

УДК 534.26

**ФОКУСИРОВКА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН
В СРЕДЕ С ПОГЛОЩЕНИЕМ**

И. Н. Каневский

Получены выражения для распределения потенциала в фокальной области цилиндрической фокусирующей системы, работающей в среде с поглощением, построены функции распределения давления в фокальной и осевой плоскостях. Показано, что диссипация энергии в среде вызывает значительные изменения в распределении давления в осевой плоскости и незначительные — в фокальной.

В работе [1] было показано, что при фокусировке цилиндрических волн в диссипативной среде происходит смещение фокальной линии в осевой плоскости. В настоящей работе рассматривается распределение давления в фокальной области при наличии поглощения.

Для вычисления функции распределения давления используем следующее выражение работы [2]:

$$p = p_0 \sqrt{\frac{k'f}{3\pi}} \exp(-ik'f + i\pi/4) \int_{-\alpha_m}^{\alpha_m} \exp[ik'r_0 \cos(\alpha - \alpha_0)] d\alpha, \quad (1)$$

где p_0 — давление на расстоянии f от оси фронта со стороны излучателя, $k' = k - i\gamma$ — комплексное волновое число, k — обычное волновое число, γ — коэффициент поглощения, r_0, α_0 — полярные координаты точки наблюдения с полюсом на оси фронта, α_m — угол раскрытия волнового фронта. Мы ограничиваемся рассмотрением двумерного случая, так как считаем цилиндрический фронт бесконечно протяженным в направлении фокальной оси, что справедливо для конечного фронта длины h при $h > 2f$ [2]. Подынтегральное выражение формулы (1), представляющее плоскую волну, разложим в ряд по цилиндрическим функциям, как это сделано в работе [2].

Воспользовавшись формулой сложения цилиндрических функций [3]

$$J_n(k'r) = \sum_{p=0}^{\infty} i^{n-p} J_p(kr) I_{n-p}(-\gamma r),$$

получим выражение для плоской волны в поглощающей среде в следующем виде:

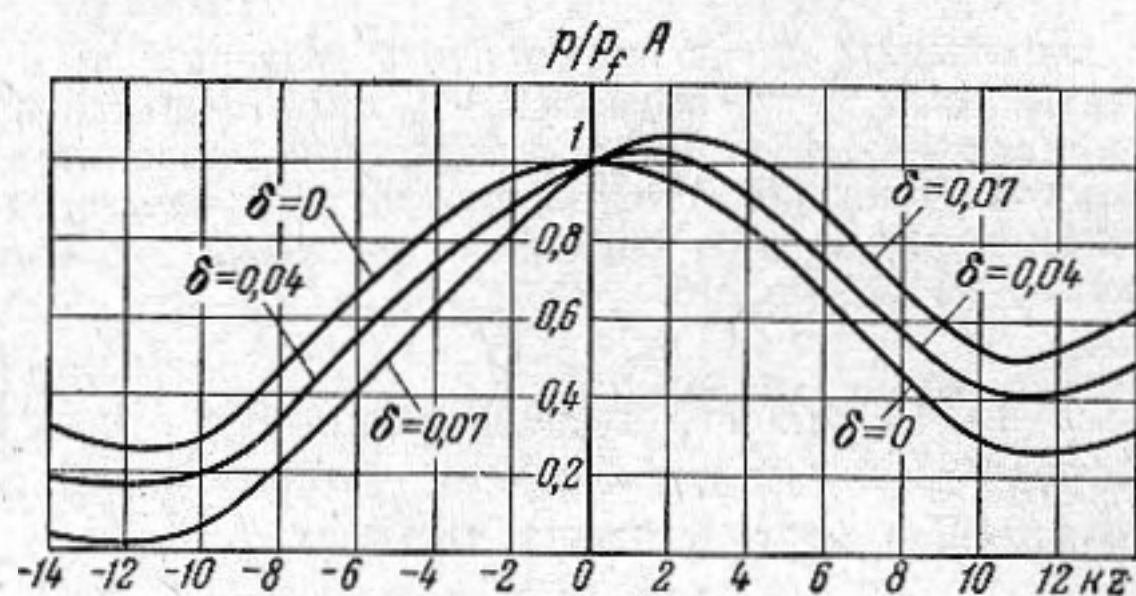
$$\begin{aligned} & \exp[ik'r_0 \cos(\alpha - \alpha_0)] = \\ & = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp[-in(\alpha - \alpha_0)] \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^{n-p} J_p(x) I_{n-p}(-\delta x), \end{aligned} \quad (2)$$

где $J_n(x)$ и $I_n(-\delta x)$ — функции Бесселя 1-го рода n -го порядка от действительного и мнимого аргументов соответственно, $x = kr_0$, $\delta = \gamma/k$. Ряд формулы (2) сходится равномерно, что позволяет произвести его почлен-

ное интегрирование. Тогда при помощи формул (1) и (2) получим выражение для давления в сходящейся цилиндрической волне в диссипативной среде:

$$p = p_f A \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n f_n(\alpha_m) \cos n\alpha_0 \times \\ \times \sum_{p=0}^{\infty} \varepsilon_p (-i)^p J_p(x) [I_{n-p}(-\delta x) + I_{n+p}(-\delta x)], \quad (3)$$

где $p_f = p_0 \sqrt{\frac{kf}{2\pi}} 2\alpha_m$ — давление на оси фронта, $A = \sqrt{1 + \delta^2} \exp(-\gamma f - ikf + i\psi - i\pi/4)$, $\psi = \arctg \delta$ — дополнительный сдвиг фазы за счет



Фиг. 1

поглощения, $f_n(\alpha_m) = \sin n\alpha_m / n\alpha_m$, $\varepsilon_n = 1$ при $n = 0$, $\varepsilon_n = 2$ при $n \neq 0$.

При $\delta = 0$ во второй сумме отличен от нуля только член с номером $p = n$, и формула (3) переходит в выражение для давления в непоглощающей среде, полученное в работе [2]. Так как коэффициент поглощения обычно мал, то можно ограничиться только линейными членами относительно δ ; в этом случае из выражения (1) получим

$$p = p_f A \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(x) \{f_n(\alpha_m) \cos n\alpha_0 + \\ + 0,5\delta x [f_{n-1}(\alpha_m) \cos (n-1)\alpha_0 + f_{n+1}(\alpha_m) \cos (n+1)\alpha_0]\}. \quad (4)$$

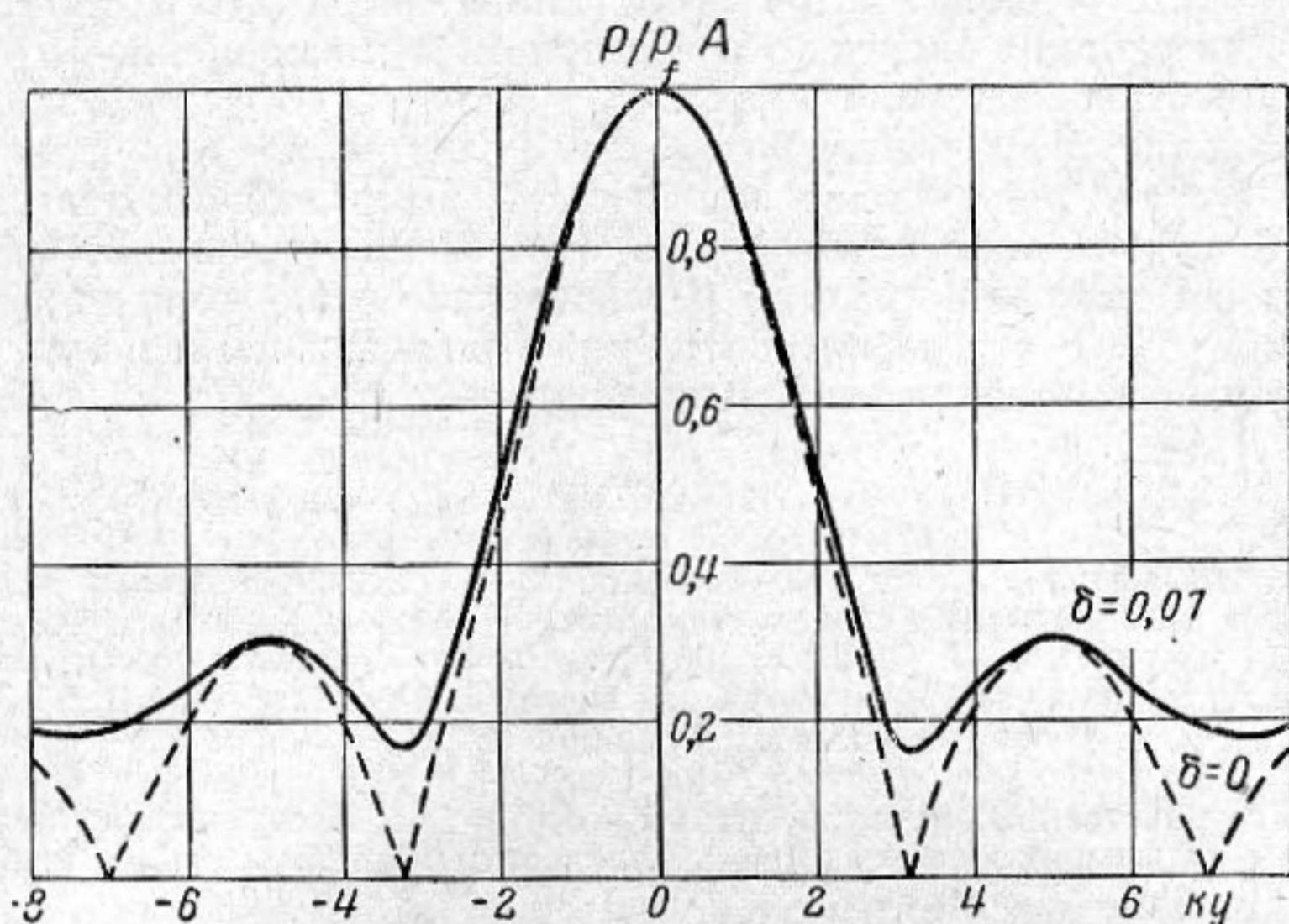
Полагая в формуле (4) $\alpha_0 = 0$, получим выражение для распределения давления по акустической оси* z в направлении, навстречу сходящемуся фронту, а при $\alpha_0 = \pi$ — в направлении распространения расходящегося фронта.

На фиг. 1 показаны распределения давления по акустической оси волнового фронта с углом раскрытия $\alpha_m = 60^\circ$ при значениях $\delta = 0; 0,04$ и $0,07$. Графики построены в безразмерных координатах kz и $p/p_f \cdot A$, причем функция распределения давления $p/p_f \cdot A$ нормирована таким образом, чтобы в геометрическом фокусе ее значение было равно единице. Как видно из графика, в отсутствие поглощения давление распределено симметрично относительно фокальной плоскости. С появлением поглощения симметрия нарушается, максимум кривой распределения смещается к излучателю; это смещение возрастает с увеличением поглощения. Плоскость, параллельную фокальной плоскости и проходящую через максимум давления в осевой плоскости, будем называть смещенной фокальной плоскостью.

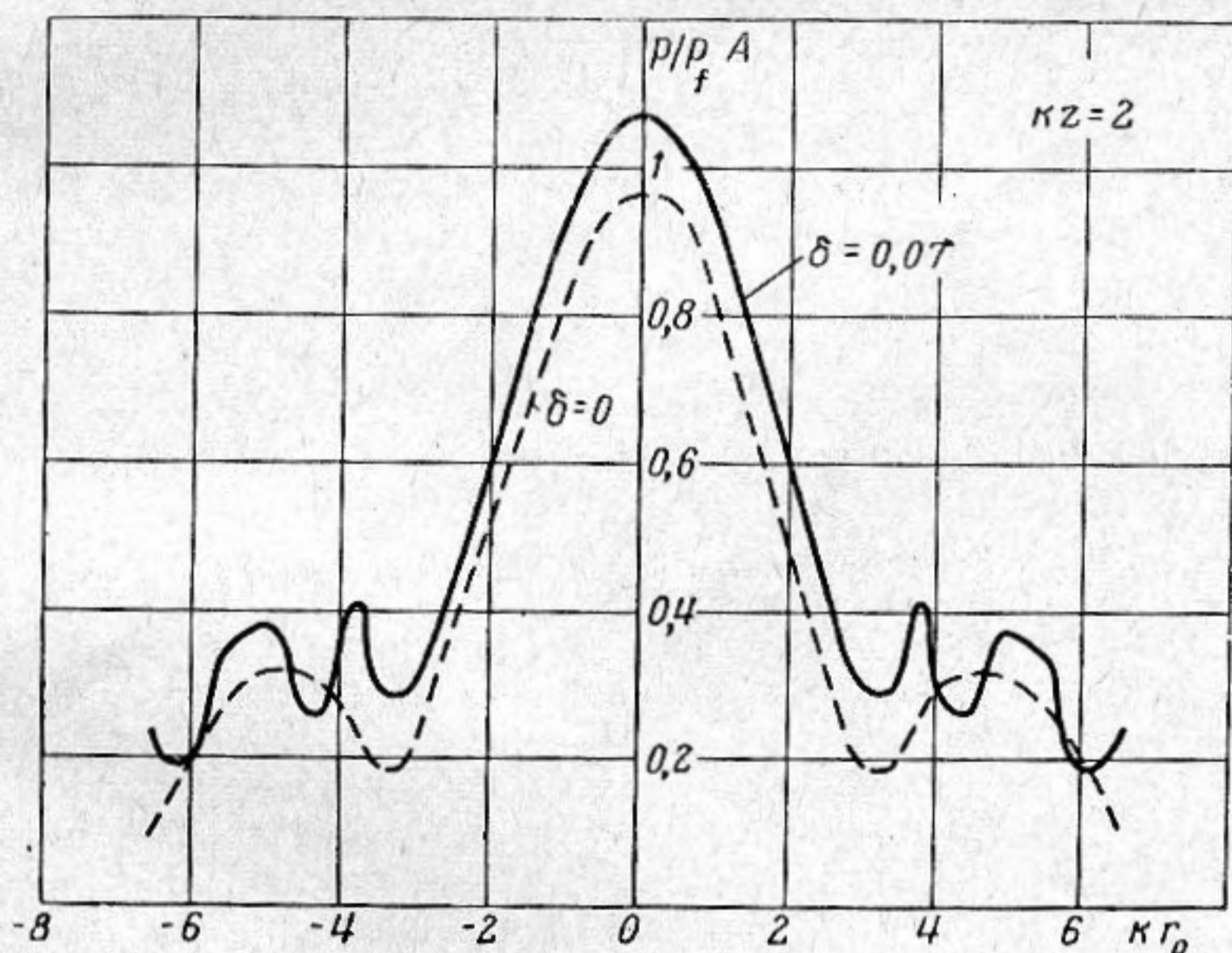
* Термин «акустическая ось» для акустических фокусирующих систем имеет то же значение, что термин «оптическая ось» для оптических фокусирующих систем

Рассмотрим распределение давления по оси y , лежащей в фокальной плоскости. Для этого в выражении (4) положим $\alpha_0 = \pi/2$, разделим действительную и мнимую части и найдем модуль давления

$$|p| = p_f A \left\{ \left[\sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_{2k} f_{2k}(\alpha_m) J_{2k}(x) \right]^2 + \delta^2 x^2 \left[\sum_{k=0}^{\infty} [f_{2k}(\alpha_m) - f_{2k-2}(\alpha_m)] \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (5)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Первое слагаемое в этом выражении представляет распределение потенциала в непоглощающей среде и совпадает с выражениями, полученными в работе [2]. Второе слагаемое, пропорциональное δ^2 — малая поправка, обусловленная диссипацией энергии в среде. Следовательно, поглощение вызывает незначительное изменение в распределении давления в фокальной плоскости при малых x . Это видно из графика на фиг. 2, где сплошной

линией показано распределение давления при $\delta = 0,07$, а штриховой — при $\delta = 0$.

Рассмотрим теперь распределение давления в смещенной фокальной плоскости при $\delta = 0,07$. Как видно из графика фиг. 1, в этом случае $kz = 2$. Для вычисления $|p|$ воспользуемся выражением (4), учитывая, что $kr_0 = \sqrt{(kz)^2 + (ky)^2}$, $\alpha_0 = \text{arctg}(ky/kz)$. На фиг. 3 сплошной линией показан график распределения давления в смещенной фокальной плоскости при $\delta = 0,07$, а штриховой линией — при $\delta = 0$. Из графиков видно, что диссипация энергии в среде приводит к изменению $|p|$ и появлению дополнительных максимумов.

Из сравнения графиков на фиг. 1, 2 и 3 следует, что с появлением поглощения в среде наименьшие изменения в распределении давления наблюдаются в фокальной плоскости. В смещенной фокальной плоскости распределение давления при $\delta \neq 0$ значительно отличается от распределения при $\delta = 0$. В осевой плоскости при появлении поглощения распределение давления становится асимметричным.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Каневский. Некоторые особенности поведения сходящихся волновых фронтов в диссипативных средах. Акуст. ж., 1963, 9, 3, 324—328.
2. И. Н. Каневский, Л. Д. Розенберг. Расчет звукового поля в фокальной области цилиндрической фокусирующей системы. Акуст. ж., 1957, 3, 1, 46—61.
3. Г. Н. Ватсон. Теория бесселевых функций. М., ИЛ, 1949, ч. I.

Государственный н.-и. проектный
институт редкометаллической промышленности
Москва

Поступила в редакцию
19 сентября 1963 г.