АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VIII 1962 Вып. 2

КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ЛИНИЯ ЗАДЕРЖКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЯВЛЕНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ ЛУЧА ОТ НОРМАЛИ

Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев

Рассматривается возможность создания ультразвуковой линии задержки из кристалла. Увеличение длины акустического пути при многократных отражениях достигается за счет использования явления отклонения звукового луча от волновой нормали, что позволяет придавать звукопроводу простейшую форму прямоугольного параллелепипеда. Проведен расчет и даны результаты экспериментального исследования звукопровода из кристаллического кварца. Для генерирования сверхвысоких ультразвуковых частот в кварце использован способ нерезонансного возбуждения. Выведено уравнение, связывающее амплитуду смещения в звуковой волне с величиной электрического поля.

Твердые ультразвуковые линии задержки (звукопроводы) обычно выполняются из изотропных материалов (плавленый кварц, специальные сплавы и так далее) [1] или кубических кристаллов (NaCl, KBr, LiF) [2], где используется поперечная волна с вектором смещения по [100]*. Для получения возможно большей длины акустического пути сами звукопроводы снабжаются специальными скосами, которые направляют звуковой луч при многократных отражениях в нужном направлении. При большом числе отражений угловая точность скосов должна составлять минуты, а изготовление самих звукопроводов сложно. Вследствие потерь на поглощение упомянутые выше материалы не могут быть использованы на частотах выше 100 *мггц*.

В настоящей статье рассматривается возможность создания монокристаллической линии задержки, основываясь на явлении анизотропии скорости ультразвуковых волн в кристалле (т. е. зависимости скорости распространения от направления). Указанное явление вызывает отклонение звукового луча от нормали к фронту волны и позволяет, в сочетании с использованием многократных отражений, получать значительные временные задержки на звукопроводах простейшей формы в виде прямоугольных параллелепипедов.

Как показывают расчеты и экспериментальные исследования, величина получаемой задержки в общем случае зависит от симметрии используемого кристалла, размеров звукопровода и местоположения излучателя и приемника.

Расчет может быть произведен на основе уравнений, описывающих распространение упругих волн в кристаллах [3]

$$\rho \cdot v_{(n)}^2 \cdot U_i = Q_{im} \cdot U_m, \tag{1}$$

$$\left| Q_{im} - \rho \cdot v_{(n)}^2 \cdot \delta_{im} \right| = 0, \tag{2}$$

граничных условий на свободной поверхности**, определяющих равенство нулю нормальных и касательных напряжений [3]

$$\sigma_{ik} \cdot n_i = c_{iklm} \cdot u_{lm} \cdot n_i = 0, \tag{3}$$

* Скорость такой волны в кристалле с кубической симметрией не зависит от направления.

** Поверхность твердого тела, граничащую с воздухом, с весьма хорошим приближением можно рассматривать как свободную.

а также выражений для угла отклонения звукового луча от нормали и скорости по лучу [4]

$$\lambda_i = \frac{L_i}{\left(\sum\limits_{k=1}^{3} L_k^2\right)^{1/2}}, \tag{4}$$

$$v_л = \frac{v_{(n)}}{\sum\limits_{i=1}^{3} \lambda_i l_i}. \tag{5}$$

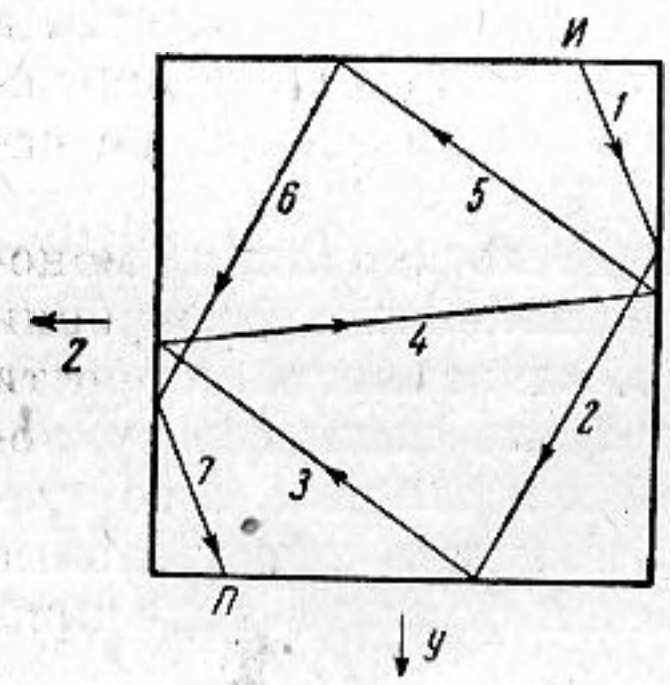
Здесь введены следующие обозначения:

$$L_i = \sum_{k=1}^{3} p_k^2 \left[\frac{1}{\alpha_k} \cdot \frac{\partial \alpha_k}{\partial l_i} \cdot (\rho v_{(n)}^2 - Q_{kk}) + \frac{\partial Q_{kk}}{\partial l_i}\right],$$

$$Q_{im} = c_{iklm} \cdot l_k \cdot l_l,$$

$$\alpha_1 = \frac{Q_{12} \cdot Q_{13}}{Q_{23}}, \quad \alpha_2 = \frac{Q_{12} \cdot Q_{23}}{Q_{13}}, \quad \alpha_3 = \frac{Q_{13} \cdot Q_{23}}{Q_{12}},$$

σ_{ik} — компоненты тензора напряжений, u_{lm} — компоненты тензора деформаций, c_{iklm} — упругие постоянные кристалла, U_m — компоненты смещения в волне, ρ — плотность кристалла, n_i — компоненты внешней нормали к граничной поверхности, $\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{при } k = i \\ 0 & \text{при } k \neq i \end{cases}$, $v_{(n)}$ — скорость перемещения фронта волны (скорость до нормали), $v_л$ — скорость по лучу, λ_i — направляющие косинусы луча, l_i — направляющие косинусы волновой нормали, p_k — направляющие косинусы вектора смещения.



Фиг. 1

Если в качестве материала применить монокристалл кварца (обладающий очень малым поглощением ультразвука), то, используя предлагаемый способ, возможно создать линии задержки на весьма высокие частоты. Проведем практический расчет звукопровода, вырезанного из кварца перпендикулярно кристаллографическим осям. Методика расчета для других кристаллов остается той же.

Излучатель *И* и приемник *П* (см. фиг. 1), предназначенные для работы на поперечных волнах, расположены на противолежащих гранях, перпендикулярных оси Y. В точке *И* волновая нормаль перпендикулярна поверхности образца, так как последняя при возбуждении ультразвука есть поверхность равной фазы. Поперечная волна, распространяющаяся по Y, имеет вектор смещения вдоль X. Звуковой луч, отвечающий данной волне, не совпадает с осью Y, а отклоняется от нее в плоскости YZ на угол, равный 23° [4]. Достигнув боковой грани, луч испытывает отражение, при этом также изменяется величина скорости звука. После ряда последовательных отражений луч может попасть на приемник. Обратный путь (от приемника к излучателю) должен совершаться вдоль тех же самых лучей. Определим направления волновых векторов и соответствующих им лучей при всех последовательных отражениях поперечной волны в плоскости YZ кварца. Приняв вектор смещения падающей волны направленным по оси X, а грань, от которой происходит отражение, за плоскость $z = 0$, записываем решение (опуская несущественный

для нас временной множитель) в виде

$$u = U_x \exp iq \cdot (l_2 \cdot y + l_3 \cdot z), \quad u' = U' \cdot \exp iq' (l_1' \cdot x + l_2' \cdot y + l_3' \cdot z),$$

где $q = \omega / v_{(n)}$ — волновое число. Штрихами отмечены величины, относящиеся к отраженной волне.

Переходя к матричной форме записи уравнений, выразим компоненты упругих напряжений в кварце через деформации следующим образом:

$$\sigma_{xz} = c_{44} \cdot u_{xz} + c_{14} \cdot u_{xy}, \tag{6}$$

$$\sigma_{yz} = c_{14} \cdot u_{xx} - c_{14} \cdot u_{yy} + c_{44} \cdot u_{yz}, \tag{7}$$

$$\sigma_{zz} = c_{13} \cdot u_{xx} + c_{13} \cdot u_{yy} + c_{33} \cdot u_{zz}. \tag{8}$$

Приняв на границе $z = 0$, и $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$ после подстановки $u + u'$ в выражение (6), получим

$$(c_{44} \cdot l_3 + c_{14} \cdot l_2)\, q \cdot U_x \cdot \exp iq \cdot l_2 y + (c_{44} \cdot l_3' \cdot U_x' + c_{44} \cdot l_1' \cdot U_z' + \\ + c_{14} \cdot l_2' \cdot U_x' + c_{14} \cdot l_1' \cdot U_y') \cdot q' \cdot \exp iq' \cdot (l_1' \cdot x + l_2' \cdot y) = 0. \tag{9}$$

Уравнение (9) выполняется тождественно при любых значениях x и y, если

$$l_1' = 0, \; q' \cdot l_2' = q \cdot l_2, \tag{10}$$

откуда

$$U_x \cdot q \cdot (c_{44} \cdot l_3 + c_{14} \cdot l_2) = - U_x' \cdot q' \cdot (c_{44} \cdot l_3' + c_{14} \cdot l_2'). \tag{11}$$

Таким образом, отраженная волна также лежит в плоскости YZ и имеет вектор смещения вдоль оси X. Полученное решение одновременно удовлетворяет уравнениям (7) и (8), поэтому никаких других волн при отражении не возникает.

Скорость волны, распространяющейся в плоскости YZ со смещением вдоль X, определяется упругой постоянной

$$Q_{11} = l_2^2 \cdot c_{66} + l_3^2 \cdot c_{44} + 2 l_2 \cdot l_3 \cdot c_{14}.$$

Возведя обе части уравнения (11) в квадрат и учитывая равенство $q^2 = \omega^2 \rho / Q_{11}$, получим

$$U_x^2 \cdot c_{44} \left[1 + \frac{l_2^2}{Q_{11}} \cdot \left(\frac{c_{14}^2}{c_{44}} - c_{66} \right) \right] = U_x'^2 \cdot c_{44} \left[1 + \frac{l_2'^2}{Q_{11}'} \left(\frac{c_{14}^2}{c_{44}} - c_{66} \right) \right]. \tag{12}$$

Так как $l_2^2 / Q_{11}' = l_2'^2 / Q_{11}'$, то $U_x = U_x'$.

Из выражений (10), (11) и (12) получается соотношение для направляющих косинусов нормали отраженной волны:

$$\frac{l_3'}{l_2'} = - \frac{2c_{14}}{c_{44}} - \frac{l_3}{l_2}; \tag{13}$$

численные значения l_2' и l_3' вычисляются с учетом условия $l_2'^2 + l_3'^2 = 1$.

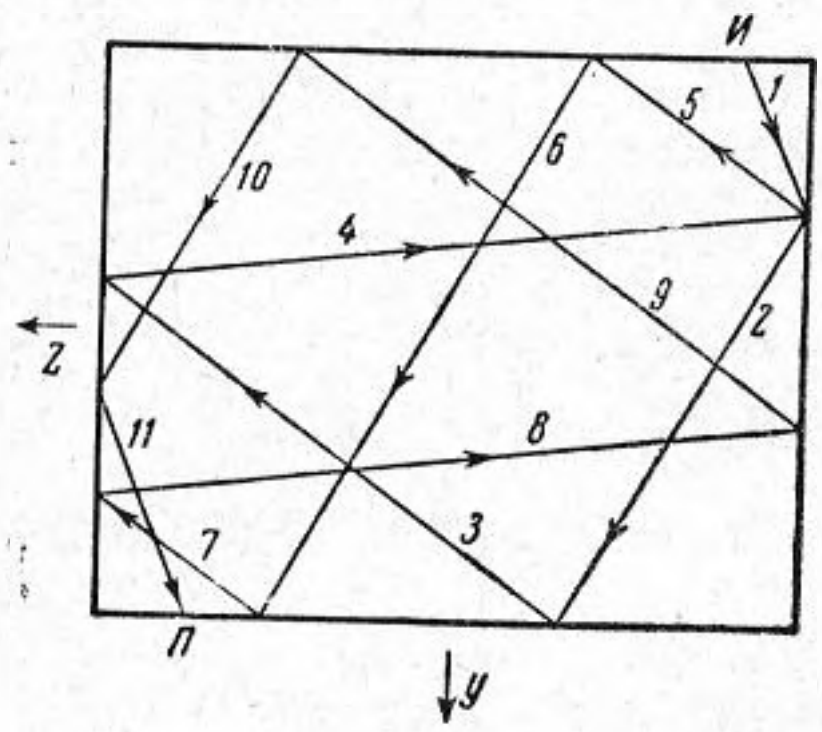
Если волна падает на грань $y = 0$, то для отраженной волны получаются выражения, аналогичные выражениям (10) и (13):

$$l_1' = 0, \; q' \cdot l_3' = q \cdot l_3, \tag{14}$$

$$\frac{l_2'}{l_3'} = - \frac{2c_{14}}{c_{66}} - \frac{l_2}{l_3}. \tag{15}$$

И здесь при отражении возникает единственная волна, распространяющаяся в плоскости YZ, с вектором смещения по оси X. Формулы (13) и (15) применимы для определения направлений волновых нормалей после каждого последовательного отражения звука от грани звукопровода.

Направления самих ультразвуковых лучей и скорости по лучу могут быть найдены с помощью уравнений (4) и (5). В рассматриваемом случае $p_1 = 1$, $p_2 = p_3 = 0$, $\rho v^2_{(n)} - Q_{11} = 0$, $\partial Q_{11}/\partial l_1 = 0$ и $L_1 = 0$, $L_2 = 2l_2 \cdot c_{66} + 2l_3 \cdot c_{14}$, $L_3 = 2l_3 \cdot c_{44} + 2l_2 \cdot c_{14}$. Таким образом, все отраженные лучи лежат в плоскости YZ.



Фиг 2

Результаты численных расчетов для звукопровода с $a_y = a_z$ приведены в табл. 1. Соответствующая схема хода лучей показана на фиг. 1. После 6-го отражения возникает исходная волна (с нормалью по оси Y); луч, отраженный от противоположной грани, совпадает по направлению с падающим—цикл хода лучей оказывается замкнутым. На основе данных табл. 1 возможно построить графическим методом схемы хода лучей (замкнутых циклов), других частных случаев. Пример такого построения дан на фиг. 2.

При экспериментальной проверке был использован импульсный метод. Возбуждение и прием ультразвуковых волн осуществлялись двумя различными способами: 1) пьезорезонаторами ВТ-среза, которые приклеивались к кристаллу в точках *И* и *П*; 2) с помощью металлических электродов, расположенных непосредственно у самой поверхности кристалла и соединенных с высокочастотным генератором (этот способ описан нами ранее в работе [5]). Первый способ мог быть использован до 250 *мггц*, второй — позволял генерировать звуковые импульсы любой частоты (включая и гиперзвуковые), однако требовалось иметь достаточную величину возбуждающего электрического поля. Исходя из уравнения пьезоэффекта

$$\sigma_{ik} = c^E_{iklm}\, u_{lm} - e_{qik} E_q \tag{16}$$

и граничных условий на поверхности кристалла (3), нетрудно вычислить амплитуду смещения звуковой волны при данном способе возбуждения. Для поперечной волны, возбуждаемой с грани $y = 0$, достаточно в выражении (16) учесть только компоненту поля E_y (компонента E_x связана с квазипродольной и квазипоперечной волнами); тогда

$$c_{14} u_{xz} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2}\, u_{xy} + e_{11} E_y = 0.$$

Так как $u_{xz} = 0$, то $|U_x| = 2\, e_{11}\, E_y / q\, (c_{11} - c_{12})$.

В табл. 2 приведены результаты экспериментального исследования трех кварцевых звукопроводов рассмотренного типа. Видно хорошее

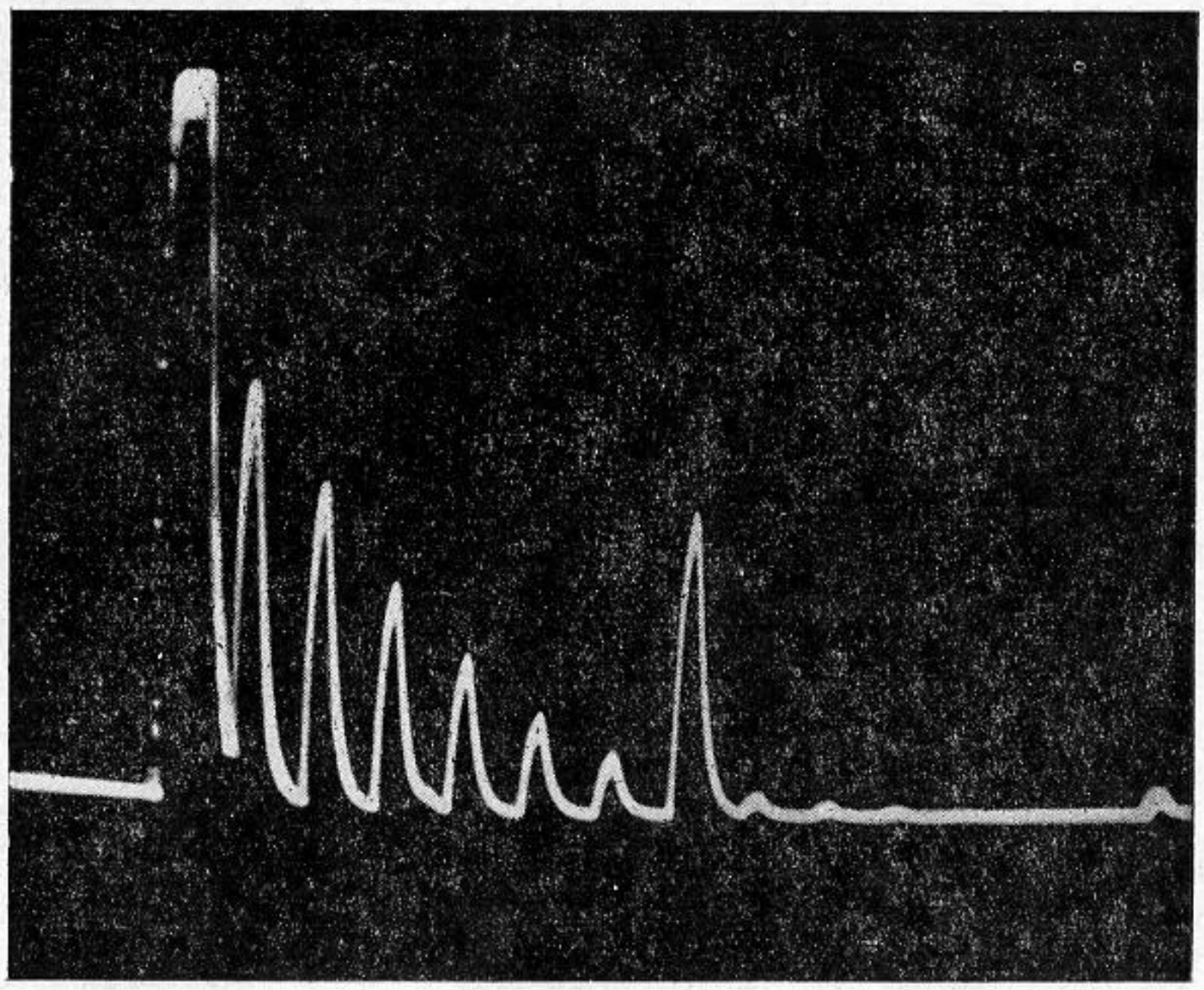
Таблица 1

№ луча	Направляющие косинусы волновой нормали	Направляющие косинусы луча	Скорость распространения волны 10^{-5} *см/сек*	
			по нормали	по лучу
1	$l_2 = 1$, $l_3 = 0$	$\lambda_2 = 0{,}92$, $\lambda_3 = -0{,}39$	3,92	4,26
2	$l_2 = 0{,}86$, $l_3 = 0{,}51$	$\lambda_2 = 0{,}87$, $\lambda_3 = 0{,}5$	3,36	3,36
3	$l_2 = -0{,}63$, $l_3 = 0{,}78$	$\lambda_2 = -0{,}57$, $\lambda_3 = 0{,}82$	5,06	5,07
4	$l_2 = -0{,}48$, $l_3 = -0{,}88$	$\lambda_2 = -0{,}111$, $\lambda_3 = -0{,}994$	3,85	4,18
5	$l_2 = -0{,}63$, $l_3 = 0{,}78$	$\lambda_2 = -0{,}57$, $\lambda_3 = 0{,}82$	5,06	5,07
6	$l_2 = 0{,}86$, $l_3 = 0{,}51$	$\lambda_2 = 0{,}87$, $\lambda_3 = 0{,}5$	3,36	3,36
7	$l_2 = 1$, $l_3 = 0$	$\lambda_2 = 0{,}92$, $\lambda_3 = -0{,}39$	3,92	4,26

Таблица 2

Размеры звукопровода, *мм*	Время задержки, *мксек*		Примечания
	расчет	опыт	
$a_y = 32$; $a_z = 32$ $a_y = 84{,}35$; $a_z = 96$	37,4 105,4	37,3 105	схема хода лучей соответствует фиг. 1
$a_y = 13{,}8$; $a_z = 18$ $a_y = 36$; $a_z = 45$	30,6 80,3	30,6 80,0	схема хода лучей соответствует фиг. 2

согласие опытных и расчетных значений времени задержки. На фиг. 3, в качестве иллюстрации, приведена осциллограмма импульсов при совмещенном положении излучателя и приемника ($a_y = a_z = 32$ *мм*, $f = 400$ *мггц*). Импульсы, следующие через большие временные интервалы,



Фиг. 3

отвечают схеме фиг. 1; видны также многократные отражения квазипродольного луча. Последний отклоняется от оси Y в другую сторону [4] и поэтому в данном случае не испытывает отражений от боковой грани кристалла.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Arenberg. Ultrasonic solid delay lines. J. Acoust. Soc. America, 1948, **20**, 1—26.
2. К. С. Александров, Л. С. Гуровиц, Е. И. Каменский. О влиянии промежуточного слоя на частотные характеристики ультразвуковых линий задержки. Акуст. ж., 1960, 6, 2, 171—180.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1953.
4. Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев. Особенности распространения и отражения ультразвуковых лучей в кристаллах. Акуст. ж., 1962, 8, 1, 99—106.
5. Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев. Поглощение ультразвуковых волн в кристаллическом кварце на частотах до 1000 *мггц*. Акуст. ж., 1959, 5, 3, 374—376.

Ленинградский электротехнический институт
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию
24 апреля 1961 г.