АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VIII 1962 Вып. 1

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ЛУЧЕЙ В КРИСТАЛЛАХ

Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев

Дан простой вывод уравнений, позволяющих находить направления звуковых лучей в кристаллах; рассмотрено отражение от свободной границы. Показаны во можности использования теневого метода визуализации звукового поля и импульсной методики многократных отражений для экспериментального наблюдения хода лучей в кристаллах. Численные расчеты направлений лучей в кварце дали хорошее согласие с экспериментом.

Как известно, при распространении электромагнитной волны в кристалле направление переноса энергии (луча) в общем случае не совпадает с волновым вектором. Аналогичное явление имеет место и для ультразвуковых волн, распространяющихся в упруго-анизотропной среде.

Наиболее общий способ нахождения направлений ультразвуковых лучей может основываться на определении групповой скорости [1]. Вектор групповой скорости задает направление переноса энергии и равен

$$\boldsymbol{v}_{\text{л}} = \partial\omega / \partial\mathbf{q}, \tag{1}$$

где ω — частота, $\mathbf{q}$ — волновой вектор.

Абсолютное значение $\mathbf{q}$ в кристалле зависит от направления распространения и поляризации упругой волны. Записав уравнение поверхности волновых векторов в виде $F(q_i, \omega)=0$ и считая ω функцией q_i, имеем

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial q_i} = 0.$$

Откуда компоненты вектора лучевой скорости

$$v_{\text{л}i} = -\frac{\partial F}{\partial q_i} \Big/ \frac{\partial F}{\partial \omega}. \tag{2}$$

Так как вектор $\partial F / \partial \mathbf{q}$ перпендикулярен поверхности $F = 0$, то очевидно, что направление звукового луча будет задаваться нормально к соответствующей точке поверхности волновых векторов.

Для дальнейших вычислений необходимо найти вид $F(q_i, \omega)$. Рассмотрим общий случай распространения ультразвуковой волны в пьезоэлектрическом кристалле (ограничиваясь учетом линейного пьезоэффекта). Исходные уравнения, связывающие упругие и электрические величины, имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \rho \cdot \ddot{U}_i &= \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = c^E_{iklm} \cdot \frac{\partial u_{lm}}{\partial x_k} - e_{j,ik} \cdot \frac{\partial E_j}{\partial x_k}, \\ D_p &= \varepsilon^u_{pq} \cdot E_q + 4\pi \cdot e_{p,rs} \cdot u_{rs}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Здесь U_i — компоненты вектора смещения в упругой волне, u_{lm} — компоненты тензора деформаций, D_p — компоненты вектора электрической индукции, E_q — компоненты электрического поля, c^E_{iklm} — модули упругости при постоянном поле, $e_{j,ik}$ — пьезоэлектрические постоянные, ε^u_{pq} — диэлектрические проницаемости при постоянной деформации, ρ — плотность кристалла.

Эти уравнения следует решить совместно при дополнительных условиях $\operatorname{div}\mathbf{D}=0$ и $\operatorname{rot}\mathbf{E}=0$. Если в качестве решения взять плоскую монохроматическую волну, то для составляющих вектора смещения из (3) (см. [1]) получим систему уравнений:

$$\left\{\rho\cdot\omega^2\cdot\delta_{im}-c^E_{iklm}\cdot q_l\cdot q_k-\frac{4\pi\,(e_{j,ki}\cdot q_j\cdot q_k)\,(e_{p,rm}\cdot q_p\cdot q_r)}{\varepsilon^r_{pq}\cdot q_p\cdot q_q}\right\}U_m=0. \qquad (4)$$

Здесь $q_l=q\cdot l_l$, l_l — направляющий косинус волнового вектора. В дальнейшем, в целях сокращения записи, введем обозначение

$$\Gamma_{im}=c^E_{iklm}\cdot q_l q_k+\frac{4\pi\,(e_{j,ki}\cdot q_j\cdot q_k)\cdot(e_{p,rm}\cdot q_p\cdot q_r)}{\varepsilon^r_{pq}\cdot q_q\cdot q_p}. \qquad (5)$$

Система (4) имеет отличные от нуля решения при условии

$$|\rho\cdot\omega^2\cdot\delta_{im}-\Gamma_{im}|=0. \qquad (6)$$

После ряда алгебраических преобразований последнее выражение приводится к виду

$$F(q_i,\omega)=\sum_{k=1}^{3}\frac{\beta_k}{\rho\omega^2-\Gamma_{kk}+\beta_k}-1=0, \qquad (7)$$

где $\beta_1=\frac{\Gamma_{12}\cdot\Gamma_{13}}{\Gamma_{23}}$, $\beta_2=\frac{\Gamma_{12}\cdot\Gamma_{23}}{\Gamma_{13}}$, $\beta_3=\frac{\Gamma_{13}\cdot\Gamma_{23}}{\Gamma_{12}}$.

Выражения (6) и (7) представляют две разные формы записи уравнения поверхности волновых векторов. Из них при заданном направлении распространения могут быть найдены три значения q, отвечающие в общем случае квазипродольной и квазипоперечным волнам *. Таким образом, совокупность $\mathbf{q}$ образует три поверхности волновых векторов.

В прикладных задачах часто удобно пользоваться понятием скорости вдоль нормали $v_n=\omega/q$, определяющей скорость перемещения фронта волны (эта величина измеряется на опыте при определении скорости ультразвука). Уравнение поверхности нормальных скоростей получается из (6) или (7) заменой в них $\omega\to v_{(n)}$, $\Gamma_{im}\to Q_{im}$, $\beta_k\to\alpha_k$, при этом имеют место очевидные соотношения:

$$\left.\begin{aligned}Q_{im}&=\frac{1}{q^2}\cdot\Gamma_{im}\\ \alpha_k&=\frac{1}{q^2}\cdot\beta_k\end{aligned}\right\}. \qquad (8)$$

Поверхности нормальных скоростей и волновых векторов являются взаимно обратными и легко преобразуются одна в другую.

Как видно из выражения (5), скорость звука в кристалле зависит от наличия пьезоэлектрической поправки. Так, например, в кварце для продольных волн, распространяющихся по оси X, действующий модуль оказывается равным $c^E_{1111}+\frac{4\pi\cdot e^2_{111}}{\varepsilon^u_{11}}=c^D_{1111}$, в то время как для поперечных волн, идущих по Z, — c^E_{2332} (так как $e_{332}=e_{331}=0$). В первом случае поле пьезоэлектрической реакции направлено вдоль волны, во втором — перпендикулярно ей; поэтому действующие модули упругости в обоих случаях соответствуют разным электрическим условиям — постоянству индукции или постоянству поля.

* В кристаллах различных симметрий существуют так называемые особенные направления, вдоль которых распространяются только «чистые» волны (направление смещения в каждой из трех волн параллельно или перпендикулярно волновому вектору) [2]. Они могут быть рассчитаны для каждого кристалла и определяются условием параллельности одного из векторов смещения волновому вектору.

Направляющие косинусы p_k векторов смещений каждой из волн находятся из уравнения (4), при подстановке $U_m = p_m \cdot U$, что дает

$$(\rho \cdot \omega^2 \cdot \delta_{im} - \Gamma_{im}) \cdot p_m = 0.$$

Решение последних уравнений может быть записано в виде

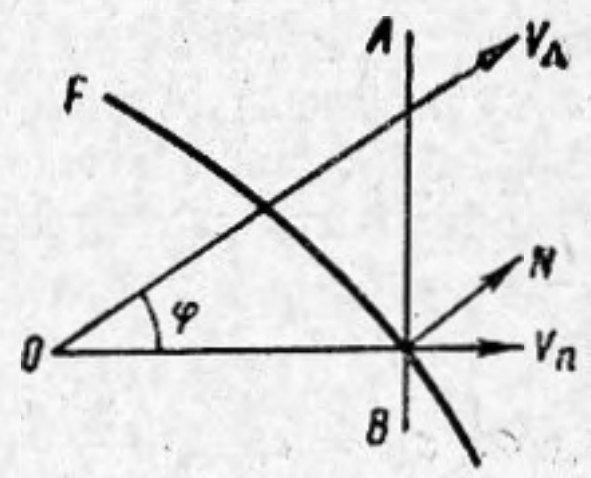
$$p_k = \frac{A \cdot \beta_k^{\frac{1}{2}}}{\rho\omega^2 - \Gamma_{kk} + \beta_k}, \tag{9}$$

причем A выбирается из условия $\sum\limits_{k=1}^{3} p_k^2 = 1$. Векторы смещений всех трех волн взаимно ортогональны.

На основании приведенных соотношений легко получить окончательные выражения для определения направлений звуковых лучей в кристалле. Используя равенство (7), находим

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} = \sum_{k=1}^{3} \frac{\frac{\partial \beta_k}{\partial q_i} \cdot (\rho\omega^2 - \Gamma_{kk}) + \beta_k \cdot \frac{\partial \Gamma_{kk}}{\partial q_i}}{(\rho\omega^2 - \Gamma_{kk} + \beta_k)^2},$$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = -\sum_{k=1}^{3} \frac{2\rho \cdot \omega \cdot \beta_k}{(\rho\omega^2 - \Gamma_{kk} + \beta_k)^2}.$$



Фиг. 1

Для практических расчетов вместо q_i удобно иметь направляющие косинусы волнового вектора. После несложных преобразований последних выражений с учетом формул (8) и (9) получим

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} = \frac{q}{A^2} \cdot L_i, \quad \frac{\partial F}{\partial \omega} = -\frac{q}{A^2} \cdot 2 \cdot \rho \cdot v_{(n)},$$

где

$$L_i = \sum_{k=1}^{3} p_k^2 \cdot \left[\frac{1}{\alpha_k} \cdot \frac{\partial \alpha_k}{\partial l_i} \cdot (\rho \cdot v_{(n)}^2 - Q_{kk}) + \frac{\partial Q_{kk}}{\partial l_i}\right] = C_{ik} l_m P_k \cdot (P_l l_m + P_m \cdot l_l). \tag{10}$$

Скорость звука по лучу будет

$$v_л = (v_{л_1}^2 + v_{л_2}^2 + v_{л_3}^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\rho \cdot v_{(n)}} \left(\sum_{i=1}^{3} L_i^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

и направляющие косинусы лучевого вектора

$$\lambda_i = \frac{L_i}{\left(\sum\limits_{i=1}^{3} L_i^2\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{12}$$

На основании (10), используя тождественные преобразования вида $\sum\limits_{i=1}^{3} l_i \cdot \frac{\partial \alpha_k}{\partial l_i} = 2\alpha_k$, $\sum\limits_{i=1}^{3} l_i \frac{\partial Q_{nm}}{\partial l_i} = 2 \cdot Q_{nm}$, находим

$$\sum_{i=1}^{3} L_i\, l_i = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} p_k^2 \cdot l_i \left[\frac{1}{\alpha_k} \frac{\partial \alpha_k}{\partial l_i} \cdot (\rho v_{(n)}^2 - Q_{kk}) + \frac{\partial Q_{kk}}{\partial l_i}\right] = 2\rho \cdot v_{(n)}^2. \tag{13}$$

Из уравнений (13) и (11) следует, что $v_л = \frac{v_{(n)}}{\sum\limits_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot l_i} = \frac{v_{(n)}}{\cos\varphi}$.

На фиг. 1 показаны направления $\mathbf{v}_{(n)}$ и $\mathbf{v}_л$ по отношению к поверхности волновых векторов. В каждый момент времени фронт распространяющейся в кристалле волны касателен к поверхности лучевых скоростей. Иными словами, сама лучевая поверхность есть огибающая плоских волновых фронтов. Это правило, известное из оптики анизотропных сред [3], может быть использовано для графического нахождения направлений ультразвуковых лучей по кривым сечений поверхности нормальных скоростей в плоскостях симметрии групп упругости кристалла [4].

Заметим, что исследование распространения звуковых лучей в кристаллах проводилось ранее Масгрейвом [5]. Однако использованный в настоящей работе метод нахождения $v_л$ и λ_i значительно проще и окончательные выражения получаются в форме, удобной для практических расчетов.

Остановимся кратко на вопросе об отражении звуковых волн, распространяющихся внутри кристалла, от граничной поверхности. Примем за отражающую поверхность плоскость $x_i = 0$ и будем считать ее граничащей с воздухом, что позволяет с весьма хорошим приближением использовать граничные условия для свободной поверхности

$$\sigma_{ik} \cdot n_i = 0. \tag{14}$$

Здесь $\sigma_{ik} = c_{iklm} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l}\right)$, влияние пьезоэлектрического эффекта не учитываем, n_i — проекция внешней нормали на ось X_i. Представив падающую и отраженную волны как $U_l \cdot \exp i(\mathbf{qr} - \omega t)$, после подстановки в (14) и сокращения временного множителя получим

$$c_{iklm} \cdot n_i \cdot [(q_m^0 \cdot U_l^0 + q_l^0 \cdot U_m^0) \cdot e^{i\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{r}} + \sum_j (q_m^j \cdot U_l^j + q_l^j \cdot U_m^j) \cdot e^{i\mathbf{q}^j \cdot \mathbf{r}}] = 0. \tag{15}$$

Индекс 0 относится к падающей волне, j — к отраженным волнам.

Условие (15) должно выполняться тождественно для любой точки плоскости $x_i = 0$, откуда следует равенство касательных компонент волновых векторов падающей и каждой из отраженных волн

$$q_k^0 = q_k^j \quad \text{при } k \neq i. \tag{16}$$

Вектора $\mathbf{q}^j$ лежат в плоскости падения. Обозначив через α угол между нормалью в точке падения и волновым вектором, имеем $q^0 \cdot \sin \alpha^0 = q^j \cdot \sin \alpha^j$, что можно также записать в форме

$$\frac{\sin \alpha^0}{v_{(n)}^0} = \frac{\sin \alpha^j}{v_{(n)}^j},$$

так как $v_n^j = f(\alpha^j)$, то последнее выражение в неявном виде определяет направление отраженных волн. В частности, если волновая нормаль перпендикулярна отражающей поверхности, звуковой луч должен отражаться в направлении падения (при этом сам луч может быть и не перпендикулярен поверхности). Необходимо также заметить, что в общем случае отраженный луч не лежит в плоскости падения, если последняя не является одновременно плоскостью симметрии самого кристалла.

Система уравнений (15) после сокращения фазовых множителей дает связь между амплитудами падающей и отраженных волн, то есть значения коэффициентов отражений. Условие (16) удобно использовать для определения направлений отраженных волн графическим способом по кривым сечений волновых векторов.

Остановимся, наконец, на возможностях экспериментального наблюдения звуковых лучей. Для оптически прозрачных кристаллов, в частности кварца, нами применялся теневой метод визуализации звукового

поля (метод Теплера). Рассмотрим теорию метода применительно к кристаллу произвольной симметрии.

Примем главные оси диэлектрического тензора кристалла ε_{ik} за координатную систему, которая может и не совпадать с кристаллографической. В отсутствие звука скорость света вдоль любого направления определяется эллипсоидом Френеля

$$\varepsilon_{ik}^{(0)} \cdot x_i \cdot x_k = 1. \tag{17}$$

При наличии деформации ε_{ik} имеет вид [1]:

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}^{(0)} + a_{iklm} \cdot u_{lm}, \tag{18}$$

где a_{iklm} — тензор упруго-оптических постоянных, в общем случае несимметричный по отношению к перестановке пар индексов ik и lm, т. е. $a_{iklm} \neq a_{lmik}$. Равные нулю компоненты a_{iklm} соответствуют c_{iklm} данной кристаллографической системы.

Под действием звуковой волны показатель преломления (скорость света) будет периодически меняться. Из (17) и (18) видно, что последнее связано как с поворотом, так и с изменением длин осей эллипсоида Френеля. Пусть световой луч распространяется вдоль одной из осей, например X. Простые вычисления дают угол поворота вокруг оси

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2a_{23lm} \cdot u_{lm}}{(\varepsilon_{22}^{(0)} + a_{22lm} \cdot u_{lm}) - (\varepsilon_{33}^{(0)} + a_{33lm} \cdot u_{lm})} \tag{19}$$

и изменения действующих значений ε_{ik}

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{2}\Big\{(\varepsilon_{22}^{(0)} + a_{22lm} \cdot u_{lm}) + (\varepsilon_{33}^{(0)} + a_{33lm} \cdot u_{lm}) + \\ + \sqrt{[(\varepsilon_{22}^{(0)} + a_{22lm} \cdot u_{lm}) - (\varepsilon_{33}^{(0)} + a_{33lm} \cdot u_{lm})]^2 + 4(a_{23lm} \cdot u_{lm})^2}\Big\}, \tag{20}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2}\Big\{(\varepsilon_{22}^{(0)} + a_{22lm} \cdot u_{lm}) + (\varepsilon_{33}^{(0)} + a_{33lm} \cdot u_{lm}) - \\ - \sqrt{[(\varepsilon_{22}^{(0)} + a_{22lm} \cdot u_{lm}) - (a_{33}^{(0)} + a_{33lm} \cdot u_{lm})]^2 + 4(a_{23lm} \cdot u_{lm})^2}\Big\}.$$

Совершенно аналогичные выражения могут быть написаны для случаев, когда световой луч распространяется по осям Y или Z.

Анализ выражений (19) и (20) показывает, что продольные, квазипродольные и квазипоперечные волны всегда вызывают изменение скорости света и поэтому должны быть наблюдаемы теневым методом. Чисто поперечные волны в некоторых случаях могут и не приводить к изменению скорости света — в зависимости от симметрии кристалла и направления распространения светового луча (направления наблюдения). Поясним это на примере кристалла кварца, у которого, как известно, главные диэлектрические оси соответствуют кристаллографическим осям. Пусть поперечная звуковая волна распространяется по Z, а световой луч — по X. Если вектор смещения звуковой волны совпадает с осью Y, то $a_{2223} \neq 0$, $a_{2323} \neq 0$ и, следовательно, $\varepsilon_{22} \neq \varepsilon_{22}^{(0)}$, $\varepsilon_{33} \neq \varepsilon_{33}^{(0)}$. Для волны со смещением вдоль X, $a_{2213} = a_{3313} = a_{2313} = 0$ и $\varepsilon_{22}, = \varepsilon_{22}^{(0)}$, $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^{(0)}$. Таким образом, будет наблюдаться только первая волна. Аналогично можно показать, что обе указанные волны могут быть наблюдаемы, когда световой луч направлен по оси Y. В этом смысле возможности теневого метода для кристаллов несколько отличны от таковых для изотропной среды, где нельзя наблюдать поперечную волну с вектором смещения, совпадающим с направлением распространения света [6].

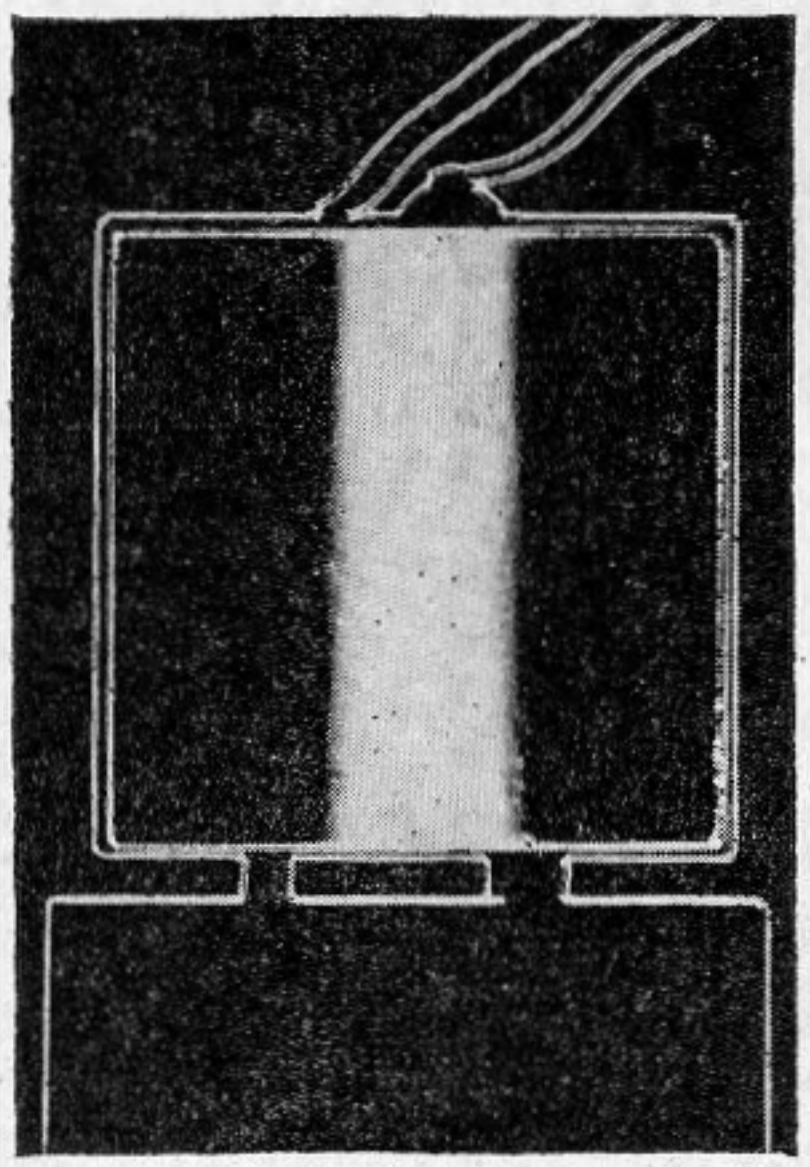
В таблице даны рассчитанные значения углов отклонения лучей от нормалей волн, распространяющихся вдоль кристаллографических осей в кварце. Модули упругости найдены по измеренным (импульсным мето-

Таблица

Кристаллографическ. ось	Тип волны	Скорость $v_{(n)} \cdot 10^{-5}$ см/сек	Направление вектора смещения	Направление луча	Угол отклонения луча от нормали
X	продольная	5,75	$p_1=1;\ p_2=p_3=0$	$\lambda_1=1;\ \lambda_2=\lambda_3=0$	0°
	поперечная	5,10	$p_1=0;\ p_2=0,52;\ p_3=-0,85$	$\lambda_1=1;\ \lambda_2=\lambda_3=0$	0°
	поперечная	3,36	$p_1=0;\ p_2=0,85\ p_3=0,52$	$\lambda_1=1;\ \lambda_2=\lambda_3=0$	0°
Y	квазипродольная	6,01	$p_1=0;\ p_2=0,91\ p_3=0,42$	$\lambda_1=0;\ \lambda_2=0,92;\ \lambda_3=0,39$	23°
	поперечная	3,92	$p_1=1;\ p_2=p_3=0$	$\lambda_1=0;\ \lambda_2=0,92\ \lambda_3=-0,39$	—23°
	квазипоперечная	4,35	$p_1=0;\ p_2=0,42;\ p_3=-0,91$	$\lambda_1=0;\ \lambda_2=0,91;\ \lambda_3=-0,42$	—24°
Z	продольная	6,32	$p_2=0;\ p_3=1$	$\lambda_1=\lambda_2=0;\ \lambda_3=1$	0°
	поперечная	4,68	$p_1=1;\ p_2=p_3=0$	$\lambda_1=0;\ \lambda_2=-0,29;\ \lambda_3=0,96$	—17°
	поперечная	4,68	$p_1=p_3=0;\ p_2=1$	$\lambda_1=0;\ \lambda_2=0,29;\ \lambda_3=0,96$	17°

$c_{ik} \cdot 10^{-10}$ дин/см². $c_{11}=87,6;\ c_{33}=106;\ c_{44}=58,0;\ c_{66}=40,7;\ c_{12}=6,2;\ c_{14}=-17,4;\ c_{13}=11,9.$

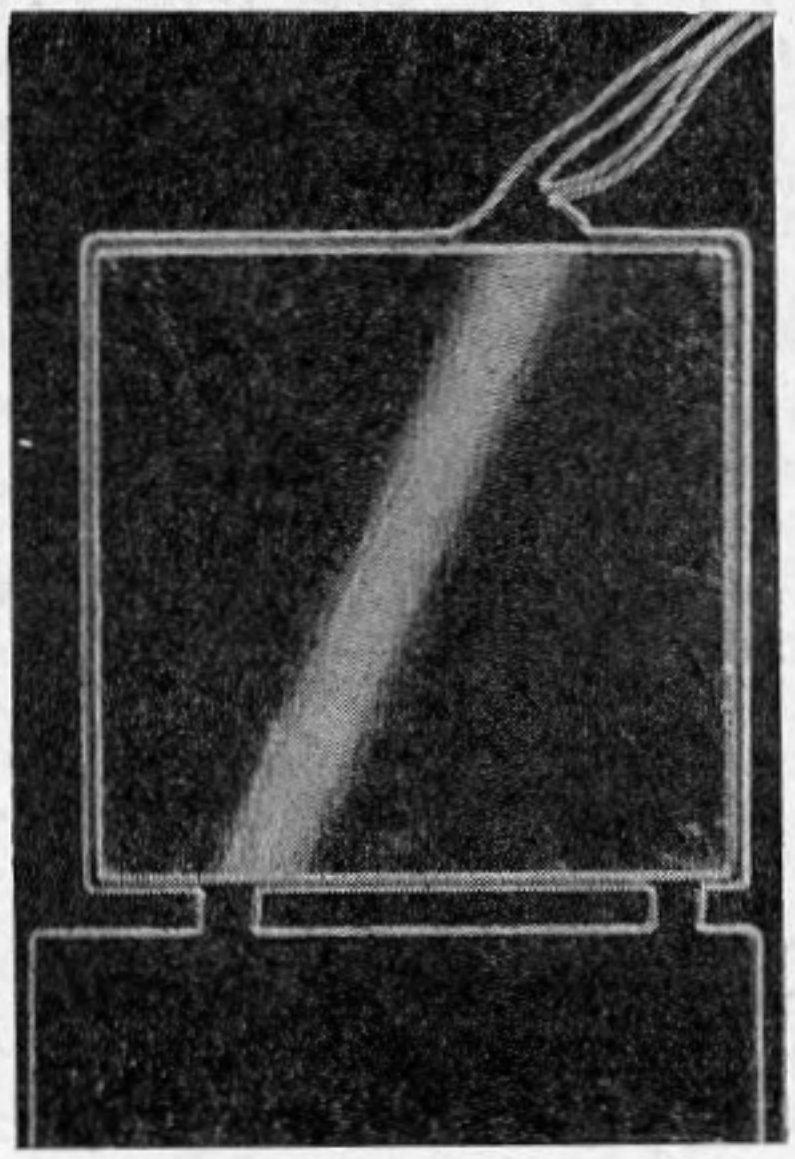
дом) скоростям звуковых волн вдоль осей *; значение c_{13} заимствовано из работы [7]. Отклонение лучей от нормалей имеет место у всех трех волн, распространяющихся по оси Y, и для поперечных волн, распространяющихся по оси Z; для оси X отклонение отсутствует.



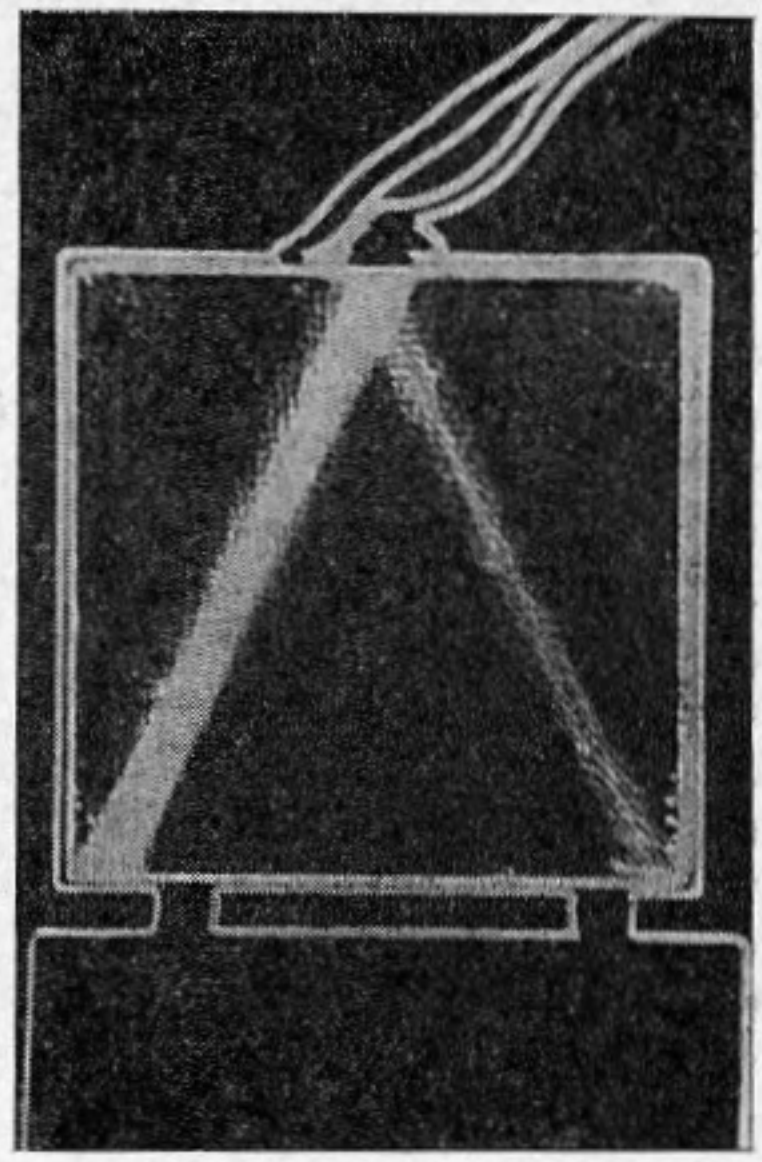
Фиг. 2

На фиг. 2—5 даны фотографии звуковых лучей в кристаллическом кварце, полученные теневым методом на частоте 25 *мггц*. Размеры образца $l^x = 16$ *мм*, $l_y = l_z = 32$ *мм*, направление наблюдения совпадает с осью X. Фиг. 2 — продольная волна по оси Z; фиг. 3 — квазипродольная волна по Y; видно, что направления отраженного и падающего лучей совпадают; фиг. 4 — одновременное возбуждение квазипродольной и квазипоперечной волн по оси Y; фиг. 5 — квазипоперечная волна испытывает отражение от боковых граней образца. Так как фронт волны задается излучающей поверхностью кристалла, то

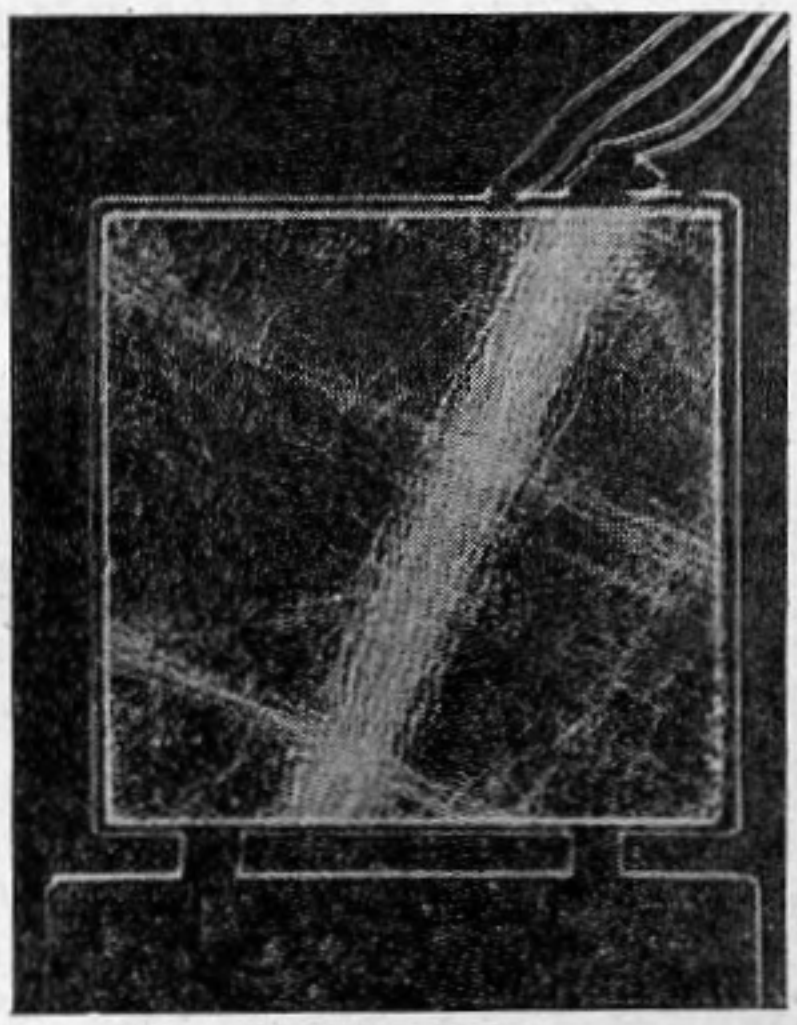
* Как отмечено выше, найденные таким способом c_{ik} отвечают разным электрическим условиям; приводимые в таблице модули упругости соответствуют c_{11}^D, c_{66}^D, c_{12}^D, c_{44}^E, c_{14}^E, $c_{13}^E=c_{13}^D$, $c_{33}^E=c_{33}^D$; ввиду малости пьезопоправок это различие не принималось во внимание при расчетах.



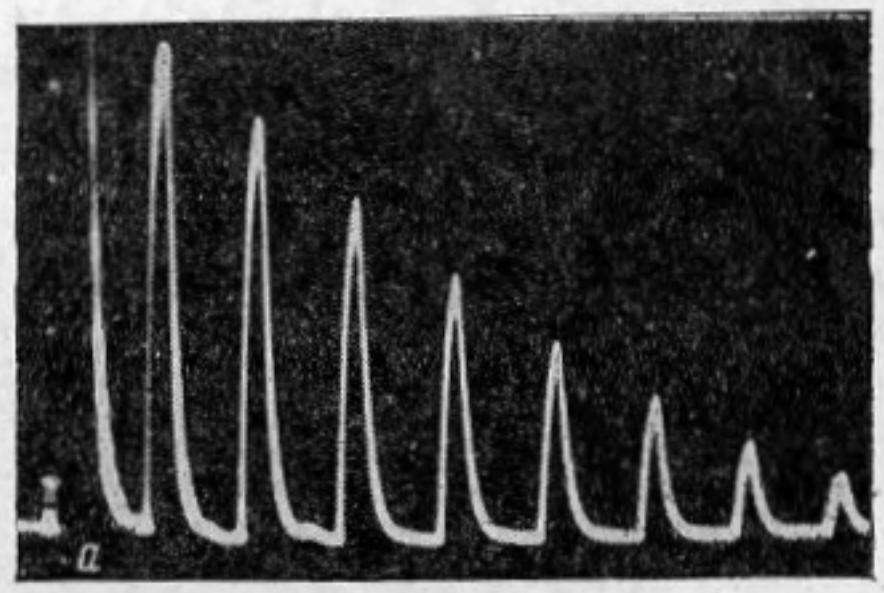
Фиг. 3

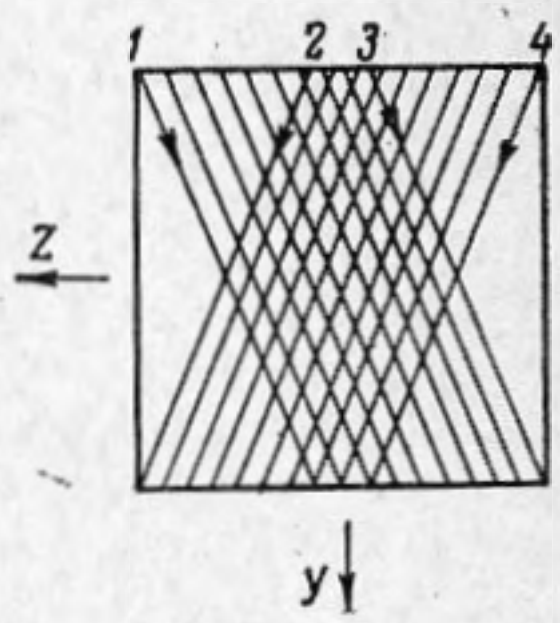


Фиг. 4

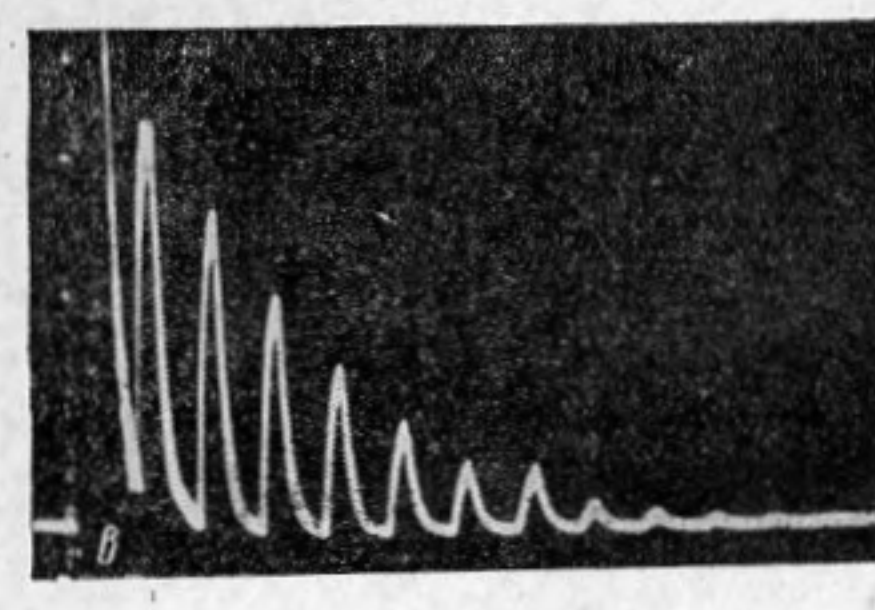


Фиг. 5





Фиг. 6



Фиг. 7

углы отклонения лучей от нормали к поверхности на фиг. 3 и 4 соответствуют углам отклонений от волновой нормали; их значения очень близки к расчетным.

Характерные особенности распространения ультразвуковых лучей в кристаллах проявляются и при работе импульсным методом, обычно применяемым в исследованиях поглощения звука. Для получения многократных последовательных отражений между противоположными гранями распространение звукового луча не должно ограничиваться боковыми стенками образца. Так например, в кварце при распространении волн вдоль оси Y звуковые лучи, отвечающие поперечной и квазипродольной волнам, отклоняются в плоскости YZ в разные стороны. Поэтому наблюдение отраженных импульсов каждой из волн возможно лишь тогда, когда излучатель — приемник располагается на определенном участке поверхности кристалла. На фиг. 6 цифрами *1—2* отмечен участок, где «возбуждается» только поперечная волна, *3—4* — только квазипродольная волна. На участке *2—3* наблюдаются импульсы обоих типов волн. Осциллограммы, соответствующие указанным случаям, даны на фиг. 7, *а*, *б*, *в* (размер образца $l_x = 16$ *мм*, $l_y = l_z = 32$ *мм*, $f = 400$ *мгц*). Возбуждение и прием колебаний сверхвысоких ультразвуковых частот осуществлялся по методике, описанной нами в работе [8].

В оптически непрозрачных кристаллах места выхода звуковых лучей на поверхность, а следовательно, и направление хода лучей удобно находить с помощью небольшого резинового демпфера. Прикладывая последний к поверхности в определенных точках, мы можем наблюдать уменьшение амплитуды импульсов за счет частичного перехода звуковой энергии в демпфер. Этот способ использовался нами для различных монокристаллов на частотах до $2 \cdot 10^9$ *гц*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М. ГТТИ, 1957.
2. F. E. Borgnis. Specific direction of longitudinal wave propagation in anistropic media. Phys. Rev., 1955, 98, 1000—1005.
3. Д. С. Белянкин, В. П. Петров. Кристаллооптика. М., ГИГЛ, 1951.
4. К. С. Александров. Распространение упругих волн по особенным направлениям в кристаллах (диссертация). Ин-т кристаллографии АН СССР, 1957.
5. M. J. P. Musgrave. On the propagation of elastic waves in aeolotropic media. I general principles. Proc. Roy. Soc., 1954, A226, 339—355.
6. H. Mueller. The intensity and polarization of the light diffracted by supersonic waves in solids. Phys. Rev., 1937, 52, 223.
7. R. Bechman. Elastic and piezoelectric constants of alpha-quartz. Phys. Rev., 1958, 110, 1060—1061.
8. Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев. Поглощение ультразвуковых волн в кристаллическом кварце на частотах до 1000 *мггц*. Акуст. ж., 1959, 5, 3, 374—376.

Ленинградский электротехнический институт им. Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию 3 апреля 1961 г.