АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VIII 1962 Вып. 3

О ВЫЧИСЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА ПАРАБОЛИЧЕСКОЕ ЗЕРКАЛО

Т. С. Белле, В. М. Горбунков, Л. Д. Розенберг

Используя обобщение формулы Дебая, рассчитаны геометрические аберрации и коэффициенты усиления для точек, лежащих вне главной оптической оси параболического вогнутого зеркала. Негомоцентрический сходящийся пучок рассматривается как гомоцентрический, но с фазовой аберрацией, эквивалентной нарушению гомоцентричности. Интегрирование полученного выражения проводится двумя способами: на БЭСМ-2 и на аналоговой счетной машине МФТИ.

Как известно, при построении волновых изображений, наряду с геометрическими аберрациями объектива существенную роль играют дифракционные явления [1]. На главной оптической оси можно, при специальных формах объектива, получить анаберрационное изображение точки; в этом случае расчет распределения энергии в дифракционном пятне производится классическим способом [2]. С другой стороны, если волновая аберрация превышает четыре длины волны, дифракционными явлениями можно пренебречь и весь расчет с достаточной степенью точности выполняется методами геометрической оптики [3]. При фокусировании звуковых волн *, дифракционными явлениями пренебрегать нельзя и поэтому в реальных случаях, когда изображения лежат не только на главной, но и на побочных оптических осях, учет обоих факторов необходим. Однако это приводит к очень громоздким и сложным вычислениям; некоторые примеры таких вычислений даны в монографии [4].

В настоящей работе показывается возможность существенного упрощения такого расчета, базирующегося на использовании концепции, предложенной Дебаем [5]. Дебай рассматривает процесс фокусирования гомоцентрического пучка, как процесс схождения сферической волны с заданным на бесконечности равномерным распределением амплитуды по поверхности волнового фронта. Выражение для коэффициента усиления, т. е. для отношения давления в центре фокального пятна к давлению на фронте волны радиуса f (где $f \gg \lambda$), может быть записано с точностью до фазовых множителей в виде

$$K = \frac{k \cdot f}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_m} \sin\alpha \cdot d\theta d\alpha,$$

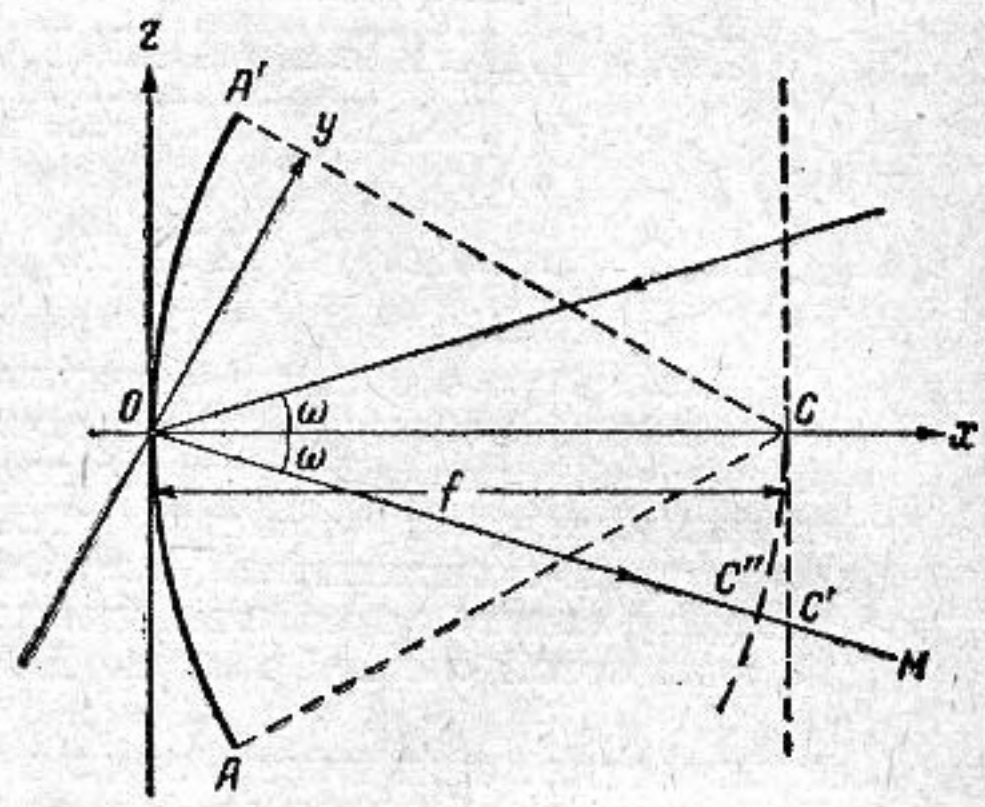
где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, f — фокусное расстояние, α_m — угол раскрытия волнового фронта, θ — азимутальная координата.

Приведенное выражение применимо лишь в тех случаях, когда изображение точки лежит на главной оптической оси. Пучки, формирующие изображения точек, лежащих в стороне от главной оси, теряют гомоцент-

* Все полученные в настоящей работе результаты равным образом относятся и к фокусированию электромагнитных волн.

ричность. В этом случае для определения коэффициента усиления можно использовать обобщение формулы Дебая, развитое одним из авторов настоящей статьи [1] и Тартаковским [6]. Это обобщение позволяет распространить метод Дебая и на те случаи, когда исходный волновой фронт обладает некоторой неравномерностью амплитуд по своей поверхности, характеризующейся функцией $\Phi(\alpha, \theta)$, и не совпадает точно по своей форме со сферой; отклонение его от сферичности, т. е. его фазовая аберрация может быть записана в виде $\varphi(\alpha, \theta)$. Если изменение Φ и φ на расстоянии λ вдоль волнового фронта не очень велико, написанное выше выражение для K может быть записано в виде

$$K = \frac{k \cdot f}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_m} \Phi(\alpha, \theta)\, e^{-i\varphi(\alpha, \theta)} \times \sin\alpha \cdot d\theta d\alpha.$$



Фиг. 1

Основная идея предложенного в настоящей работе метода заключается в том, что негомоцентрический сходящийся пучок можно рассматривать как гомоцентрический, но обладающий фазовой аберрацией, эквивалентной нарушению гомоцентричности.

Рассмотрим применение этого метода на конкретном примере фокусирования плоской волны, падающей под углом ω к оси параболического зеркала, обладающего фокусным расстоянием f и углом раскрытия α_m. Пусть (см. фиг. 1, на которой приведена схема фокусирующей системы) AA' — образующая зеркала, фокус которого находится в точке C. Если плоская звуковая волна падает под углом ω, то ось соответствующего ей сходящегося пучка тоже будет лежать под углом ω к главной оптической оси (линия OM на фиг. 1). В качестве точки наблюдения можно выбрать либо точку C', лежащую на пересечении линии OM с фокальной плоскостью CC', либо точку C'', лежащую на пересечении линии OM с окружностью радиуса f, описанной из центра зеркала O. В обоих случаях будем определять фазовую аберрацию фактического отраженного фронта волны по отношению к сферическим поверхностям, проходящим через точку O, центры которых соответственно лежат в точках C' и C''. Эта фазовая аберрация φ может быть определена как kl, где l — разность хода какого-либо луча между фактическим фронтом отраженной волны и сферой с центром в C' или в C'', а k — волновое число. Как показано в работе [1], функция распределения амплитуды Φ для параболического зеркала мало отличается от единицы для углов α_m, лежащих в пределах 0—60°. Если положить $\Phi = 1$, то выражение для интересующего нас коэффициента усиления примет вид:

$$K = \frac{kf}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_m} \sin\alpha e^{-i\varphi(\alpha, \theta)}\, d\theta d\alpha, \tag{1}$$

где $\varphi(\alpha, \theta) = kl$ есть функция k, f, α, θ, ω. Величины l' (для центра C') и l'' (для центра C'') легко вычисляются из чисто геометрических соотношений.

Выберем в падающей волне (см. фиг. 2, на которой приведена схема расчета волновой аберрации) два произвольных луча TP и $T'O$. Не теряя общности, будем считать, что OT' лежит в плоскости, параллельной плоскости zx. Тогда l будет представлять собой разность хода этих лучей на пути от PB — фронта падающей волны до сферы $O'O''$, после

чего можно записать, что $l = OB - PK'$. Определим отрезки OB и PK'. Пусть точка P имеет координаты x_0, y_0, z_0. Из треугольника LPC, где $(f + x_0)\sin\alpha = r = \sqrt{y_2^0 + z_0^2}$ и уравнения параболоида для точки P $4fx_0 = r^2 = z_0^2 + y_0^2$, а также из треугольника $LN'P$ находим $x_0 = f\,\mathrm{tg}^2\,\alpha/2$, $y_0 = 2f\sin\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha/2$, $z_0 = 2f\cos\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha/2$.

Зная координаты точек P и C', находим величину отрезка PC'

$$PC' = \frac{f}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\sqrt{1 + \left(4\cos\theta\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} + \mathrm{tg}\,\omega\right)\mathrm{tg}\,\omega\cdot\cos^4\alpha/2},$$

и, следовательно, для отрезка PK' получаем выражение:

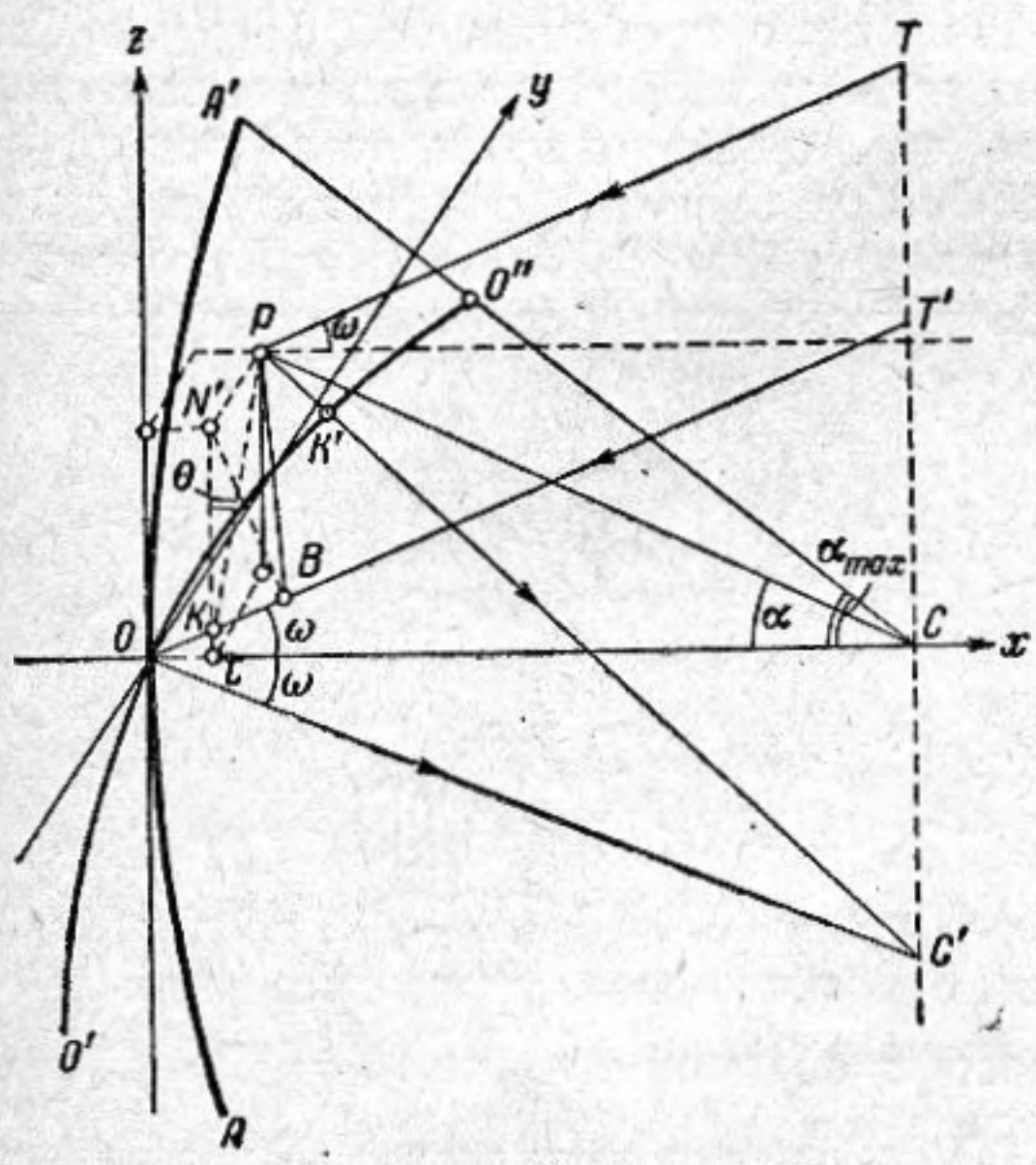
$$PK' = f\left[\frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\sqrt{1 + \left(4\cos\theta\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} + \mathrm{tg}\omega\right)\mathrm{tg}\,\omega\cos^4\frac{\alpha}{2}} - \cos\omega\right].$$

Для определения отрезка OB из треугольника OKL найдем $OK = \dfrac{f\cdot\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\omega}$ и докажем, что $\sphericalangle KN'B = \sphericalangle KOL = \omega$. Угол $\sphericalangle PBK$ — прямой и точка N' является проекцией точки P на плоскость xz; следовательно, $N'B$ является проекцией PB на эту же плоскость xz. Отсюда получаем, что $\sphericalangle N'BK$ также прямой и $\sphericalangle KN'B = \sphericalangle KOL = \omega$. Из треугольника $KN'B$ находим величину KB, равную

$$KB = f\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\omega\left[2\cos\theta - \mathrm{tg}\,\omega\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right],$$

а искомый отрезок $OB = OK + KB$, следовательно, равен

$$OB = f\,\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}\left[\cos\omega + \frac{2\sin\omega\cos\theta}{\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}}\right].$$



Фиг. 2

Отсюда мы получаем для l' и l'' выражения:

$$l'' = \frac{f}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\left[\cos\omega\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2} + \sin\theta\sin\omega\cdot\cos\theta + \cos^2\frac{\alpha}{2}/\cos\omega - \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 + 2\cos\theta\,\mathrm{tg}\,\omega\sin\omega\cos^2\frac{\alpha}{2} + \mathrm{tg}^2\,\omega\cos^4\frac{\alpha}{2}}\right], \qquad (2)^*$$

$$l'' = \frac{f}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\left[\cos\omega\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2} + \sin\omega\cos\theta\sin\alpha + \cos^2\frac{\alpha}{2}/\cos\omega - \right.$$

* Выражение (2) позже было получено другим методом Т. А. Бережинским.

$$-\sqrt{1+\sin^2\alpha\cdot\sin^2\frac{\omega}{2}+2\cos\theta\cdot\sin\omega\sin\alpha\cos^2\frac{\alpha}{2}}\Big]. \qquad (3)$$

Подставляя выражение (2) или (3) в (1), мы получим в окончательном виде интересующие нас значения коэффициентов усиления K' и K''.

Аналитическое исследование полученных результатов очень сложно: поэтому выражение (2) было предварительно сосчитано на электронной счетной машине БЭСМ-2 в Вычислительном центре АН СССР. Интегрирование выражения (1) было проведено двумя способами: на той же машине БЭСМ-2 по программе, составленной В. С. Кузьминым, и на интеграторе распределения энергии Московского физико-технического института (МФТИ) [7, 8]. Отладка программы для БЭСМ-2 производилась по результатам, полученным с помощью интегратора.

Расчеты были проведены для двух зеркальных объективов с фокусными расстояниями $f = 240$ *мм* и $f = 400$ *мм* и углами раскрытия $\alpha_m = 24°$ и $\alpha_m = 16°$ на частоте 3 *мггц*, что соответствует длине волны в воде $\lambda = 0{,}5$ *мм*, для углов ω от 0 до 16° через каждые 2°.

Вычисление двойного интеграла (1) с помощью БЭСМ-2 выполнялось так: круглая апертура параболического зеркала разбивалась на сумму элементарных кольцевых зон по α с шагом $\Delta\alpha$; каждая кольцевая зона делилась на элементы по θ с шагом $\Delta\theta$. Во всех элементах вычислялось значение подынтегральной функции и по приближенной формуле Симпсона опредялялись действительная и мнимая составляющие интегралов в элементарных кольцах, после чего суммировались все составляющие колец. Для вычисления интеграла с заданной точностью необходимо было определить количество шагов по α и по θ. Двойной интеграл состоит из действительной и мнимой составляющих, обозначаемых через C и S:

$$C = \frac{k\cdot f}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\alpha_m}\sin\alpha\cdot\cos[\varphi(\alpha,\theta)]\cdot d\theta\, d\alpha,$$

$$S = \frac{k\cdot f}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\alpha_m}\sin\alpha\cdot\sin[\varphi(\alpha,\theta)]\, d\theta\, d\alpha.$$

Коэффициент усиления K будет равен $K = \sqrt{C^2+S^2}$, а ошибка δK, возникающая при приближенном вычислении, выразится как $\delta K = \frac{C\delta C + S\delta S}{K}$. Примем для простоты оценки ошибки $C = S$, $\delta C = \delta S$, откуда $\delta K = \sqrt{2}\,\delta C$. Величина δK зависит от количества шагов интегрирования N_α по α и N_θ по θ. Полагая $\delta C_\alpha = \delta C_\theta$, мы имеем $\delta K = 2\sqrt{2}\,\delta C_{\alpha,\theta}$ и, следовательно,

$$\delta C_{\alpha,\theta} = \frac{\delta K}{2\sqrt{2}} \cong \frac{\delta K}{3}. \qquad (4)$$

Рассмотрим выражение для остаточного члена ΔI приближенной формулы интегрирования по Симпсону:

$$\Delta I = \frac{A\cdot\varphi^{\mathrm{IV}}(x_\eta)}{N^4}, \qquad (5)$$

где A — постоянный множитель, N — число шагов, $\varphi^{\mathrm{IV}}(x_\eta)$ — четвертая производная подынтегральной функции $\varphi(x)$ внутри пределов интегрирования, где аргумент имеет неизвестное значение x_η. Если в формулу (5) подставить максимальное значение $\varphi^{\mathrm{IV}}(x)$, то при допустимой ошибке ΔI

значение N_m определится уравнением

$$N_m = \sqrt[4]{\frac{A \cdot \varphi^{IV}(x)_{max}}{\Delta I}}. \qquad (6)$$

При таком значении N_m получается избыточная точность. Нужно отметить, что определение $\varphi^{IV}(x)_{max}$ аналитическим и числительным методом довольно громоздко.

При приближенном вычислении интегралов с помощью электронной счетной машины определение оптимального количества шагов интегрирования выполняется так: производят расчет с удвоением количества шагов и доводят разность результатов при N и $2N$ шагах до допустимой величины ΔI. Из (5) следует, что при увеличении N в 2 раза ошибка уменьшается в 16 раз, что позволяет ориентироваться при выборе шага.

Когда график показателя подынтегральной функции в выражении (1) известен, то выбор оптимального количества шагов для дифракционных задач может быть выполнен более простым и дешевым способом, не требующим большой затраты времени на анализ. Пусть C_α и S_α есть составляющие интеграла (1) для кольцевой зоны с постоянными α и $\Delta\alpha$:

$$S_\alpha, C_\alpha = \frac{\sin \alpha \cdot k \cdot f \cdot \Delta\alpha}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin, \cos [\varphi_\alpha(\theta)]\, d\theta.$$

Когда $\varphi(\theta)$ — линейная функция θ, то подынтегральная функция в пределах интегрирования имеет $d\varphi(\theta)/d\theta = M\theta$ синусоидальных осцилляций. Если $\varphi_\alpha(\theta)$ — нелинейная функция θ, то осцилляции не чисто синусоидальны и их отличие от синусоидальных может быть охарактеризовано отношениями коэффициентов высших гармоник Фурье разложения к коэффициенту 1-й гармоники для каждой осцилляции. В дифракционных задачах, когда волновые аберрации не превышают 3—4 длин волн, а подынтегральная функция является аналитической и не имеет точек разрыва, ее отличия от синусоиды по отдельным осцилляциям в указанном смысле незначительны. Точность приближенного вычисления интеграла от синуса по формуле Симпсона в пределах 0 — π при различном количестве шагов n дана в таблице, полученной непосредственным вычислением

n	2	4	6	8	10	12	16	20
$\frac{\Delta i}{i_0}$	$4{,}7 \cdot 10^{-2}$	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$1{,}4 \cdot 10^{-4}$	$5{,}1 \cdot 10^{-5}$	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$

и, согласно (5), можно записать

$$\frac{\Delta i}{i_0} = \frac{0{,}6}{n^4}, \qquad (7)$$

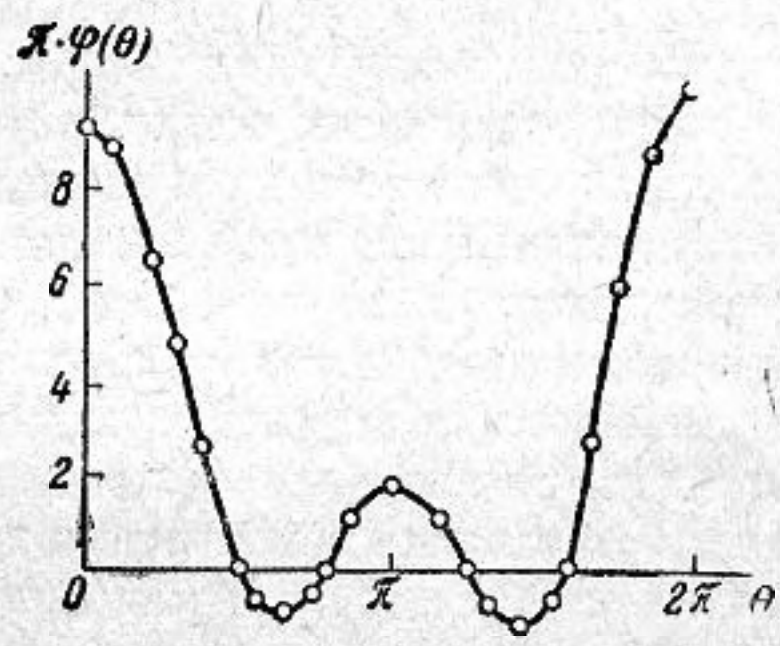
где i_0 — площадь полусинусоиды, равная $2/\pi$ от площади прямоугольника, в который она вписана. Если необходимо вычислить интеграл от M синусоид с заданной точностью $\Delta I/I_0$, то из таблицы определяется число шагов, которое необходимо взять на одной полусинусоиде. Общее число шагов N будет равно произведению n на количество полусинусоид $2M$

$$N = 2M \cdot n. \qquad (8)$$

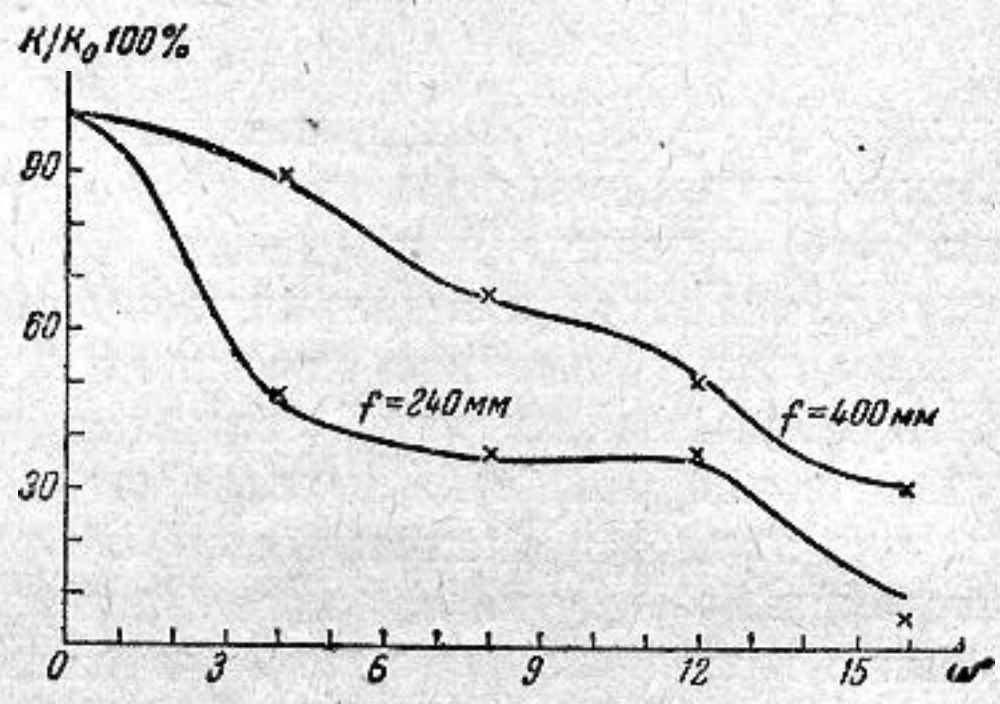
При вычислении интеграла от функции, осциллирующей не точно по закону синуса (как это имеет место в дифракционных задачах), количество

шагов интегрирования по θ, обеспечивающее точность не хуже ΔI, определяется произведением $2n$ на максимальное значение производной $d\varphi(\theta)/d\theta$ внутри пределов интегрирования. При этом мы всегда будем иметь избыточную точность. Вычисления дифракционных интегралов на БЭСМ-2 для различных комбинаций волновых аберраций, не превышающих 3—4 длин волн, показали, что оптимальное количество шагов по θ, обеспечивающее заданную точность интегрирования $\Delta I/I_0$, достаточно хорошо определяется как произведение $2n$ на суммарное количество осцилляций M_θ на краю апертуры. Величина M_θ находится по графику $\varphi(\alpha_{max},\theta)$. Вычисление дифракционного интеграла по программе с автоматическим выбором переменного шага по θ не привело к уменьшению времени, а напротив, увеличили его почти в 3 раза, что объясняется характером подынтегральной функции. Программа с автоматическим выбором переменного шага выгодна, когда подынтегральная функция на больших участках интегрирования в основном изменяется медленно, а быстро— лишь на коротких участках.

Количество осцилляций подынтегральной функции по θ при изменении θ от 0 до 2π на крайних зонах апертуры обычно больше, чем на средних и центральных. Если определять число шагов интегрирования N_θ по количеству осцилляции на краю апертуры, то вычисления на средних и центральных зонах будут производиться с избыточной точностью.



Фиг. 3



Фиг. 4

Вычисления целесообразно производить с уменьшенным числом шагов N'_θ так, чтобы потеря точности на краю апертуры компенсировалась повышенной точностью на центральных зонах. Найдем это уменьшенное число шагов N'_0. Пусть площадь кольцевого элемента волны на краю апертуры α_{max} равна $\sim 2\pi f^2\alpha_{max}\cdot\Delta\alpha$, количество осцилляций подынтегральной функции по θ равно $M_{\alpha\,max}$ и число шагов интегрирования на одну полусинусоиду выбрано равным $n_{\alpha\,max}$. Выясним, как будет изменяться точность вычисления интеграла по элементарному кольцевому элементу при уменьшении α от α_{max} до $\alpha = 0$. Абсолютная ошибка, возникающая на каждой элементарной полоске при уменьшении α, уменьшается по двум причинам: во-первых, сама площадь полоски уменьшается в отношении $\sim(\alpha/\alpha_{max})$, во-вторых, количество осцилляций по θ с уменьшением α уменьшается, что приводит к увеличению числа n_α шагов ингегрирования, приходящихся на одну полусинусоиду на зоне α.

Закон уменьшения количества осцилляций по θ при уменьшении α можно определять по графику $\varphi(\alpha,\theta)$. Пусть, например, количество осцилляций на краю апертуры равно $M_{\alpha\,max}$ и пусть оно уменьшается от края к центру по квадратичному закону (что имеет место при астигматизме), т. е. $M_\alpha = M_{\alpha\,max}(\alpha/\alpha_{max})^2$. Тогда число шагов интегрирования, приходящееся на одну полусинусоиду на зоне α, будет $n_\alpha = n_{\alpha\,max}\times$

$\times (\alpha_{max}/\alpha)^2$ и ошибка Δi на кольцевой зоне, согласно (7), будет

$$\Delta i = 2\pi \cdot f^2 \cdot \alpha \cdot \Delta\alpha \frac{0{,}6}{n^4_{\alpha\,max}} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{max}}\right)^8 \cdot \frac{2}{\pi}.$$

Проинтегрируем абсолютную ошибку Δi по всей апертуре и разделим ее на площадь сферической волны:

$$\frac{\Delta I}{I_0} = \frac{\int\limits_0^{\alpha_{max}} 2\pi f^2 \alpha \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{0{,}6}{n^4_{\alpha\,max}} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_{max}}\right)^8 d\alpha}{\pi f^2 \alpha^2_{max}} \cong \frac{0{,}076}{n^4_{\alpha\,max}}. \qquad (9)$$

Отсюда число шагов на одну полусинусоиду на краю апертуры, необходимое для получения ошибки, не превышающей ΔI, будет

$$n_{\alpha\,max} = \sqrt[4]{\frac{I_0 \cdot 0{,}076}{\Delta I}},$$

а искомое уменьшенное число шагов N'_θ равно

$$N'_\theta = 2M_{\alpha\,max} \sqrt[4]{\frac{I_0 \cdot 0{,}076}{\Delta I}}. \qquad (10)$$

Выражения (9) и (10) справедливы для квадратичного закона изменения количества осцилляций при изменении α. Для иного закона расчетная формула для N'_θ отличается величиной постоянного коэффициента. Покажем применимость (10) на примере вычисления коэффициента усиления K параболического зеркала при падении на него плоской наклонной звуковой волны. Для случая $f = 240$ *мм*; $\alpha_{max} = 24°$; $\omega = 16°$ и $\lambda = 0{,}5$ *мм* график показателя подынтегральной функции (3) или $\varphi(\alpha_{max}, \theta)$ при $\alpha = \alpha_{max}$ приведен на фиг. 3. Количество осцилляций $M_{\alpha\,max}$, определяемое по этому графику, равно арифметической сумме наибольших и наименьших значений $\varphi(\theta)$. Оно равно 13,5, т. е. имеется 27 полусинусоид. Закон изменения количества осцилляций по α от края апертуры к центру близок к квадратичному (что определяется по графику $\varphi(\alpha, \theta)$, используемому интегратором МФТИ). Зададимся точностью $\Delta I/I_0 = 0{,}003 = \delta K/K_0$; тогда, согласно (4) и (10), $N'_\theta = 59$. При определении оптимального числа шагов N_θ, выполненного на БЭМС-2 методом последовательного удвоения N, заданная точность в 0,003 получена при $N_\theta = 51$, что подтверждает применимость формулы (10).

На графиках фиг. 4 показаны результаты расчетов относительного уменьшения коэффициента K в процентах (отношение $K'/K_0 \cdot 100\%$ отложено на оси ординат) для $f = 240$ *мм*, $\alpha_m = 24°$ и $f = 400$ *мм*, $\alpha_m = 16°$ при $\lambda = 0{,}5$ *мм* как функции угла падения луча ω. Сплошная кривая построена по данным, полученным в Вычислительном центре на БЭСМ-2, точки, обозначенные крестиком, соответствуют значениям $K'/K_0 \times 100\%$, полученным для тех же ω на интеграторе. Как видно, результаты практически совпали за исключением точки $f = 240$ *мм*, $\omega = 16°$, где волновая аберрация на краю достигает 5,5 λ. Эта ошибка объясняется тем, что интегратор МФТИ спроектирован для расчетов, при которых наибольшая аберрация на краю не превышает $3 \div 4\ \lambda$. Машинное время вычисления одной точки при одинаковых точностях на БЭСМ равно 1 *мин* 50 *сек*, а на интеграторе — 5 *мин*; стоимость вычисления одной точки на БЭСМ в 20 раз больше стоимости вычисления на интеграторе. БЭСМ имеет преимущество перед интегратором в тех случаях, когда необходима более высокая точность, так как повышение точности механического прибора на порядок трудно осуществимо, а на БЭСМ такое увеличение точности вычисления достигается увеличением числа шагов и, следовательно, времени интегрирования, согласно (7), примерно на 65%.

Авторы выражают благодарность В. Кузьмину, составившему и про-

анализировавшему программу на БЭСМ-2 и принявшему участие в обсуждении результатов; Т. А. Бережинскому, выполнившему графики и часть расчетов на интеграторе МФТИ, и В. М. Беликову, Н. А. Меллер за ценные советы по программированию и анализу точности вычислений, а также Г. Г. Слюсареву за ценные указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг. Звуковые фокусирующие системы. Изд-во АН СССР, 1949.
2. Рэлей (Стретт). Волновая теория света. М., Гостехиздат, 1940.
3. Г. Г. Слюсарев. Геометрическая оптика. М., Изд-во АН СССР, 1946.
4. Max Born. Principles of optica. Pergamon Press London, New York, Paris. 1959.
5. P. Debye. Das Verhalten von Lichtwellen in der Nähe eines Brennpunktes oder einer Brennlinie. Ann. Phys., 1909, 30, 4, 775.
6. Б. Д. Тартаковский. О дифракции звуковых волн в сходящихся пучках. Акуст. ж., 1958, 4, 4, 355—361.
7. В. М. Горбунков. Прибор для вычисления распределения амплитуд и фаз в дифракционном изображении точки. Опт.-мех. пром., 1960, 9, 5—11.
8. В. М. Горбунков. Результаты испытания прибора для расчета распределения энергии в дифракционном изображении точки. Опт.-мех. пром., 1961, 2, 12—17.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
12 августа 1961 г.