АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XI 1965 Вып. 1

УДК 534.231.1/.87

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

С. Г. Гершман, Ю. И. Тужилкин

Получены выражения для спектра сигнала, представимого в виде суммы исходных сигналов, отличающихся уровнями и временами распространения. Приведены результаты лабораторных экспериментов.

В большинстве случаев распространения звука в неоднородных средах сигнал достигает точки приема, распространяясь по нескольким путям. Сложение звуковых колебаний в месте приема приводит к интерференции. Так, например, в работах [1, 2] описываются опыты по наблюдению интерференционных явлений при распространении звука в море. При определенных соотношениях во временах распространения синусоидального импульса по прямому и отраженному от поверхности лучу в точке приема отмечались экстремумы звукового давления. Аналогичные явления имеют место и в реверберационных камерах и измерительных бассейнах. Р. Уотерхаузом [3] проведено исследование распределения интенсивности звука стационарного и «воющего» тона вблизи стенок и ребер измерительной камеры. Автор приходит к выводу, что интерференционная картина заметна вплоть до центра камеры.

При корреляционных измерениях, наряду с распределением интенсивности, необходимо учитывать интерференционные искажения спектра исследуемого сигнала. Ниже сделана попытка расчета спектра сигнала, представимого в виде суммы сигналов с разными уровнями и временами распространения. Сигналы подобного вида в первом приближении отражают особенности звукового поля в замкнутых объемах измерительных камер и при многолучевом распространении звуковых сигналов в море.

Пусть $f(t)$ — сигнал, прошедший по одному из лучей. При узком спектре исходного сигнала $f(t)$ пропорционально излучаемому звуковому давлению. Если сигнал при излучении был широкополосным, то $f(t)$ представляет его низкочастотную часть, что обусловлено фильтрующим действием поглощения звука в среде. Сигнал, относящийся к определенному лучу, характеризуется временем запаздывания t_m и уровнем a_m. Суммарный сигнал, пришедший по N лучам, можно представить в виде

$$S(t) = \sum_{m=1}^{N} a_m f(t - t_m). \tag{1}$$

Будем считать, что a_m и t_m не зависят от времени и что излучаемый сигнал является статистически стационарным шумом. Тогда $f(t)$ в точке приема будет являться стационарным шумоподобным сигналом. Обозначим функцию автокорреляции исходного сигнала через $B_f(\tau)$.

Нетрудно найти автокорреляционную функцию $B_s(\tau)$ суммарного

сигнала $S(t)$. По определению

$$B_s(\tau) = \overline{\left[\sum_{m=1}^{N} a_m f(t-t_m)\right]\cdot\left[\sum_{n=1}^{N} a_n f(t-t_n+\tau)\right]} =$$

$$= \sum_{m,\,n=1}^{NN} a_m a_n \cdot B_f(t_m - t_n + \tau) \qquad (2)$$

и спектральная плотность мощности будет

$$F_s(\omega) = \frac{1}{2\pi}\sum_{m,\,n=1}^{NN} a_m a_n \int_{-\infty}^{\infty} B_f(t_m - t_n + \tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$= F_f(\omega) \sum_{m,\,n=1}^{NN} a_m a_n e^{-j\omega(t_n - t_m)}, \qquad (3)$$

где $F_f(\omega)$ — спектральная плотность мощности сигнала $f(t)$. Поскольку спектральная плотность мощности реальных сигналов является четной функцией, то

$$F_s(\omega) = F_f(\omega) \sum_{m,\,n=1}^{NN} a_m a_n \cos\omega(t_n - t_m) \qquad (4)$$

или, проведя тождественные преобразования,

$$F_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\left[\sum_{m=1}^{N} a_m \cos\omega t_m\right]^2 + \left[\sum_{m=1}^{N} a_m \sin\omega t_m\right]^2\right\}. \qquad (5)$$

В ряде случаев времена t_m можно считать кратными некоторому отрезку времени Δt $t_m = m\Delta t$; $m = 0, 1, 2 \ldots$
Тогда

$$F_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\left[\sum_{m=0}^{N-1} a_m \cos m\omega\Delta t\right]^2 + \left[\sum_{m=1}^{N-1} a_m \sin m\omega\Delta t\right]^2\right\}. \qquad (6)$$

Таким образом, полученная спектральная функция представляется в виде произведения исходной спектральной функции и суммы квадратов двух рядов. Первый из них при $N \to \infty$ на участке $-\pi/\Delta t < \omega < \pi/\Delta t$ может сходиться к четной, а второй — к нечетной функциям, разложимым в ряд Фурье. Обе эти функции $g_c(\omega)$ и $g_s(\omega)$ связаны между собой равенством коэффициентов:

$$\int_0^{\pi/\Delta t} g_c(\omega\Delta t)\cos m\omega\Delta t\, d\omega = \int_0^{\pi/\Delta t} g_s(\omega\Delta t)\sin m\omega\Delta t\, d\omega. \qquad (7)$$

Примеры суммирования таких рядов можно найти в работах [4, 5].

Заметим, что в ряде случаев представляет интерес задача о выборе a_m и Δt при необходимости исказить исходный спектр наперед заданным образом. Пусть на некотором интервале ω, где $F_f(\omega) \neq 0$, требуется выполнение соотношения $F_s(\omega)/F_f(\omega) = F(\omega)$. Функция $F(\omega)$, естественно, должна быть четной, ограниченной и неотрицательной. Разложим $F(\omega)$ в ряд Фурье на участке $0 < \omega < \pi/\Delta t$

$$F(\omega) = \sum_{m=0} a_m' \cos m\omega\Delta t \qquad (8)$$

и потребуем почленного равенства рядов (8) и (4):

$$a_0' = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2,$$

$$a_1' = 2\sum_{n=0}^{\infty} a_n a_{n+1} \qquad (9)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_m' = 2\sum_{n=0}^{\infty} a_n a_{n+m}.$$

Из полученных уравнений по заданным a_m' можно найти коэффициенты ряда (6). Для представления функции рядом Фурье с удовлетворительной точностью обычно достаточно нескольких первых гармоник, поэтому система уравнений (9) будет конечной. Поскольку сумма всех уравнений представляет собой полный квадрат, степень уравнений удается понизить до числа, равного количеству членов заданного ряда.

Величина задержки Δt выбирается из условия $\omega_г \Delta t = \pi$, где $\omega_г$ — граничная частота участка, на котором определена заданная функция $F(\omega)$. Вне этого участка спектральная функция периодически повторяется. Иначе говоря, при заданном Δt однородный спектр белого шума превращается в периодическую функцию с периодом $1/\Delta t$, ограниченный же спектр предварительно отфильтрованного сигнала изменяется по-разному, в зависимости от положения граничных частот.

При малых временах относительных задержек Δt диапазон непериодических изменений спектра увеличивается, в пределе при $\Delta t \to 0$ стремясь к бесконечности. Наоборот, при больших Δt спектральная функция быстро изменяется с изменением ω.

Шум с однородным спектром в полосе $\Delta\nu$ имеет интервал корреляции $\tau_0 = 1/\Delta\nu$. Если сложить несколько экземпляров этого шума с задержками, кратными минимальной из них, равной $\tau_0 = \tau_0$, то на диапазоне $\Delta\nu$ уложится как раз один период функции (6). Взяв интеграл по диапазону $\Delta\nu$ от функции $F_s(\omega)$, представленной формулой (4), легко убедиться, что мощность суммарного сигнала равна сумме мощностей слагаемых:

$$2\pi \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} F_s(\omega)\, d\nu = F_0 \Delta\nu \sum_m a_m^2. \qquad (10)$$

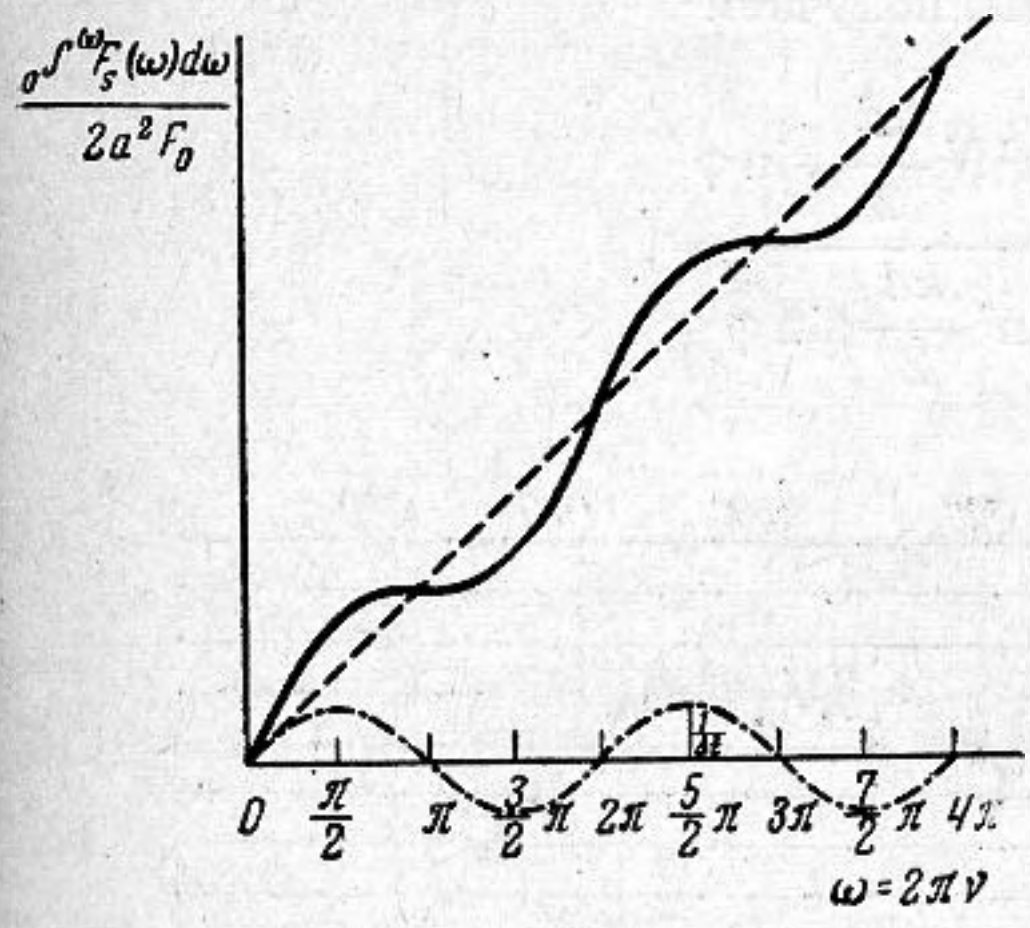
Здесь $F_0 = \text{const}$ — спектральная плотность мощности исходного белого шума.

Однако при интегрировании по интервалу частот $\Delta\nu \neq 1/\Delta t$ соотношение (10) не является верным. Если задано, например, Δt, а исходный сигнал становится все более широкополосным, общая энергия суммарного сигнала колеблется около суммы энергий слагаемых. Период колебаний равен $1/\Delta t$. Поскольку мощность суммарного сигнала от периода к периоду увеличивается, а размах ее изменений в случае белого исходного шума остается постоянным, относительное отклонение мощности от суммы мощностей слагаемых с ростом $\Delta\nu$ уменьшается

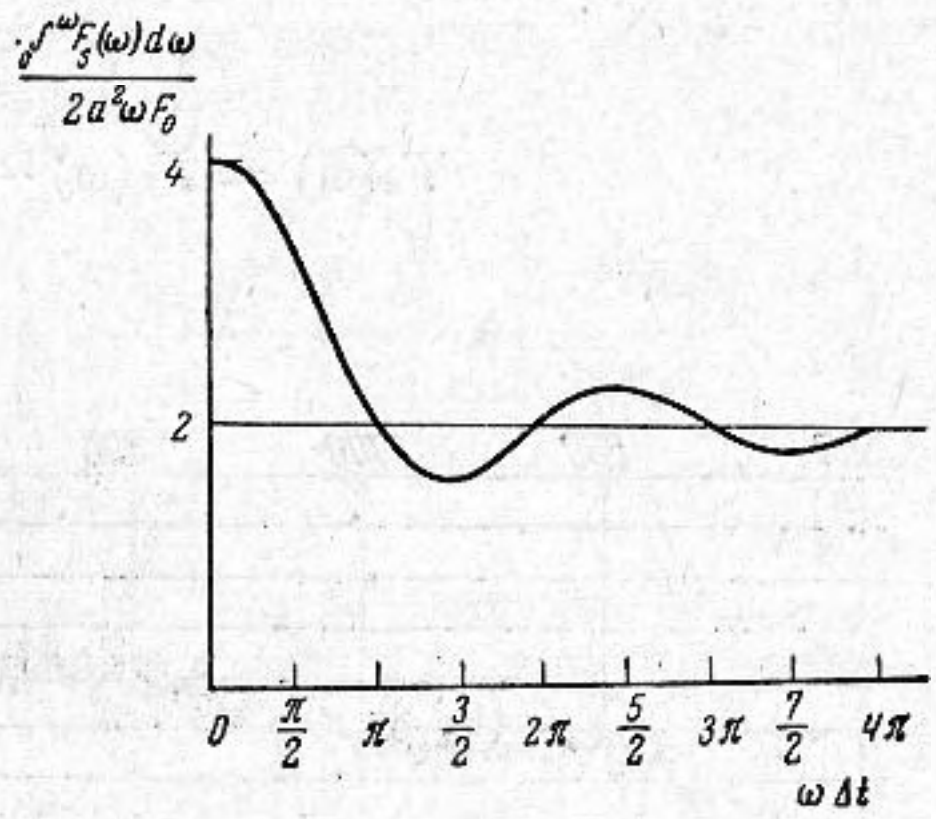
$$\int_0^{2\pi\nu} F_s(\omega)\, d\omega = F_0 2\pi\nu \left\{ \sum_m a_m^2 + 2\sum_{m>n} a_m a_n \frac{\sin 2\pi\nu\Delta t(m-n)}{2\pi\nu\Delta t(m-n)} \right\}. \qquad (11)$$

Наоборот, если зафиксирована полоса частот сигнала, а изменяется Δt, то от когерентного сложения при $\Delta t = 0$ мы переходим к энергетическому сложению по функциям типа суммы синусов с разными частотами и амплитудами.

На фиг. 1, 2 показано изменение мощности суммарного сигнала для случая двух лучей (полагая $a_1 = a_2$). На фиг. 1 постоянным считается Δt, на фиг. 2 — $\Delta\omega$.



Фиг. 1

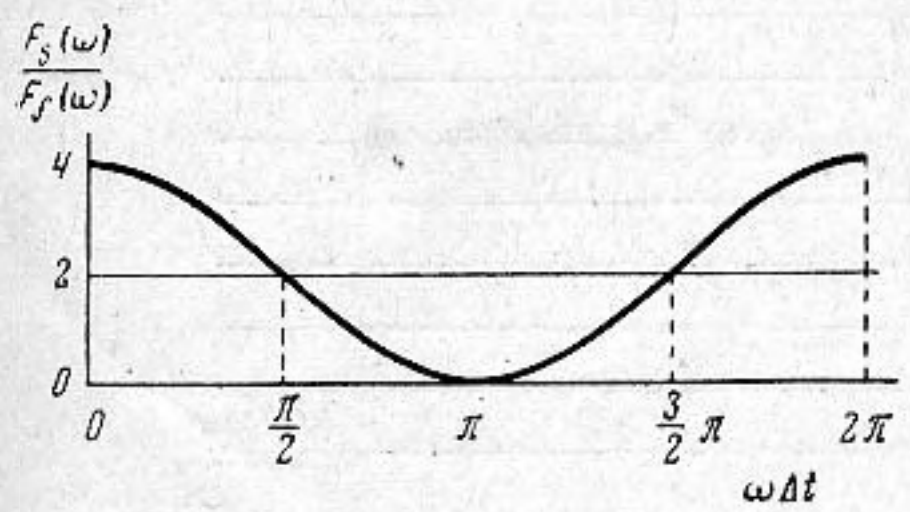


Фиг. 2

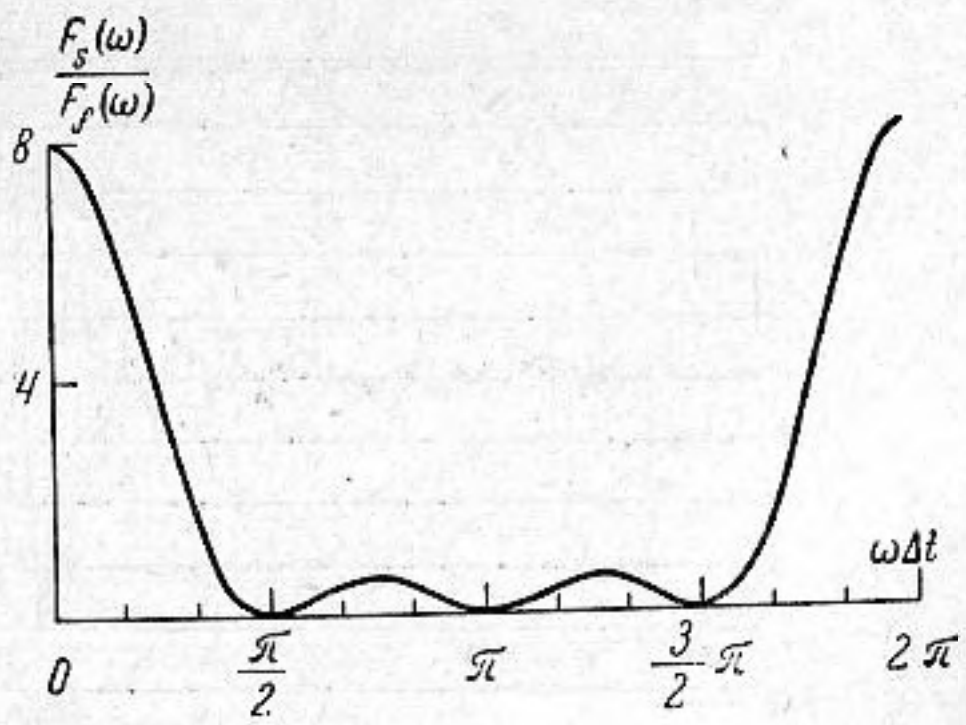
Простейшим из рядов (6), допускающих суммирование, является ряд с одинаковыми коэффициентами a_m. Положив последние равными единице, получаем [5]

$$\left[\sum_{m=0}^{N-1} \cos m\omega\Delta t\right]^2 + \left[\sum_{m=1}^{N-1} \sin m\omega\Delta t\right]^2 = \sin^2 N\frac{\omega\Delta t}{2}\cdot \operatorname{cosec}^2\frac{\omega\Delta t}{2}. \qquad (12)$$

Графики функции (12) для $N = 2$ (один задержанный луч в сумме с одним незадержанным) и $N = 4$ изображены на фиг. 3, 4. Как видно



Фиг. 3

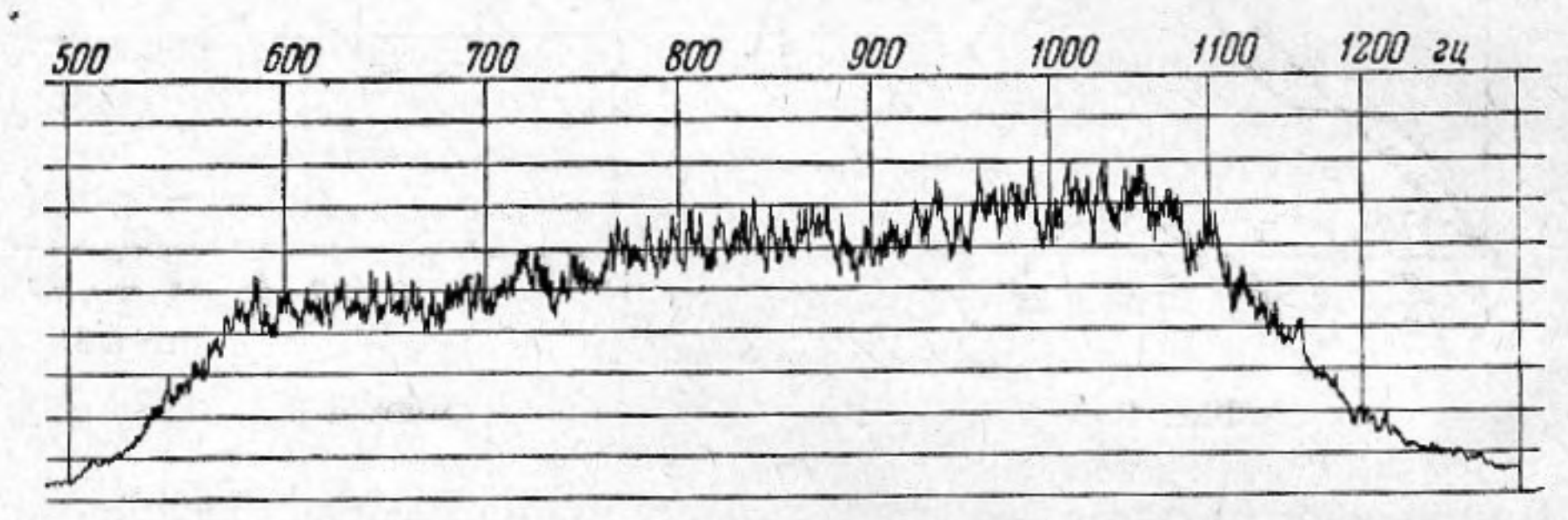


Фиг. 4

из фигур, уже при $N = 4$ значительная часть спектра сигнала оказывается подавленной. С увеличением N подавление становится более глубоким и проявляется в более широкой полосе частот, максимумы сужаются, а отношение значений функции в главных и побочных максимумах возрастает пропорционально N^2. Любой сигнал с шириной спектра $\Delta\nu = \nu_в - \nu_н$, прошедший через такую многоканальную систему, становится близким к сумме гармонических сигналов, число которых можно считать равным $1 + \Delta t\nu_в - \Delta t\nu_н$ при том условии, что произведение Δt на верхнюю граничную частоту $\nu_в$ округляется до ближайшего меньшего целого числа, а $\Delta t\nu_н$, до ближайшего большего.

Следует заметить, что сигнал вида (1) с одинаковыми a_m и $t_m = m\Delta t$ обычно реализуется в антенных решетках. Пусть φ — угол падения волны по отношению к нормали, d — расстояние между соседними элементами решетки, c — скорость волны, $k = \omega / c$ — волновое число. Тогда $\Delta t = \frac{d}{c} \sin \varphi$. С учетом формулы (12) мы получаем

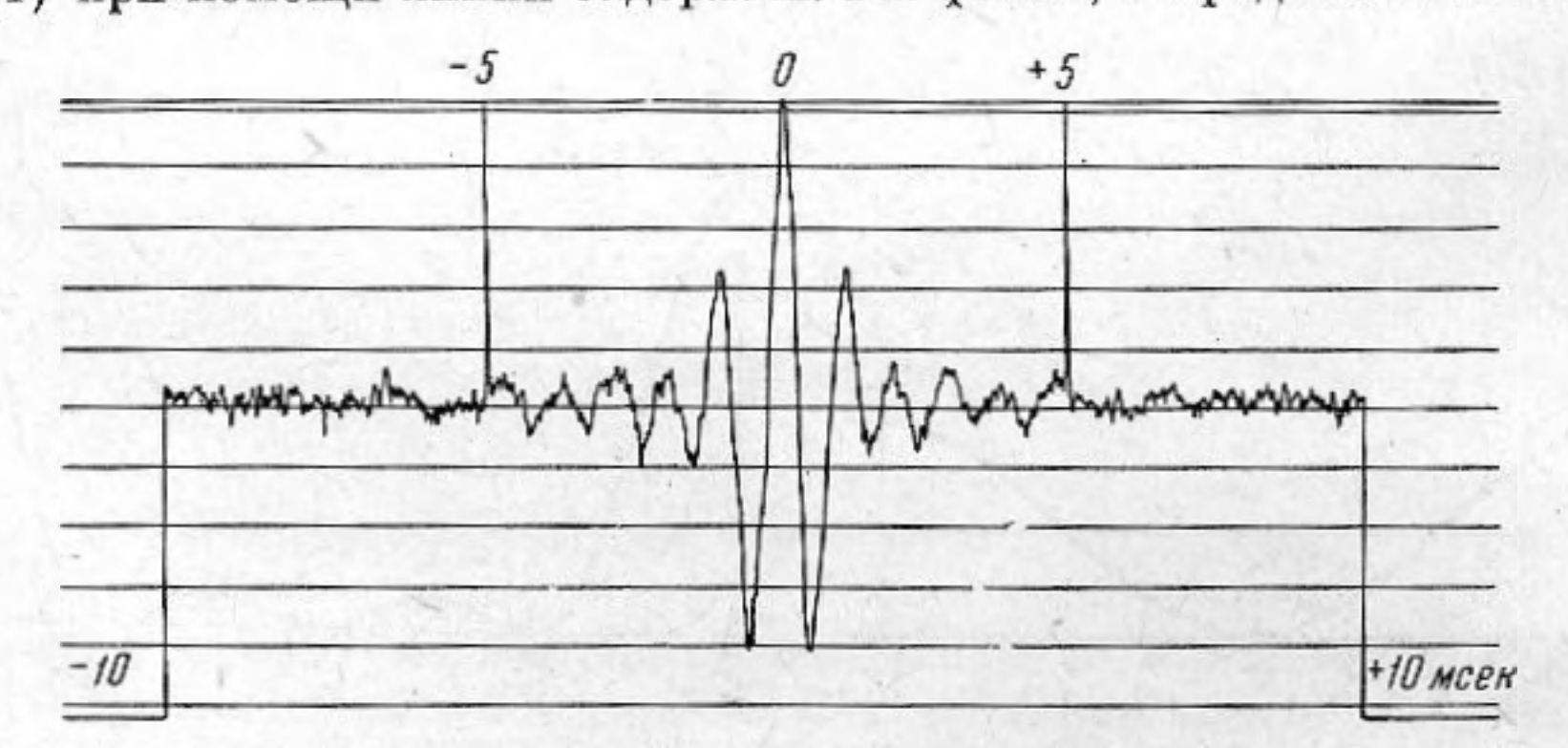
$$F_s(\omega) = F_f(\omega) \cdot \frac{\sin^2 N \frac{kd}{2} \sin \varphi}{\sin^2 \frac{kd}{2} \sin \varphi}.$$



Фиг. 5

Второй сомножитель представляет собой обычное выражение для диаграммы направленности решетки [6]. Иначе говоря, антенну можно рассматривать как фильтр с зависящей от φ полосой пропускания. Фильтр прозрачен для всех частот при $\varphi = n\pi$. ($n = 0, 1, 2, \ldots$).

Для проверки изложенных соображений мы синтезировали сигналы вида (1) при помощи линии задержки. На фиг. 5, 6 представлены соответ-

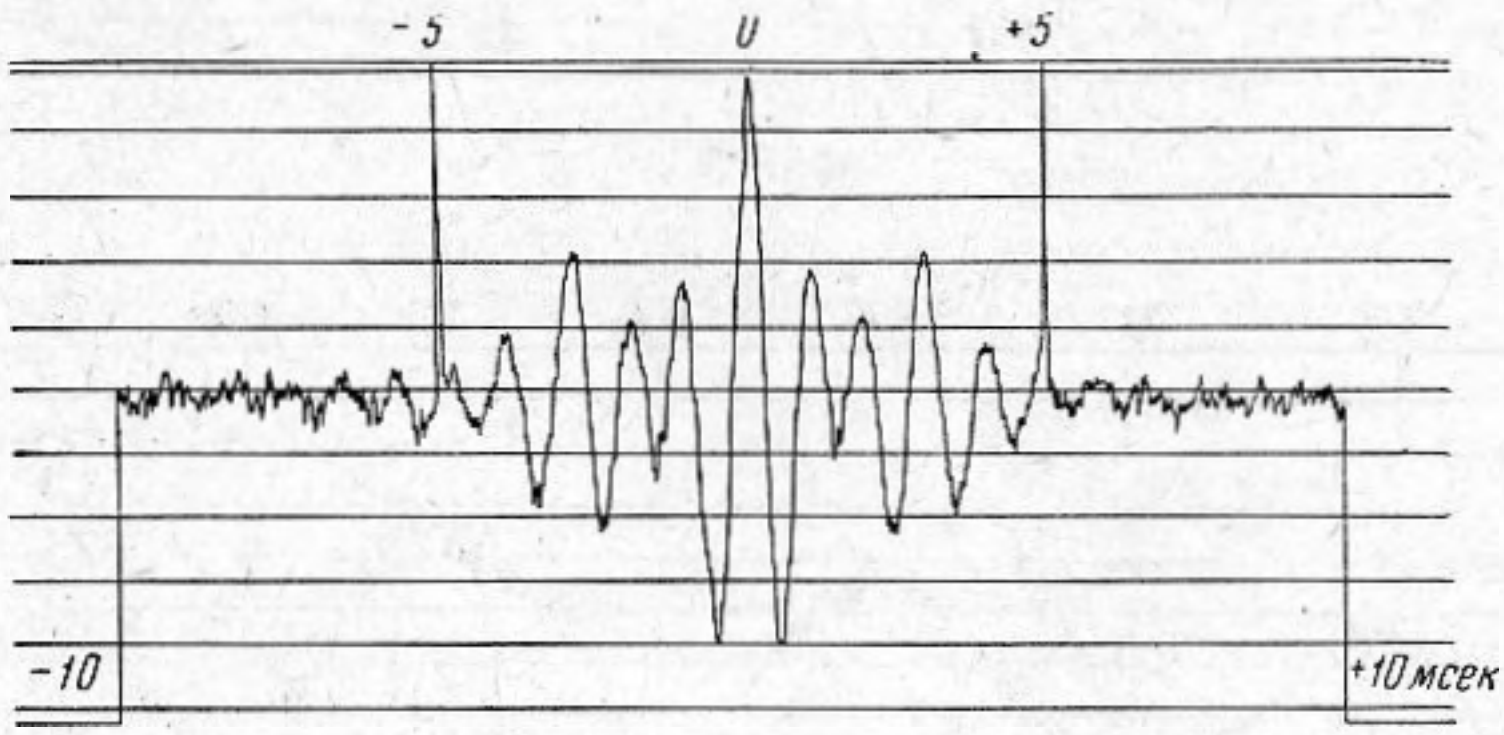


Фиг. 6

ственно спектр и автокорреляционная функция исходного шума, в роли которого выступал стационарный гауссовский шум в полосе 600—1200 *гц*. Автокорреляционная функция и спектр получены при помощи коррелометра, построенного на принципе знакосовпадений, и спектрального анализатора с постоянной полосой пропускания, близкой к 2 *гц*.

Автокорреляционные функции для суммы двух слагаемых приведены на фиг. 7 и 8 при времени запаздывания $\tau = 3$ *мсек* (фиг. 7) и $\tau = 5$ *мсек* (фиг. 8). Видные на записях добавочные максимумы, как и следует из формулы (2), наблюдаются при значениях времени задержки, равных времени запаздывания одного слагаемого суммы по отношению к другому.

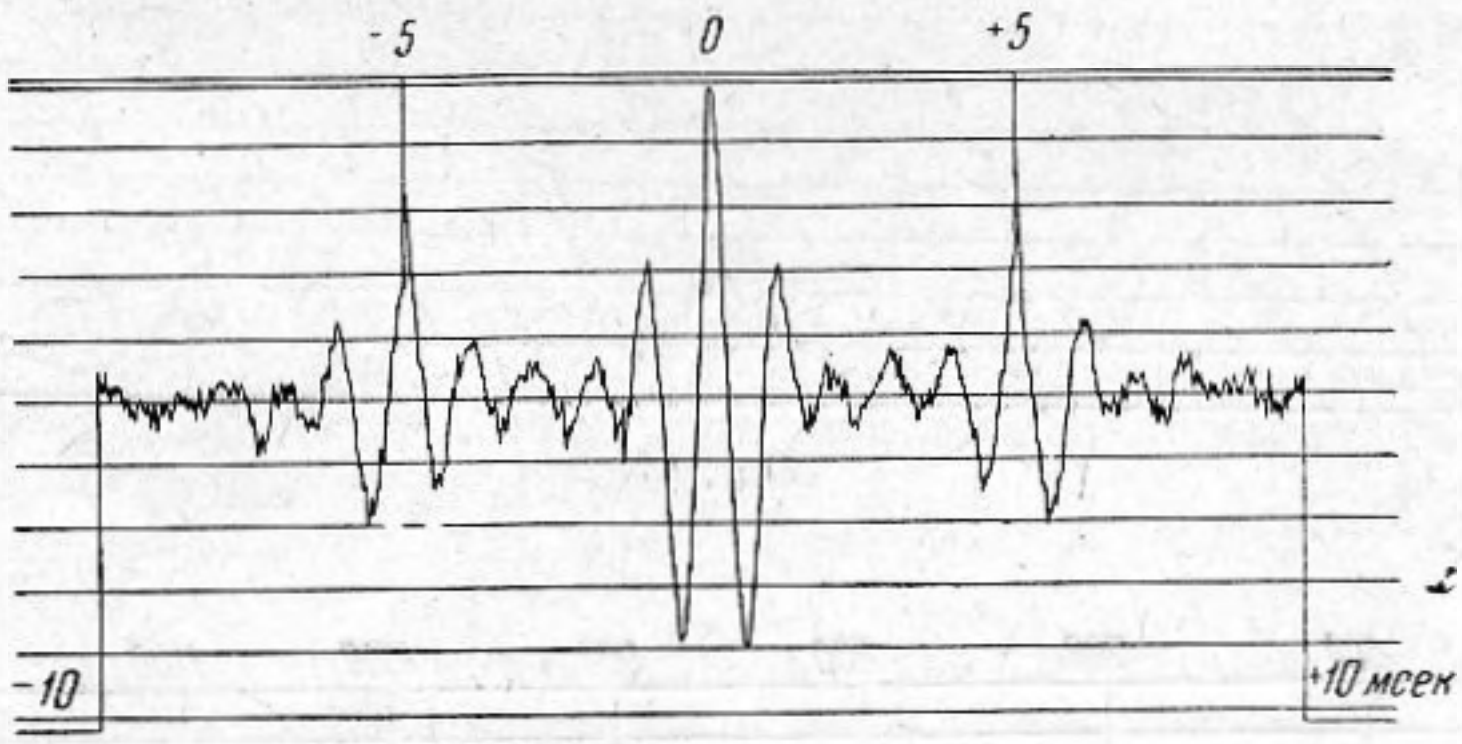
Спектры суммарных сигналов для $N = 2$ представлены соответственно на фиг. 9 и фиг. 10. На фиг. 11, 12 приведены спектры сумм четырех сигналов ($N = 4$), причем фиг. 11 соответствует $\tau = \Delta t = 3$ *мсек*, а фиг. 12 — $\Delta t = 5$ *мсек*. Выходное напряжение спектрального анализатора пропорционально среднеквадратичному значению входного сигнала. Поэтому по вертикальной оси на фиг. 9—12 в линейном масштабе представлена величина $\sqrt{F_s(\omega)}$. Этим объясняется кажущееся количественное несовпадение записей с расчетными кривыми на фиг. 3 и 4.



Фиг. 7

Полоса частот 600—1200 *гц* была выбрана лишь в целях иллюстраций; возникающие в результате суммирования запаздывающих сигналов периодические изменения спектра могли бы быть прослежены и на шумах с любой другой полосой частот.

Суммирование рядов (5) в большинстве реальных случаев громоздко, но не представляет принципиальных трудностей. Для примера нами про-

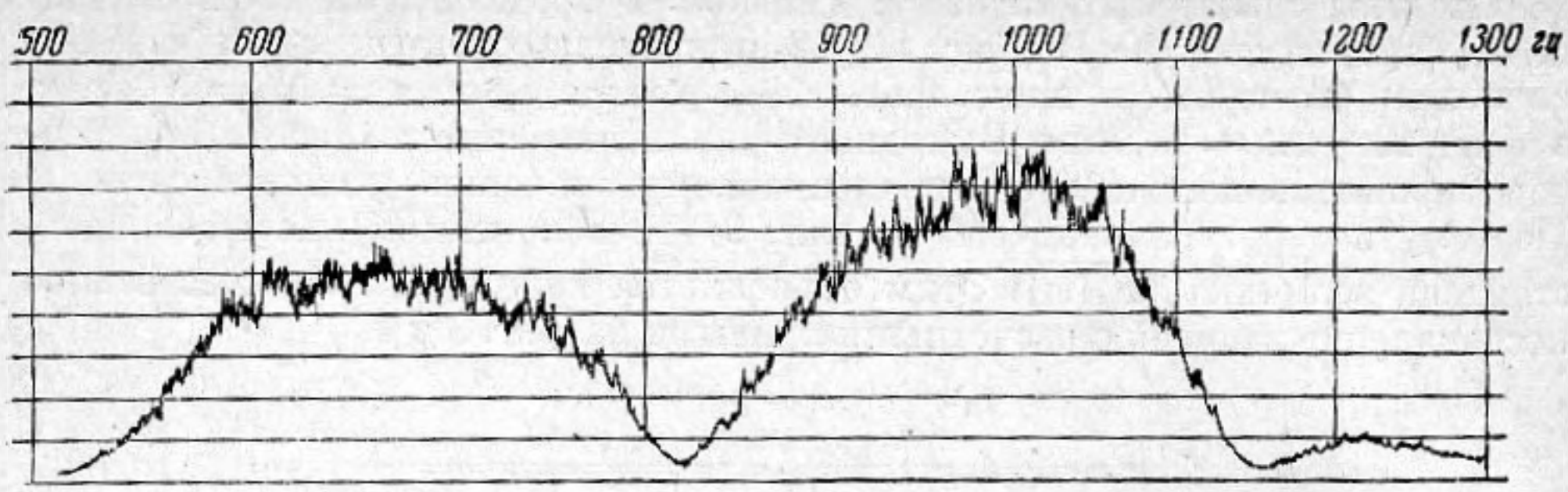


Фиг. 8

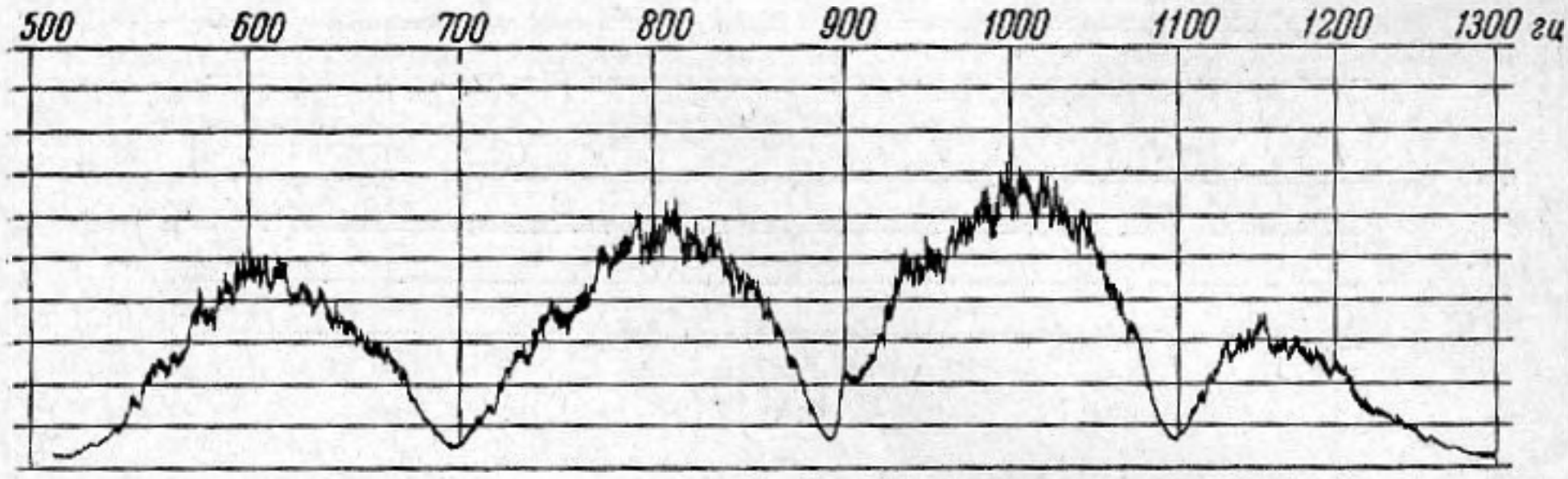
суммированы ряды, относящиеся к случаю приема сигналов в море. Н. С. Агеевой [7] были рассчитаны времена прихода в точку приема сигналов, распространяющихся по разным лучам, и амплитуды этих сигналов, причем экспериментальные данные хорошо совпали с расчетными. При опытах был использован ультразвуковой импульс длительностью 3 *мсек*. Возникает вопрос, как исказился бы в точке приема спектр стационарного сигнала, если бы таковой был использован вместо импульса?

Рассмотрим два примера. В работе [7] отмечено, что на расстоянии 760 *м* наблюдалось два импульса с соотношением амплитуд 1 : 2,5 и разницей во времени прихода 4,5 *мсек*. Следовательно,

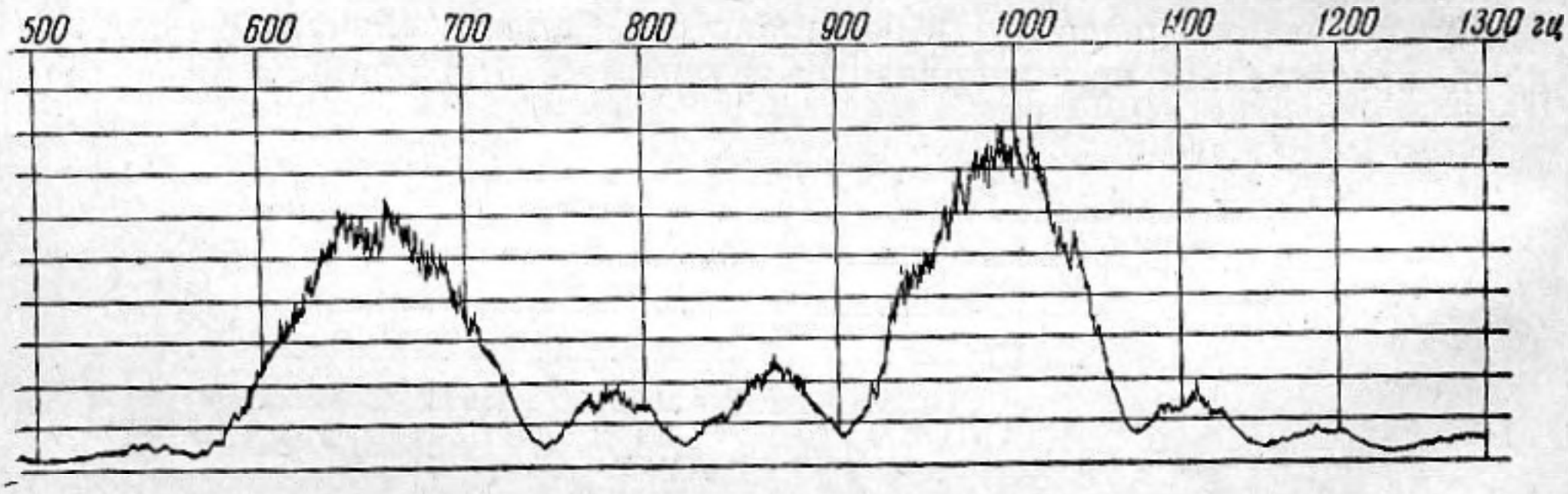
$$F_s(\omega) = F_f(\omega) \cdot [7{,}25 + 5 \cos 4{,}5 \cdot 10^{-3}\omega].$$



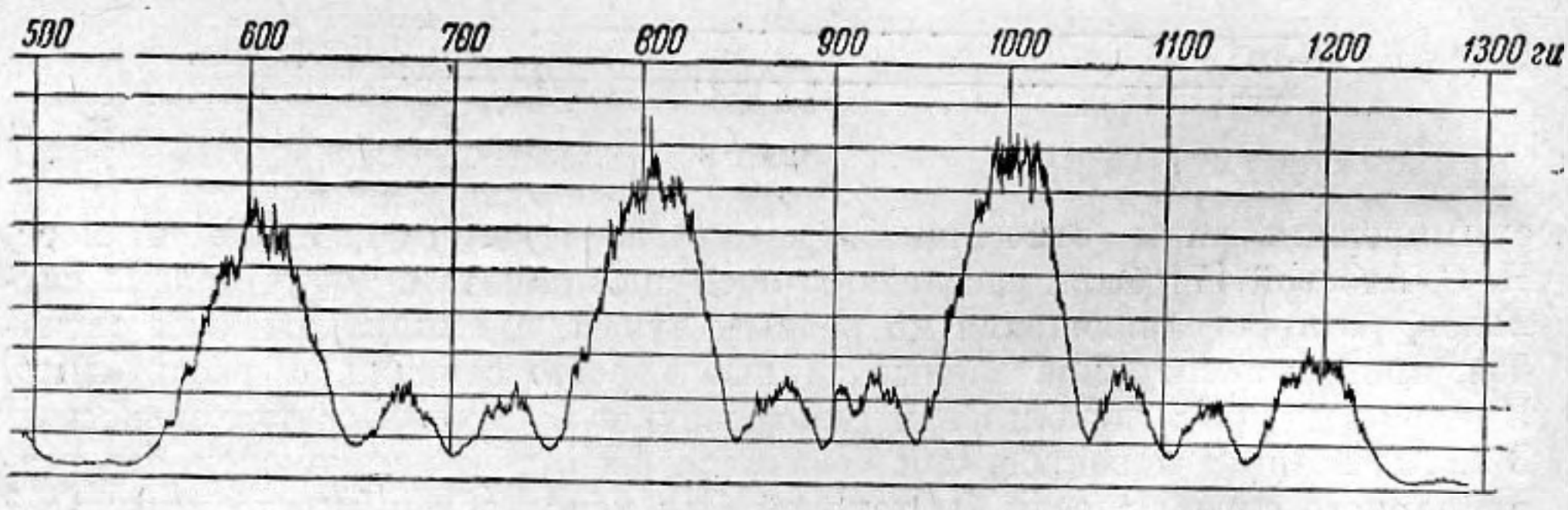
Фиг. 9



Фиг. 10



Фиг. 11

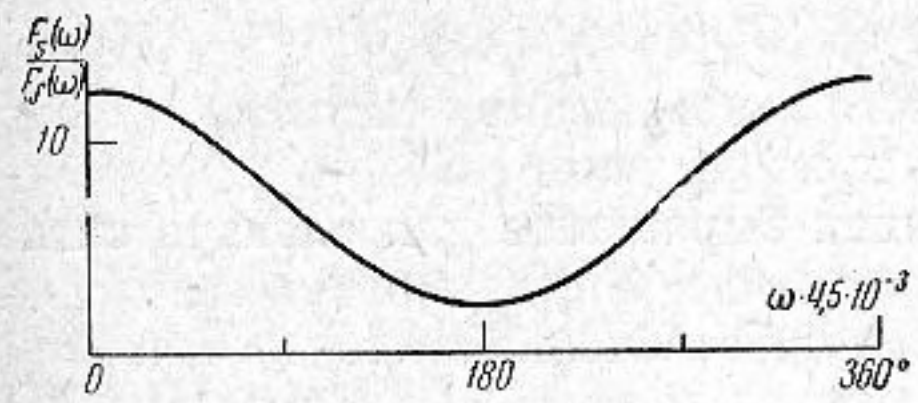


Фиг. 12

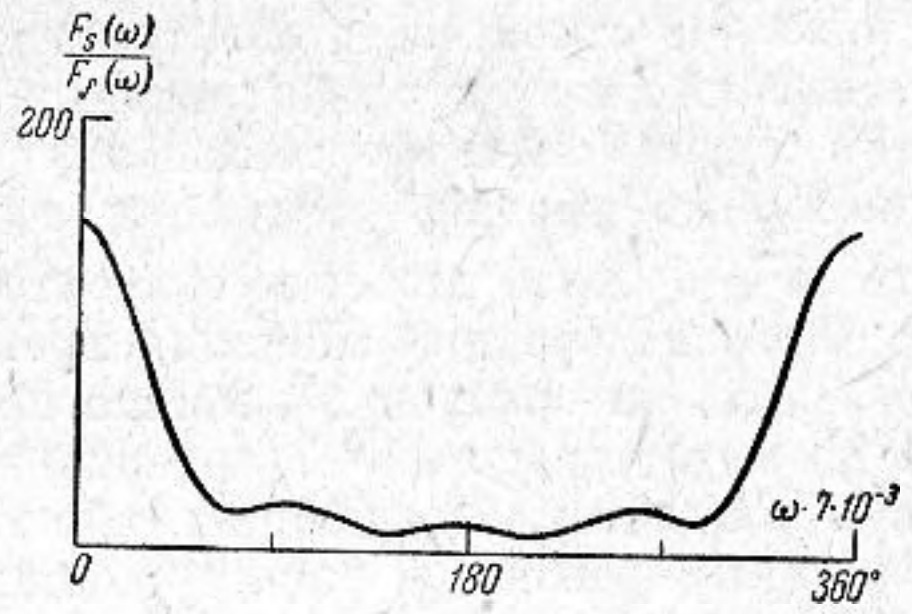
График для одного периода функции в квадратных скобках приведен на фиг. 13. Она имеет минимумы вблизи частот $\nu_n = \frac{2n+1}{2} \cdot \frac{10^3}{4{,}5}$ *гц* и максимумы вблизи $\nu_n = n\frac{10^3}{4{,}5}$ *гц*; $(n = 0, 1, 2, \ldots)$. На расстоянии 7600 *м* принимаемый сигнал состоял из 5 импульсов с соотношением амплитуд 1 : 1,4: 1,9 : 3 : 5 и задержками 7; 14,5; 21; 27 *мсек*. Будем считать приближенно, что каждый импульс опаздывал по отношению к предыдущему на 7 *мсек*. Тогда

$$F_s(\omega) = F_f(\omega)\{[1 + 1{,}4\cos\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + 1{,}9\cos 2\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + \\ + 3\cos 3\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + 5\cos 4\omega\cdot 7\cdot 10^{-3}]^2 + [1{,}4\sin\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + \\ + 1{,}9\sin 2\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + 3\sin 3\omega\cdot 7\cdot 10^{-3} + 5\sin 4\omega\cdot 7\cdot 10^{-3}]^2\}.$$

Соответственный график показан на фиг. 14. В отличие от функций фиг. 3, 4 здесь спектральная плотность нигде не падает до нуля. Однако



Фиг. 13



Фиг. 14

существенное подавление интенсивности наблюдается в значительном диапазоне частот. Так, если бы излучался белый шум, в спектре принятого сигнала интенсивность в диапазонах $25{,}7 \div 117$ *гц*; $168{,}7 \div 260$ *гц* и так далее, уменьшилась бы не менее чем в 7,5 раз по сравнению с интенсивностью вблизи частот 0; 143; 286 *гц* и так далее. Строго говоря, в высокочастотном диапазоне рассматриваемая функция была бы несколько иной из-за накопления ошибки, допущенной нами при округлении времен прихода лучей до величин, кратных 7 *мсек*.

Кроме того, разумеется, точность расчетов спектра по приведенным выше формулам сохраняется лишь при стабильных значениях t_m и a_m. В противном случае спектр $\overline{F}_s(\omega)$ должен быть получен в результате усреднения по диапазону их изменений

$$\overline{F}_s(\omega) = \int F_s(\omega, a_1 \ldots a_N, t_1 \ldots t_N)\, w(a_1 \ldots a_N, t_1 \ldots t_N) \times \\ \times da_1 \ldots da_N \cdot dt_1 \ldots dt_N, \qquad (13)$$

где $w(a_1 \ldots a_N, t_1 \ldots t_N)$ — многомерная функция распределения амплитуд сигналов и соответственных времен запаздывания.

Так, например, если времена распространения независимо флюктуировали бы около значений $\overline{t}_m$ с дисперсиями σ_{tm}^2, подчиняясь N-мерному закону распределения [8]

$$w(t_1 \ldots t_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N}} \prod_{m=1}^{N} \frac{1}{\sigma_{t_m}} e^{-\frac{(t_m - \overline{t}_m)^2}{2\sigma_{t_m}^2}},$$

то усредненный спектр $\overline{F}_s(\omega)$ суммарного сигнала можно было бы получить, подставив в формулу (13) выражение (4). Усреднение следует производить по ансамблю реализаций, характеризующихся постоянными t_m.

В связи с этим $F_f(\omega)$ может быть вынесено за знак интеграла. При усреднении по времени эта операция справедлива, когда t_m изменяются медленно и не влияют на форму $F_f(\omega)$. При этих предположениях мы получим после интегрирования

$$\overline{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\sum_{m=1}^{N} a_m^2 + \sum_{\substack{m,n=1\\ m\neq n}}^{NN} a_m a_n e^{-\frac{\omega^2}{2}\left(\sigma_{t_n}^2+\sigma_{t_m}^2\right)}\cdot\cos\omega\left(\bar{t}_n-\bar{t}_m\right)\right\}. \quad (14)$$

Выражение упрощается, если дисперсии флюктуаций времен распространения одинаковы:

$$\overline{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\left(1-e^{-\omega^2\sigma_t^2}\right)\sum_{m=1}^{N} a_m^2 + e^{-\omega^2\sigma_t^2}\sum_{m,n=1}^{NN} a_m a_n \cos\left(\bar{t}_n-\bar{t}_m\right)\right\}. \quad (15)$$

Таким образом, при сложении звуковых сигналов с флюктуирующими временами распространения интерференционные явления заметны лишь в низкочастотной части спектра, где $\omega^2 \ll \sigma_t^2$. Спектр суммарного сигнала на высоких частотах приближается к спектру слагаемых. В наиболее простом случае интерференции двух широкополосных сигналов, имеющих единичные уровни, получаем $\overline{F}_s(\omega) = 2F_f(\omega)\times\left[1+e^{-\omega^2\sigma_t^2}\cdot\cos\omega\Delta\bar{t}\right]$, где $\Delta\bar{t}$ — среднее значение относительного запаздывания сигналов.

Выразив средние значения времен прихода всех слагаемых через целое число интервалов $\Delta\bar{t}$, можно получить выражение для спектра сигнала на выходе решетчатой антенны в том случае, когда решетка составлена из N элементов, обладающих одинаковой чувствительностью, но имеющих некоторый разброс в расположении по отношению к фронту волны. Полагая в выражении (15) все $a_m = 1$, получаем

$$\overline{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{N\left(1-e^{-\omega^2\sigma_t^2}\right) + e^{-\omega^2\sigma_t^2}\cdot\frac{\sin^2 N\dfrac{\omega\Delta\bar{t}}{2}}{\sin^2\dfrac{\omega\Delta\bar{t}}{2}}\right\}.$$

При расположении плоскости антенны по фронту волны $\Delta\bar{t} = 0$ и $\overline{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{N + N(N-1)e^{-\omega^2\sigma_t^2}\right\}$, т. е. величина спектральной плотности мощности сигнала в максимуме уменьшается по сравнению с таковой для точного расположения элементов антенны. Так, например, для частоты $\omega_1 - 2\pi/T_1$ при $N = 10$ и $\sigma_t = 0{,}1\ T_1$ мы получим $\overline{F}_s(\omega_1) \approx 70F_f(\omega_1)$ вместо $100F_f(\omega_1)$ при $\sigma_t = 0$.

Изменение спектра, вследствие интерференции будет иметь несколько иной вид, если времена t_m считать постоянными, а амплитуды a_m — флюктуирующими. Пусть, например, амплитуды независимо флюктуируют около средних значений $\bar{a}_m$; распределения вероятностей для простоты будем считать рэлеевскими. Тогда [8]

$$w(a_1\ldots a_N) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^N\cdot\prod_{m=1}^{N}\frac{a}{\overline{a_m^2}}\,e^{-\frac{\pi}{4}\cdot\frac{a_m^2}{\overline{a_m^2}}}.$$

Выражение для усредненного по ансамблю реализаций спектра получаем из формулы (13) и выражения (4):

$$\overline{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\sum_{m=1}^{N}\sigma_{a_m}^2 + \sum_{m,n=1}^{NN}\bar{a}_m\bar{a}_n\cos\omega\left(t_n-t_m\right)\right\}. \quad (16)$$

Здесь $\sigma_m^2 = \overline{(a_m-\bar{a}_m)^2}$ — дисперсия флюктуаций уровня a_m. Вторая сумма в скобках не может быть отрицательной, поэтому в отличие от фор-

мулы (4) $\bar{F}_s(\omega)$, определяемое выражением (16), может быть равным нулю только в точках, где $F_f(\omega) = 0$.

Наконец, если флюктуируют и уровни сигналов и времена их распространения, то усредненный по ансамблю реализаций спектр сигнала в точке приема может быть найден из выражения

$$\bar{F}_s(\omega) = F_f(\omega)\left\{\sum_{m=1}^{N}(\sigma_{a_m}^2 + \bar{a}_m^2) + \sum_{\substack{m,n=1\\ m\neq n}}^{NN} e^{-\frac{\omega^2}{2}\left(\sigma_{t_n}^2+\sigma_{t_m}^2\right)}\bar{a}_m\bar{a}_n\cos\omega\left(\bar{t}_n - \bar{t}_m\right)\right\}.$$

Таким образом, при многолучевом распространении сигнала замкнутое помещение и неоднородная среда играют роль линейного фильтра, параметры которого характеризуются набором величин затуханий и времен распространения по различным путям. Вследствие этого спектральный состав принятого сигнала является функцией указанных параметров и может изменяться с изменением этих параметров. Величины a_m, t_m в свою очередь зависят от координат точки приема звука. При корреляционных измерениях следует иметь в виду, что суммарные сигналы $S(t)$ и $S'(t)$, принятые в двух разных точках, отвечают разным наборам a_m и t_m: $S(t) = \sum_m a_m f(t - t_m)$; $S'(t) = \sum_n a_n' f(t - t_n')$, а функция их взаимной корреляции

$$B_{ss'}(\tau) = \sum_{m,n} a_m a_n' B_f(t_m - t_n' + \tau) \tag{17}$$

имеет лишь формальное сходство с функцией автокорреляции (2). В то время как в формуле (2) $t_m = t_n$ и $a_m = a_n$ при $m = n$, что обеспечивает, в частности, наличие центрального максимума функции при $\tau = 0$, равного $\sum_m a_m^2$, в формуле (17) t_m и a_m в общем случае не равны t_m' и a_m' и центрального максимума может не быть. Функция взаимной корреляции $B_{ss'}(\tau)$ так же, как и автокорреляционная функция $B_s(\tau)$, состоит из многих областей корреляции, обусловленных отдельными слагаемыми суммы, но в отличие от $B_s(\tau)$ может не обладать симметрией относительно $\tau = 0$.

Приведенные выше соотношения получены в предположении о стационарности исходного случайного сигнала. Однако таким же способом можно провести рассмотрение для более широкого класса сигналов, имеющих преобразование Фурье, и получить аналогичные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. H. Sanders, R. W. Stewart. J. Phys., 1954, **32**, 599—619; русск. перевод: Интерференция при отражении в воде в условиях, близких к изотермии. Пробл. совр. физ., Гидроакустика, 1955, 8, 84—103.
2. H. Thiede. Akust. Beih, 1954, 2, 601—602; русск. перевод: Наблюдение интерференции при эхолокации на больших дистанциях. Пробл. совр. физ., Гидроакустика, 1955, 8, 103—106.
3. R. V. Woterhouse. J. Acust. Soc. America, 1955, **27**, 247—258; русск. перевод: Интерференция в реверберационном звуковом поле. Пробл. совр. физ., Гидроакустика, 1956, 8, 204—223.
4. Г. М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, М.— Л., ГТТИ, 1949.
5. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений, М., Физматгиз, 1962.
6. Г. С. Горелик. Колебания и волны. М., Физматгиз, 1959.
7. Н. С. Агеева. Распространение звукового импульса в подводном звуковом канале. Акуст. ж., 1959, **5**, 2, 146—150.
8. В. Б. Давенпорт, В. Л. Рут. Введение в теорию случайных сигналов и шумов, М., ИЛ, 1960.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
10 марта 1964 г.