря при направленном излучении и приеме звука. Докл. АН СССР, 1947, 58, 1, 61—64.
5. Ю. М. Сухаревский. Реверберация моря при наличии поглощения звука. Докл. АН СССР, 1947, 58, 2, 229—232.
6. Ю. М. Сухаревский. Некоторые особенности наблюдаемой реверберации моря. Докл. АН СССР, 1948, 60, 7, 1161—1164.
7. В. В. Ольшевский. Исследование статистических свойств реверберации моря. Отчет. Акуст. ин-т АН СССР, 1956.
8. Г. С. Горелик. К теории рассеяния радиоволн на блуждающих неоднородностях. Радиотехн. и электрон., 1956, 1, 695—703.
9. Г. С. Горелик. О влиянии корреляции скоростей рассеивателей на статистические свойства рассеянного излучения. Радиотехн. и электрон., 1957, 2, 10, 1227—1233.
10. С. Г. Гершман, Ю. И. Тужилкин. Измерение коэффициента поперечной корреляции непрерывного звукового сигнала в море. Акуст. ж., 1960, 6, 3, 292—298.
11. В. А. Зверев, Е. Ф. Орлов. Прибор для измерения спектров и корреляционных функций низкочастотных процессов. Приборы и техн. эксперим., 1960, 1, 50—57.
12. Б. Р. Левин. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, М., Сов. радио, 1957.

Н.-и. радиофизический институт
при Горьковском государственном
университете

Поступила в редакцию
16 декабря 1960 г.