АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XI 1965 Вып. 3

УДК 534.843.12

ПРЕДЕЛЬНОЕ УСИЛЕНИЕ ЗВУКА В ЗАКРЫТЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ

В. В. Фурдуев

На основе статистической теории частотных характеристик электроакустической передачи звука в закрытых помещениях определено предельно возможное усиление мощности в зависимости от требуемого запаса устойчивости звукоусиления, направленности микрофона и общего звукопоглощения.

Характерной особенностью систем звукоусиления является наличие акустической обратной связи, осуществляющейся либо только через прямое излучение громкоговорителей в направлении на микрофон (если система работает в условиях неограниченного пространства), либо же как через прямое, так и через диффузное звуковое поле (при работе в закрытом помещении). Вследствие этого система звукоусиления оказывается потенциально автоколебательной: при увеличении коэффициента усиления напряжения μ в усилительном канале, связывающем микрофон с громкоговорителями, до некоторого критического значения $\mu_{\text{кр}}$, система теряет устойчивость и переходит в режим генерации. Однако даже и при значениях μ, настолько меньших критического, что система сохраняет устойчивость, звукоусиление может оказаться качественно неудовлетворительным из-за специфических искажений, которые принято называть регенеративными, поскольку они обусловлены регенерацией сигнала через цепь обратной связи. Поэтому в рабочих условиях коэффициент усиления не должен превышать некоторой предельной величины $\mu_{\text{пред}} < \mu_{\text{кр}}$; другими словами, система звукоусиления должна обладать определенным запасом устойчивости, достаточным для того, чтобы регенеративные искажения можно было считать допустимыми. Запас устойчивости, выраженный в децибелах, есть

$$\Delta = 20 \lg \frac{\mu_{\text{кр}}}{\mu_{\text{пред}}}. \tag{1}$$

Вопрос об оценке критического и предельного усилений рассматривался в ряде работ [1—5]; имеется, однако, возможность более надежного обоснования удобных для расчета соотношений с учетом различия форм усиливаемых и генерируемых колебаний, а также статистических свойств частотных характеристик электроакустической передачи звука в закрытых помещениях.

Микрофон системы звукоусиления находится в поле двух сигналов: во-первых, в поле прямого звука, излучаемого первичным его источником (диффузной компонентой поля этого источника ввиду его близости к микрофону можно пренебречь), и, во-вторых, в звуковом поле громкоговорителей. Прямой сигнал от первичного источника условимся называть основным; регенерированным назовем сигнал, приходящий от громкоговорителей. Пусть $\overline{U_0^2}$ есть средний квадрат напряжения, развиваемого микрофоном при наличии одного только основного сигнала; если P_0 есть акустическая мощность источника, то $\overline{U_0{}^2} = C_0 P_0$, где C_0 — некоторый коэффициент пропорциональности. Пусть далее $\overline{U_p{}^2}$ есть средний квадрат напряжения, развиваемого под действием регенерированного сигнала; напишем $\overline{U_p{}^2} = C_p P$, где P — акустическая мощность громкоговорителей, C_p — коэффициент пропорциональности. Средний квадрат результирующего напряжения на входе микрофонного усилителя можно представить в виде

$$\overline{U_{\text{м}}{}^2} = \overline{U_0{}^2} + \overline{U_p{}^2} + 2\rho \sqrt{\overline{U_0{}^2 U_p{}^2}} = C_0 P_0 \left[1 + \frac{C_p}{C_0}\frac{P}{P_0} + 2\rho\sqrt{\frac{C_p}{C_0}}\sqrt{\frac{P}{P_0}}\right],$$

где ρ — нормированный коэффициент корреляции основного и регенерированного сигналов. В режиме стабильного усиления излучаемая громкоговорителями мощность пропорциональна $\overline{U_{\text{м}}{}^2}$:

$$P = C\mu^2 U_{\text{м}}{}^2 = CC_0\mu^2 P_0 \left[1 + \frac{C_p}{C_0}\frac{P}{P_0} + 2\rho\sqrt{\frac{C_p}{C_0}}\sqrt{\frac{P}{P_0}}\right]$$

(C — коэффициент пропорциональности). Величину $P/P_0 = k^2$ назовем коэффициентом усиления мощности; эта величина определяется написанным выше уравнением, которое приводится к виду:

$$[1 - CC_p\mu^2]\,k^2 - 2\rho\mu^2\sqrt{CC_0}\sqrt{CC_p}\,k - CC_0\mu^2 = 0. \tag{2}$$

Положительный корень уравнения представим в виде

$$\frac{k}{\mu} = \frac{\sqrt{CC_0}}{1 - \dfrac{\mu^2}{\mu_{\text{кр}}{}^2}}\frac{\mu}{\mu_{\text{кр}}}\left(\rho + \sqrt{\frac{\mu_{\text{кр}}{}^2}{\mu_{\text{кр}}{}^2} - 1 + \rho^2}\right), \tag{3}$$

где положено $CC_p = 1/\mu_{\text{кр}}{}^2$. Как видно из решения (3), при $\rho \geqslant 0$, т. е. при неотрицательной обратной связи, $k \to \infty$ при $\mu \to \mu_{\text{кр}}$. Это означает, что в начальной стадии перехода в режим генерации, когда систему все еще можно считать линейной, мощность P неограниченно возрастает совершенно независимо не только от мощности P_0 первичного источника, но даже и от его наличия (заметим, что $\mu_{\text{кр}}$ не зависит от коэффициента C_0). Чтобы правильно сформулировать условие потери устойчивости, нужно учесть, что коэффициенты C и C_p зависят от вида сигнала, излучаемого громкоговорителями; считая автоколебания близкими к гармоническим, можно принять, что в определении критического усиления эти коэффициенты должны относиться к синусоидальному сигналу с частотой F генерируемых автоколебаний. Таким образом, критическое усиление определяется условием

$$\mu_{\text{кр}}{}^2 = \frac{1}{(CC_p)_F}. \tag{4}$$

При $\rho < 0$, т. е. при отрицательной обратной связи, возможность самовозбуждения системы на соответствующих частотах исключена. Раскрывая неопределенность выражения (3) в интервале $-1 \leqslant \rho < 0$ при $\mu = \mu_{\text{кр}}$, нетрудно установить, что

$$\lim_{\mu \to \mu_{\text{кр}}} \frac{k}{\mu} = \frac{\sqrt{CC_0}}{2|\rho|}.$$

Как уже отмечалось, система звукоусиления всегда является потенциально автоколебательной, поскольку в рабочем диапазоне частот фаза обратной связи, циклически меняясь с частотой, делает эту связь максимально положительной ($\rho = 1$) на целом ряде частот, число которых очень велико. Как показал М. Шредер [6], средний частотный интервал, занимаемый полным циклом изменения фазы, равен $9{,}8/T$, где T — время реверберации. Отсюда следует, что при звукоусилении в помещении число частот возможных автоколебаний измеряется сотнями; на одной из этих частот, а именно на той, при которой коэффициент передачи регенерированного сигнала максимален, и возникают автоколебания. Конечно, столь же велико и число частот, при которых обратная связь максимально отрицательна ($\rho = -1$).

Формула (3) представляет частотную характеристику системы звукоусиления. Очевидно, что даже в не слишком широкой полосе частот, где величину $\sqrt{CC_0}$ можно считать постоянной, характеристика (3) оказывается неровной вследствие изменения коэффициента корреляции ρ в пределах от -1 до $+1$. Как видно из формулы (3),

$$\frac{k_{\max}}{\mu} = \frac{\sqrt{CC_0}}{1 - \dfrac{\mu}{\mu_{\text{кр}}}} \quad \text{при} \quad \rho = +1, \qquad \frac{k_{\min}}{\mu} = \frac{\sqrt{CC_0}}{1 + \dfrac{\mu}{\mu_{\text{кр}}}} \quad \text{при} \quad \rho = -1;$$

таким образом, неравномерность характеристики, обусловленная обратной связью, измеряется величиной

$$20 \lg \frac{k_{\max}}{k_{\min}} = 20 \lg \frac{1 + \dfrac{\mu}{\mu_{\text{кр}}}}{1 - \dfrac{\mu}{\mu_{\text{кр}}}}. \tag{5}$$

Сравнивая эту величину с известным ее выражением через модуль β комплексного коэффициента акустической обратной связи [4], мы видим, что $\beta = \mu / \mu_{\text{кр}}$. Заметим, что формула (5) определяет меру регенеративных искажений, а следовательно, и необходимый запас устойчивости.

Положим теперь, что система усиливает широкополосный сигнал с постоянной спектральной плотностью; при этом $\rho = 0$ и коэффициент предельного усиления мощности, как это видно из формулы (2), равен

$$k^2 = \frac{P}{P_0} = \frac{(CC_0)_N \, \mu_{\text{пред}}}{1 - (CC_p)_N \, \mu^2_{\text{пред}}}$$

(индекс N означает, что коэффициенты пропорциональности C, C_0, C_p определены на широкополосном шуме). Из формулы (1) и (4) следует, что

$$\mu^2_{\text{пред}} = 10^{-0,1\Delta} \mu_{\text{кр}}{}^2 = \frac{10^{-0,1\Delta}}{(CC_p)_F}.$$

Вводя величину

$$h(F) = \frac{(CC_p)_F}{(CC_p)_N}, \tag{6}$$

получим после несложных преобразований

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{C_0}{C_p}\right)_N \frac{1}{h 10^{0,1\Delta} - 1}. \tag{7}$$

Этот результат открывает возможность количественной оценки предельного усиления мощности на стадии проектирования звукоусилительных систем, если только удается определить коэффициент h. Разработанная М. Шредером [6—9] статистическая теория частотных характеристик электроакустической передачи звука в закрытых помещениях позволяет рассчитать $h(F)$ с достаточной уверенностью, т. к. некоторые из основных выводов этой теории хорошо подтверждаются экспериментально [6, 10, 11].

Пусть в помещении работает громкоговоритель, излучающий синусоидальный сигнал, частота f которого может изменяться в пределах широкого диапазона; мгновенное значение напряжения, подводимого к громкоговорителю (или в более общем случае на вход системы громкоговорителей) обозначим через $U_\text{г}$. Сигнал принимается микрофоном, удаленным от громкоговорителя настолько, что диффузный звук существенно (не менее чем втрое по интенсивности) преобладает над прямым; пусть $U_\text{м}$ есть мгновенное значение развиваемого микрофоном напряжения. Комплексное отношение

$$\gamma(f) = \frac{U_\text{м}}{U_\text{г}} = \gamma_r(f) + i\gamma_i(f) \tag{8}$$

назовем коэффициентом передачи сигнала. Частотная характеристика модуля $\Gamma(f) = (\gamma_r{}^2 + \gamma_i{}^2)^{1/2}$ коэффициента передачи отличается значительной иррегулярностью, обнаруживая большое число острых экстремумов [12]. При различных размещениях громкоговорителя и микрофона частотные характеристики передачи оказываются, конечно, различными. Однако такие величины, как средний интервал между максимумами, средний интервал циклического изменения фазы, максимальные уровни пиков, средние (по частоте) значения и т. п., остаются при некоторых ограничительных условиях одними и теми же. Таким образом множество реализаций случайной функции (8) составляет ансамбль с определенными статистическими свойствами.

Передача сигнала от громкоговорителей системы звукоусиления к микрофону, т. е. по цепи обратной связи, характеризуется одной из реализаций этого ансамбля. При постепенном возрастании усиления в системе возникают автоколебания на одной (а иногда и на нескольких) из тех частот, при которых уровень передачи в данной реализации имеет максимальную величину, а обратная связь оказывается положительной. Конечно, знание статистических свойств ансамбля (8) не дает возможности определить эти частоты для того или иного частного случая; однако в этом нет и необходимости, т. к. для расчета предельного усиления достаточно найти лишь статистическую оценку величины h.

Шредер принимает, что в области частот, превышающих некоторую нижнюю границу, случайные величины γ_r и γ_i имеют нормальное распределение с нулевым средним значением и одной и той же дисперсией σ^2. Так как при совпадающей частоте значения γ_r и γ_i статистически независимы [9], то совместное их распределение выражается произведением

$$w(\gamma_r, \gamma_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\Gamma^2/(2\sigma^2)\right],$$

откуда для модуля $\Gamma(f)$ получается распределение Рэлея

$$u(\Gamma) = \frac{2\Gamma}{\overline{\Gamma^2}} \exp(-\Gamma^2/\overline{\Gamma^2}).$$

Положим $\overline{\Gamma^2} = 2\sigma^2 = 1$; тогда для нормированной величины Γ распределение принимает вид

$$u(\Gamma) = 2\Gamma \exp(-\Gamma^2).$$

В целях упрощения здесь и в дальнейшем символ Γ пишется вместо $\Gamma / (\overline{\Gamma^2})^{1/2}$.

Пусть Γ_m есть некоторое значение случайной величины Γ; вероятность того, что в отдельном испытании (т. е. при какой-либо случайно выбранной частоте) будет удовлетворяться условие $\Gamma \leqslant \Gamma_m$, равна

$$U(\Gamma_m) = \int\limits_0^{\Gamma_m} 2\Gamma \exp(-\Gamma^2)\, d\Gamma = 1 - \exp(-\Gamma_m{}^2).$$

Значение Γ_m нужно считать наибольшим из максимальных, если условие $\Gamma \leqslant \Gamma_m$ выполняется в каждом из большого числа n испытаний. Примем, что результаты испытаний статистически независимы; тогда вероятность выполнения указанного условия во всех n случаях будет

$$U_n(\Gamma_m) = [U(\Gamma_m)]^n = [(1 - \exp(-\Gamma_m^2)]^n.$$

Отсюда следует, что максимальные значения Γ_m распределены с вероятностью, плотность которой равна

$$v(\Gamma_m) = \frac{d}{d\Gamma_m} U_n(\Gamma_m) = 2n\Gamma_m \exp(-\Gamma_m^2)[1 - \exp(-\Gamma_m^2)]^{n-1}.$$

Исследование уравнения $dv / d\Gamma_m = 0$ приводит к выводу, что при $n \gg 1$ функция $v(\Gamma_m)$ проходит через максимум вблизи от значения $\Gamma_m^2 = \ln n$. Шредер [8] показал, что величина $\ln n$ является точным корнем уравнения, определяющего максимальную плотность вероятности пиковых значений квадрата модуля коэффициента передачи; при $n \gg 1$ этот максимум оказывается очень острым.

Число n есть число статистически независимых ординат частотной характеристики передачи в полосе с шириной B. Из найденной Шредером [9] функции автокорреляции случайной величины Γ в частотной области видно, что значения $\Gamma(f)$ и $\Gamma(f + \Delta f)$ можно считать независимыми при $\Delta f \geqslant 10 / T$, т. к. при этом коэффициент автокорреляции не превышает 0,05. Таким образом, частотная характеристика передачи может быть представлена совокупностью n ординат, причем $n = B / \Delta f = 0{,}1\ BT$. Наиболее вероятное значение максимальной ординаты в полосе B определяется, следовательно, условием $\Gamma_m^2 = \ln(0{,}1BT)$. В соответствии с изложенными выше соображениями это значение должно быть отнесено к частоте F генерируемых в критическом режиме автоколебаний, когда, согласно формуле (4),

$$(CC_p)_F \mu^2 = (CC_p)_F \left| \frac{U_\text{Г}}{U_\text{М}} \right|^2 = 1,$$

откуда

$$(CC_p)_F = \left| \frac{U_\text{М}}{U} \right|^2 = \Gamma_m^2 \bar{\Gamma}^2.$$

Так как $\bar{\Gamma}^2 \cong (CC_p)_N$, то по формуле (6)

$$h = \Gamma_m^2 = \ln(0{,}1\ BT). \tag{9}$$

При выборе значения h для подстановки в выражение (7) нужно принять во внимание, что частоты автоколебаний, генерируемых системами звукоусиления в больших залах, как показывает опыт, всегда лежат ниже 3000 *гц*, т. к. в области более высоких частот коэффициент передачи регенерированного сигнала в среднем быстро убывает с частотой. Если принять (с некоторым запасом) $B = 4000$ *гц* и $T = 1{,}5$ *сек*, то из формулы (9) получается значение $h = 6{,}4$.

Возвращаясь теперь к расчетной формуле (7), напишем, опуская индекс N,

$$\frac{C_0}{C_p} = \frac{C_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_0}{C_2} \frac{Q_\text{М}'}{1 + Q_\text{М}'}$$

где $Q_\text{М}' = C_2 / C_1$ есть отношение компонент развиваемой микрофоном мощности, связанных соответственно с диффузной и с прямой компонентами звукового поля громкоговорителей. Иначе говоря, $Q_\text{М}'$ представляет приведенное к выходному сигналу значение акустического отношения в занимаемой микрофоном точке поля. Так как

$$C_0=\frac{\overline{U_0^2}}{P_0}=\frac{\overline{p_0^2E_0^2}}{P_0}=\frac{\rho cE_0^2}{4\pi r^2},\quad C_2=\frac{\overline{U_2^2}}{P}=\frac{\overline{p_2^2E_0^2}}{\Omega_{\text{м}}P}=\frac{4\rho cE_0^2}{\Omega_{\text{м}}A},$$

то

$$\frac{C_0}{C_p}=\frac{\Omega_{\text{м}}A}{16\pi r^2}\,\frac{Q_{\text{м}}'}{1+Q_{\text{м}}'}.$$

Здесь E_0 есть осевая чувствительность микрофона, $\Omega_{\text{м}}$ — интегральный коэффициент его направленности, r — расстояние между микрофоном и первичным источником, A — общее звукопоглощение в помещении, ρc — удельное акустическое сопротивление среды. Подставляя найденное значение в формулу (7), имеем

$$\frac{P}{P_0}=\frac{\Omega_{\text{м}}A}{16\pi r^2}\,\frac{Q_{\text{м}}'}{1+Q_{\text{м}}'}\,\frac{1}{h10^{0,1\Delta}-1}$$

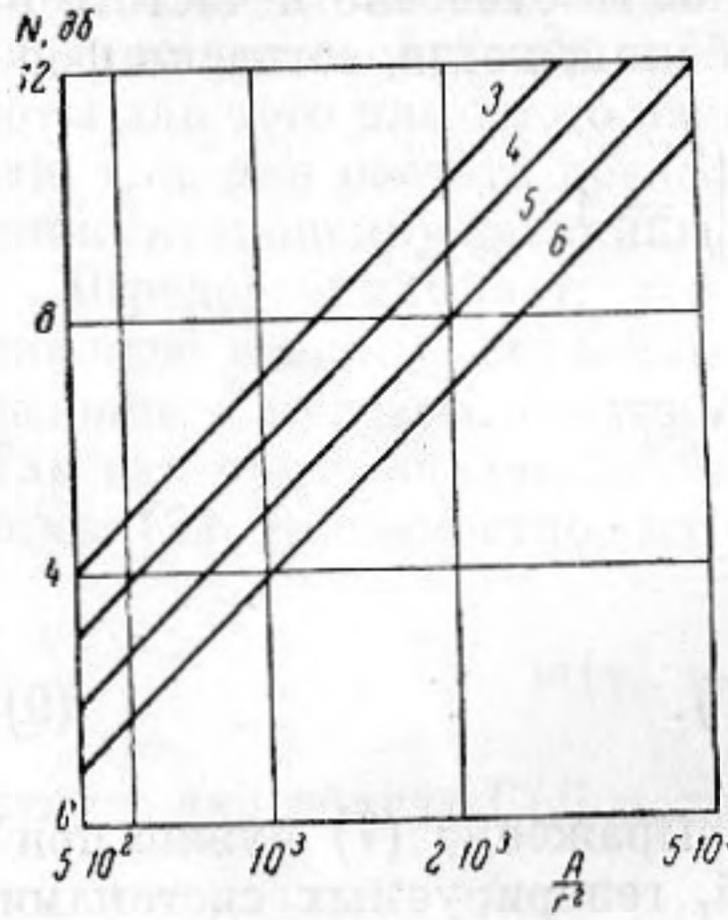
или в децибелах

$$N=10\lg\frac{P}{P_0}=10\lg\Omega_{\text{м}}+10\lg\frac{A}{r^2}-10\lg\frac{1+Q_{\text{м}}'}{Q_{\text{м}}'}-\varphi(h,\Delta),\qquad(10)$$

где

$$\varphi(h,\Delta)=10\lg\left[16\pi\left(h10^{0,1\Delta}-1\right)\right].\qquad(11)$$

В большинстве случаев $Q_{\text{м}}'\gg 1$, так что можно без большой погрешности пренебречь третьим членом в выражении (10). При использовании обычно применяемых в технике звукоусиления микрофонов с кардиоидной характеристикой направленности $\Omega_{\text{м}}=3$. Тогда индекс усиления мощности определится простой формулой



$$N\cong 10\lg\frac{A}{r^2}-\varphi(h,\Delta)+4{,}8\ \textit{дб},\qquad(12)$$

откуда видно, что при выбранном запасе устойчивости системы предельное усиление мощности зависит только от отношения $A\,/\,r^2$. Количественная сторона дела иллюстрируется графиком (см. фигуру), при построении которого принято $h=6{,}4$; параметром семейства прямых является запас устойчивости Δ.

Конечно, индекс усиления мощности не дает однозначной оценки эффекта звукоусиления, т. к. при заданной мощности P, излучаемой громкоговорителями, уровень усиленного сигнала в той или иной точке занимаемой слушателями площади может быть очень различным. Вопросу о выборе и расчете локальных критериев усиления посвящена отдельная работа; здесь отметим лишь, что при любом выборе таких критериев их расчет всегда потребует знания коэффициента предельного усиления мощности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Сухаревский. Экспериментальное исследование акустической обратной связи в закрытом помещении. Докл. АН СССР, 1940, 26, 7, 646—651.
2. Ю. М. Сухаревский. О предельно возможном усилении звука в закрытом помещении. Докл. АН СССР, 1940, 26, 9, 889—896.
3. И. Г. Дрейзен. Расчет системы звукоусиления в закрытом помещении. Электросвязь, 1956, 3, 32—39.
4. В. В. Фурдуев. Акустические основы вещания, М., 1960, гл. 7.

5. G. Kaszynski. Über den Einfluss der Richtwirkung von Schallsendern und Empfängern auf die akustische Rückkopplung von Schallverstärkeranlagen. Hochfrequenztechn. u. Elektroak., 1961, 70, 4, 141—146.
6. M. R. Schroeder. Measurement of reverberation time by counting phase coincidences. Proc. 3. Intern. Congress of acoustics (Stuttgart, 1959), 1961, 2, 897—901.
7. M. Schröder. Die statistischen Parameter der Frequenzkurven von grossen Räumen. Acustica, 1954, 4, AB2, 594—600.
8. M. R. Schroeder. Improvement of acoustic feedback stability of public adress system. Proc. 3. Intern. Congress of acoustics (Stuttgart, 1959), 1961, 2, 771—775.
9. M. R. Schroeder. Frequency-correlation functions of frequency responses in rooms. J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 11, 1819—1823.
10. H. Kuttruff und R. Thiele. Über die Frequenzabhängigkeit des Schalldrucks in Räumen. Acustica, 1954, 4, AB2, 614—617.
11. M. R. Schroeder, K. H. Kuttruff. On frequency response curves in rooms J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 1, 76—80.
12. E. C. Wente. The characteristics of sound transmission in rooms. J. Acoust. Soc. America, 1935, 7, 2, 123—126.

Н.-и. институт строительной физики
Москва

Поступила в редакцию
13 августа 1964 г.