АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XI 1965 Вып. 4

УДК 534.83 : 534.84

СНИЖЕНИЕ ШУМА ПРИ АКУСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ШУМНЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

В. В. Фурдуев

Общепринятый метод расчета снижения уровня шума путем акустической обработки шумных помещений приводит к заниженной оценке достигаемого результата в особенности в том случае, когда после обработки процесс реверберации не следует экспоненциальному закону. В работе выведены более точные соотношения, определяющие снижение уровня диффузной компоненты шума, и рассчитана поправка на прямую звуковую энергию.

Акустическая обработка шумных помещений путем покрытия ограничивающих поверхностей звукопоглощающими материалами или конструкциями нередко применяется в целях снижения уровня шума, как возникающего в самом помещении, так и проникающего в него извне. Снижение уровня рассчитывается обычно в предположении, что в стационарном режиме средняя плотность звуковой энергии в помещении обратно пропорциональна среднему коэффициенту поглощения α; при этом снижение шума определяется соотношением

$$\Delta L = 10 \lg \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \tag{1}$$

где α_1 и α_2 — значения α до и после акустической обработки. Как будет показано ниже, формула (1) справедлива лишь при выполнении некоторых специальных условий и в более общем случае дает заниженную оценку снижения диффузной компоненты шума.

Звуковое давление p в некоторой точке x, y, z в стационарном режиме вынужденных синусоидальных колебаний с частотой ω может быть представлено в форме разложения по фундаментальным функциям

$$p(x, y, z) = \rho c^2 \frac{Q}{V} \sum_n \frac{\omega \psi_n(x_0, y_0, z_0)\, \psi_n(x, y, z)}{c_n [2\omega_n \delta_n + i(\omega_n^2 - \omega^2)]}, \tag{2}$$

где ρ — плотность воздуха, c — скорость звука, V — объем помещения. Символом ψ_n обозначена последовательность фундаментальных функций, являющихся решениями волнового уравнения

$$\nabla^2 \psi_n - \left(\frac{i\omega_n + \delta_n}{c} \right)^2 \psi_n = 0$$

при заданных граничных условиях и обладающих свойством ортогональности

$$\frac{1}{V} \int_V \psi_n \psi_m \, dV = \begin{cases} c_n & \text{при} \quad m = n \\ 0 & \text{при} \quad m \neq n. \end{cases} \tag{3}$$

Решение (2) написано в предположении, что $\delta_n \ll \omega_n$, так что величины ω_n представляют собственные частоты воздушного объема помещения, а δ_n — соответствующие показатели затухания. Предполагается далее, что размеры источника звука меньше длины волны, причем Q есть производительность эквивалентного точечного источника с координатами x_0, y_0, z_0 [1].

Осредняя квадрат звукового давления по всевозможным положениям точки наблюдения x, y, z, имеем с учетом выражения (3)

$$\overline{p^2} = \frac{1}{V}\int_V |p|^2\, dV = \frac{Q^2\rho^2c^4}{V^2}\sum_n \frac{\psi_n^2(x_0, y_0, z_0)}{c_n\left[\left(\frac{2\omega_n\delta_n}{\omega}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2}(\omega_n^2-\omega^2)^2\right]}$$

Среднее значение $\overline{p^2}$ в некоторой полосе частот от ω_1 до ω_2 при $Q = \text{const}$ есть

$$\overline{\overline{p^2}} = \frac{1}{\omega_2-\omega_1}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \overline{p^2}\, d\omega = \frac{Q^2\rho^2c^4}{V^2(\omega_2-\omega_1)}\sum_n \frac{\psi_n^2(x_0, y_0, z_0)}{c_n}\times$$

$$\times\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{\left(\frac{2\omega_n\delta_n}{\omega}\right)^2 + (\omega_n-\omega)^2\left(\frac{\omega_n+\omega}{\omega}\right)^2}$$

Так как $\delta_n \ll \omega_n$, то подынтегральная функция существенно отличается от нуля лишь в окрестности точки $\omega = \omega_n$, где $2\omega_n\delta_n / \omega \cong 2\delta_n$ и $(\omega_n + \omega) / \omega \cong 2$; поэтому интегралы под знаком суммы можно, как это сделано в работе Хекля и Зейферта [2], приближенно представить в виде

$$\frac{1}{4\delta_n^2}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{1+\left(\frac{\omega_n-\omega}{\delta_n}\right)^2} = \frac{1}{4\delta_n}\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{2m}{m^2-1}\right) \cong \frac{\pi}{4\delta_n},$$

где положено $\omega_1 = \omega_n - m\delta_n$, $\omega_2 = \omega_n + m\delta_n$ и принято, что $m \gg 1$. Таким образом,

$$\overline{\overline{p^2}} = \frac{\pi\rho^2c^4Q^2}{4V^2(\omega_2-\omega_1)}\sum_n \frac{\psi_n^2(x_0, y_0, z_0)}{c_n\delta_n}.$$

Выполняя, наконец, осреднение по всевозможным положениям источника, находим с учетом условия ортогональности (3) статистическую оценку квадрата звукового давления

$$p_{\text{ст}}^2 = \frac{\pi\rho^2 c^4Q^2}{4\cdot 6{,}9V^2(\omega_2-\omega_1)}\sum_n T_n, \tag{4}$$

причем $T_n = 6{,}9 / \delta_n$ есть время реверберации для собственного колебания с частотой ω_n.

Акустическая мощность на частоте ω связана с производительностью точечного источника соотношением $P_\omega = \rho\omega^2Q^2 / (4\pi c)$; при $Q = \text{const}$ мощность, излучаемая в полосе $\omega_2 - \omega_1$, равна

$$P = \frac{1}{\omega_2-\omega_1}\int_{\omega_1}^{\omega_2} P_\omega\, d\omega = \frac{\rho Q^2}{12\pi c(\omega_2-\omega_1)}(\omega_2^3-\omega_1^3).$$

С другой стороны, число собственных частот в той же полосе есть

$$N = \left|\frac{\omega^3V}{6\pi^2c^3}\right|_{\omega_1}^{\omega_2} = \frac{V}{6\pi^2c^3}(\omega_2^3-\omega_1^3),$$

откуда следует что

$$\frac{P}{N} = \frac{\pi \rho c^2 Q^2}{2V(\omega_2 - \omega_1)}.$$

Внося это в формулу (4) и переходя к среднему значению ε плотности звуковой энергии, находим

$$\varepsilon = \frac{p_{\text{ст}}^2}{\rho c^2} = \frac{P}{13{,}8V}\frac{1}{N}\sum_N T_n. \tag{5}$$

Введем теперь безразмерную величину $\tau_n = T_n / T$, где

$$T = \frac{13{,}8}{-\lim\limits_{t\to\infty}\frac{d}{dt}\left[\ln\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon(0)}\right]}$$

есть максимальное время реверберации, соответствующее наиболее медленно затухающим собственным колебаниям и определяемое, как это обычно и делается при измерениях, по асимптотическому наклону уровнеграммы процесса затухания звука после выключения источника. При этом формула (5) приводится к виду

$$\varepsilon = \frac{PT}{13{,}8\,V}\bar{\tau}, \tag{6}$$

где $\bar{\tau} = \frac{1}{N}\sum\limits_N \tau_n$ — есть среднее значение, которое может быть найдено, если известно распределение величин τ_n или δ_n.

Снижение уровня шума в результате акустической обработки помещения равно

$$\Delta L = 10\lg\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 10\lg\frac{T_1}{T_2} + 10\lg\frac{\bar{\tau}_1}{\bar{\tau}_2} \tag{7}$$

(индексы 1 и 2 относятся к значениям соответствующих величин до и после обработки).

Условие $Q = \text{const}$, принятое при осреднении по частоте, не накладывает ограничений на формулы (6) и (7), поскольку такое же условие принято и при расчете акустической мощности источника. Нужно иметь в виду, что статистический параметр $\bar{\tau}$ относится к совокупности одновременно затухающих собственных колебаний, число которых даже и в узкой полосе частот достаточно велико для того, чтобы дискретное распределение величин τ_n (или δ_n) можно было, как это сделано ниже, считать непрерывным. Таким образом, осреднение по частоте не связано с частотной характеристикой реверберации; эта характеристика, а также спектр шума, учитываются при выполнении расчета отдельно для различных терц-полос шума, в которых величины P, T и $\bar{\tau}$ могут быть, вообще говоря, различными.

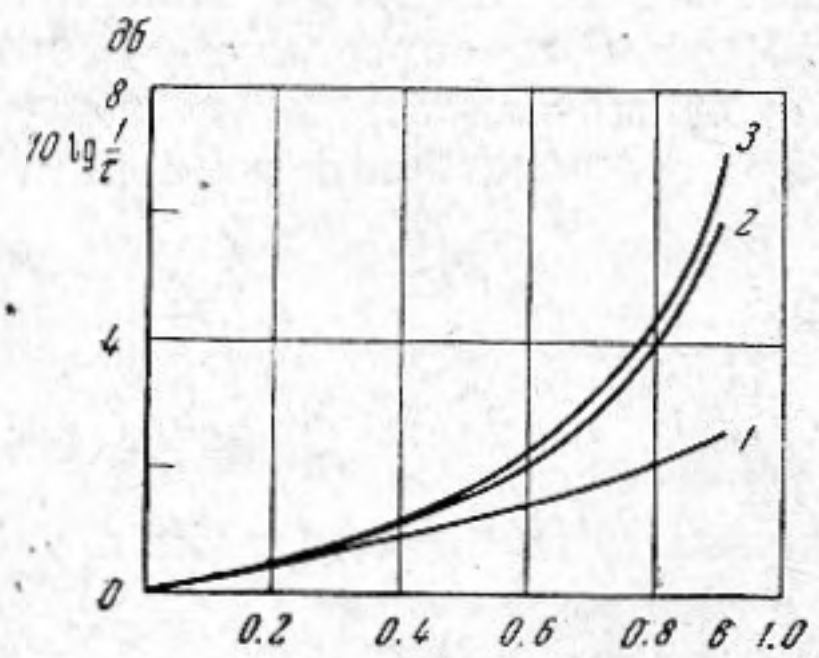
Сравнение выражений (1) и (7) показывает, что снижение уровня шума соответствует формуле (1) лишь в том случае, когда процесс реверберации (как до, так и после обработки) следует экспоненциальному закону ($\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_2 = 1$), причем время реверберации T должно быть связано с средним коэффициентом поглощения α формулой Сэбина. Если же представить эту связь обычно применяемой формулой Эйринга, то даже и при экспоненциальном затухании формула (1) дает значение ΔL, заниженное на величину $F(\alpha_2) - F(\alpha_1)$, где

$$F(\alpha) = 10\lg\left[\frac{-\ln(1-\alpha)}{\alpha}\right].$$

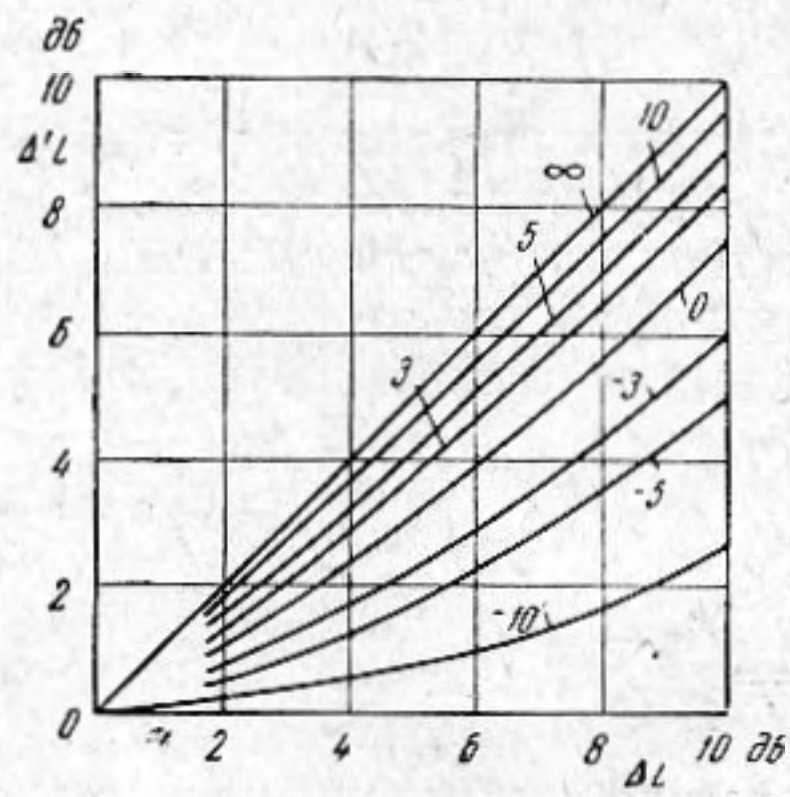
Из формулы (7) следует, что максимальное снижение уровня шума получается в том случае, когда процесс реверберации, до обработки практически не отличавшийся от экспоненциального ($\bar{\tau}_1 = 1$), в результате обработки перестает следовать экспоненциальному закону ($\bar{\tau}_2 < 1$). Добавочное снижение уровня, обусловленное нарушением экспоненциального закона затухания, определяется при этом величиной

$$10 \lg \frac{1}{\bar{\tau}_2} = \Delta L - 10 \lg \frac{T_1}{T_2}. \tag{8}$$

Если величина τ после акустической обработки помещения имеет симметричное (например, равномерное или колоколообразное) распределение



Фиг. 1



Фиг. 2

в интервале от $1 - b$ до 1 (b — ширина распределения), то $\bar{\tau} = 1 - b/2$ и добавочное снижение равно

$$10 \lg \frac{1}{\bar{\tau}} = 10 \lg \frac{1}{1 - b/2} \tag{9}$$

(фиг. 1, кривая *1*). Более интересными представляются случаи симметричного (равномерного или колоколообразного) распределения показателей затухания δ; ход процесса неэкспоненциальной реверберации для этих случаев был рассчитан Куттруфом [3]. Функции распределения $H(\delta)$ имеют при этом следующий вид: при $(1 - a/2)\bar{\delta} \leqslant \delta \leqslant (1 + a/2)\bar{\delta}$

$$H(\delta) = 1 / a\bar{\delta}$$

(равномерное распределение) или

$$H(\delta) = \frac{2}{a\bar{\delta}} \cos^2 \left[\frac{\pi}{a\bar{\delta}} (\delta - \bar{\delta}) \right]$$

(колоколообразное распределение); $H(\delta) = 0$ при всех других значениях δ. Здесь a есть ширина распределения, $\bar{\delta}$ — среднее значение δ. Соответствующие распределения величин τ получаются преобразованием $h(\tau) = -H[\delta(\tau)]\, d\delta / d\tau$. Так как $\delta = 6{,}9 / (\tau T)$, то в случае равномерного δ-распределения получим

$$h(\tau) = \frac{1 - b}{b\tau^2}, \tag{10}$$

а в случае колоколообразного —

$$h(\tau) = \frac{2(1-b)}{b\tau^2}\cos^2\left[\frac{\pi(1-b)}{b}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1-b/2}{1-b}\right)\right]. \qquad (11)$$

Параметры a и b связаны между собой соотношениями

$$a = b\Big/\left(1-\frac{b}{2}\right), \qquad b = a\Big/\left(1+\frac{a}{2}\right).$$

Из распределений (10) и (11) можно найти средние значения $\bar{\tau} = \int\limits_{1-b}^{1} \tau h(\tau)\,d\tau$. При равномерном δ-распределении получим

$$\bar{\tau} = \frac{1-b}{b}\ln\frac{1}{1-b}, \qquad (12)$$

а при колоколообразном

$$\bar{\tau} = \frac{1-b}{b}\left\{\ln\frac{1}{1-b} - \left[\mathrm{ci}\left(\frac{2\pi}{b}\right) - \mathrm{ci}\left(2\pi\frac{1-b}{b}\right)\right]\cos\frac{2\pi}{b} - \right.$$

$$\left. - \left[\sin\left(\frac{2\pi}{b}\right) - \mathrm{si}\left(2\pi\frac{1-b}{b}\right)\right]\sin\frac{2\pi}{b}\right\}, \qquad (13)$$

где ci и si означают функции интегральных косинуса и синуса. Добавочное снижение уровня (8), рассчитанное по формулам (12) и (13), представлено на фиг. 1 кривой *2* для равномерного и кривой *3* для колоколообразного δ-распределения. Как видно из графика, при достаточной ширине распределения ($b > 0{,}5$) нарушение экспоненциального закона затухания может существенно повысить эффективность акустической обработки шумных помещений, так как первый член в формуле (7) обычно не превышает 5—6 *дб*. Случаи симметричного δ-распределения обеспечивают более высокую эффективность обработки вследствие того, что им соответствуют асимметричные τ-распределения с максимумом, сильно смещенным в сторону минимальных значений.

Сопоставление изложенных здесь выводов с экспериментальными данными, выполненное Борисовым [4], показало, что снижение уровня шума может на несколько децибелов превышать значение $10\lg(T_1/T_2)$ если параллельно измеряемое снижение степени диффузности звукового поля в помещении побуждает предполагать более или менее значительное отклонение от экспоненциального закона затухания.

Формула (7) дает статистическую оценку снижения диффузной компоненты шума в результате акустической обработки ограничивающих поверхностей. С учетом прямого звука значения квадрата давления до и после обработки можно представить в виде

$$p_1^2 = p_d^2(1+R_1), \quad p_2^2 = p_d^2(1+R_2),$$

где p_d — звуковое давление в поле прямого звука, R_1 и R_2 — акустические отношения в точке наблюдения, причем $R_1/R_2 = 10^{0{,}1\Delta L}$. Снижение уровня $\Delta' L$, вычисленное с учетом прямой энергии, равно

$$\Delta' L = 10\lg\frac{p_1^2}{p_2^2} = 10\lg\frac{1+R_1}{1+R_2} = 10\lg\frac{1+R_2 10^{0{,}1\Delta L}}{1+R_2}. \qquad (14)$$

Как легко видеть, $\Delta' L < \Delta L$ если R_2 конечно; при $R_2 \to \infty$, т. е. при неограниченном уменьшении доли прямого звука, $\Delta' L \to \Delta L$. Семейство кривых на фиг. 2 изображает зависимость $\Delta' L$ от ΔL; параметром семей-

ства является величина $10 \lg R_2$, т. е. выраженное в децибелах значение акустического отношения после обработки (цифры с правой стороны графика). Если $10 \lg R_2 > 5$ *дб*, то $\Delta' L$ и ΔL различаются не более, чем на 1 *дб*, однако при малых значениях акустического отношения различие настолько значительно, что с ним нельзя не считаться при оценке эффективности акустической обработки шумных помещений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Морз. Колебания и звук. М.— Л., ГТТИ, 1949, гл. VIII, § 34.
2. M. Heckl, K. Seifert. Untersunchungen über den Einfluss der Eigenresonanzen der Messräume auf die Ergebnisse von Schalldämmessungen. Acustica, 1958, 8, 212—220.
3. H. Kuttruff. Eigenschaften und Auswertung von Nachhallkurven. Acustica, 1958, 8, 273—280.
4. Л. А. Борисов. Экспериментальное исследование эффективности звукопоглощающих облицовок, Акуст. ж., 1965, 11, 4, 427—433.

Н. и. институт строительной физики
Москва

Поступила в редакцию
13 августа 1964 г.