АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIII 1967 Вып. 1

УДК 534.26+534.87

О КОРРЕЛЯЦИИ УЗКОПОЛОСНОГО ЗВУКОВОГО СИГНАЛА, РАССЕЯННОГО СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

С. Д. Чупров

Методом малых возмущений получены выражения для функций продольной, вертикальной и поперечной автокорреляций сферической звуковой волны, рассеянной абсолютно мягкой статистически шероховатой поверхностью. Расчеты проведены методом стационарной фазы для узкополосного шумового сигнала.

Отражение звукового сигнала от неровной, изменяющейся во времени поверхности приводит к изменениям формы сигнала. Для монохроматической волны эти изменения проявляются в виде флюктуаций амплитуды и фазы. В работе [1] в рамках метода возмущений получены выражения для функциий пространственной автокорреляции флюктуаций амплитуды и фазы сферической звуковой волны, отраженной от статистически шероховатой абсолютно мягкой поверхности. Представляет интерес обобщить результаты этой работы на случай узкополосного шумового сигнала. Рассмотрение будет ограничено малыми значениями параметра Рэлея.

Предположим, что точечный источник и приемник звука расположены в точках с координатами $(0, 0, z_1)$ и $(L, 0, z_2)$, а излученная волна имеет вид $\xi(t-R/c)\cdot 1/R$, где $\xi(t)$ — стационарный узкополосный случайный процесс, R — расстояние между точками излучения и приема, c — скорость звука. Зададим форму неровной поверхности в виде $Z = F(x, y)$, где $F(x, y)$ — однородная случайная функция координат x и y с нулевым средним значением. Найдем решение волнового уравнения, удовлетворяющее граничному условию $p[x, y, F(x, y), t] = 0$ на неровной поверхности и регулярное на бесконечности. Считая, что неровная поверхность мало уклоняется от плоскости $z = 0$ и является достаточно пологой, используем для решения задачи метод малых возмущений. Граничные условия для поля p на поверхности $Z = F(x, y)$ перенесем на плоскость $z = 0$ путем разложения по степеням F:

$$p(x,y,F,t) = p(x,y,0,t) + \frac{\partial p}{\partial z}(x,y,0,t)F + \ldots$$

Рассматривая действие неровностей как малое возмущение, представим решение в виде ряда по степеням того же малого параметра и найдем граничные условия на плоскости $z = 0$ для нулевого и первого приближений

$$p = p_0 + p_1 + \ldots; \quad p_0(x,y,0,t) = 0; \quad p_1(x,y,0,t) = -\frac{\partial p_0}{\partial z}(x,y,0,t)F.$$

Из граничных условий следует, что p_0 — это поле, которое имело бы место для $F = 0$, т. е. $p_0 = \xi(t - R'/c)\cdot 1/R' - \xi(t - R_1'/c)\cdot 1/R_1'$, $R' = [x^2 + y^2 + (z_1 - z)^2]^{1/2}$, $R_1' = [x^2 + y^2 + (z_1 + z)^2]^{1/2}$.

Для нахождения поля p_1 в произвольной точке по его значениям на плоскости $z=0$ используем теорему Грина, позволяющую в случае плоской границы получить диффракционный интеграл Кирхгофа [2] в виде

$$p_1(L,0,z_2,t)=1/2\pi\cdot\iint\left[p_1(t-R_2'/c)\frac{\partial(1/R_2')}{\partial z}-1/cR_2'\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\partial R_2'}{\partial z}\frac{\partial p_1(t-R_2'/c)}{\partial t}\right]dx\,dy, \qquad (1)$$

где

$$R_2'=[(L-x)^2+y^2+(z_2-z)^2]^{1/2}.$$

Ограничимся рассмотрением узкополосного шума, когда выполнено условие $\Delta f\ll f_0$, где $\Delta f=\int\limits_0^\infty F(\omega)\,d\omega/2\pi F(\omega_0)$, $F(\omega)$ — энергетический спектр процесса $\xi(t)$, имеющий максимум на частоте $\omega_0=2\pi f_0$. Предположим также, что выполняется условие $k\cdot\min(R_1', R', R_2')\gg 1$, где $k=\omega_0/c$. Можно показать, что при этих предположениях будет справедливо неравенство $R_2'/c\cdot\dfrac{\partial p_1}{\partial t}\gg p_1$ на плоскости $z=0$, и в выражении (1) можно пренебречь первым членом в подынтегральной функции. В результате получим

$$p_1(L,0,z_2,t)=-1/2\pi\cdot\iint 1/cR_2'\cdot\frac{\partial R_2'}{\partial z}\cdot\frac{\partial p_1(t-R_2'/c)}{\partial t}\,dx\,dy. \qquad (2)$$

Используя граничное условие на плоскости $z=0$ для рассеянного поля p_1, а также выражение для поля p_0, мы получаем с учетом сделанных приближений

$$\frac{\partial p_1}{\partial t}(x,y,0,t)=-\frac{\partial^2 p_0}{\partial z\,\partial t}(x,y,0,t)F(x,y)=-2z_1/cR_1^2\cdot\xi_{tt}''(t-R_1/c)F.$$

Подставляя это выражение в формулу (2), получаем

$$p_1(L,0,z_2,t)=-z_1z_2/\pi c^2\cdot\iint\xi_{tt}''\left(t-\frac{R_1+R_2}{c}\right)F(x,y)/R_1^2R_2^2\,dx\,dy,$$

где $R_1=R_1'(z=0)$, $R_2=R_2'(z=0)$.

Предположим, что приемники расположены в точках с координатами $(L,0,z_2)$ и $(L+\Delta L,\Delta y,z_2+\Delta z)$. Усредняя по статистическому ансамблю поверхностей и ансамблю реализаций $\xi(t)$, мы придем к выражению для функции пространственной автокорреляции рассеянного поля

$$K=\frac{z_1^2z_2^2}{\pi^2c^4}\iiiint\frac{B^{(4)}(\tau)\overline{F(x_1,y_1)F(x_2,y_2)}}{(r_1\rho_1\,r_2\rho_2)^2}\,dx_1\,dx_2\,dy_1\,dy_2, \qquad (3)$$

где

$$r_1=(x_1^2+y_1^2+z_1^2)^{1/2},\quad \rho_1=[(L-x_1)^2+y_1^2+z_2^2]^{1/2},$$

$$r_2=(x_2^2+y_2^2+z_1^2)^{1/2},\ \rho_2=[(L+\Delta L-x_2)^2+(y_2-\Delta y)^2+(z_2+\Delta z)^2]^{1/2},$$

$$\tau=(r_2+\rho_2-r_1-\rho_1)/c.$$

В этом выражении $B(\tau)=\overline{\xi(t)\xi(t-\tau)}$ и использована формула $\overline{\xi_{tt}''(t)\xi_{tt}''(t-\tau)}=B^{(4)}(\tau)$ [3]. Этой формулой можно пользоваться для непрерывного и дифференцируемого два раза процесса $\xi(t)$, условием чего является непрерывность корреляционной функции $B(\tau)$ и ее второй и четвертой производной при $\tau = 0$.

Для интегрирования выражения (3) зададимся конкретным видом функции пространственной автокорреляции смещения поверхности и временной функцией автокорреляции процесса $\xi(t)$. Будем считать смещение поверхности однородной случайной квазигармонической функцией от двух координат. Предположим также, что энергетический спектр процесса $\xi(t)$ является гауссовым с максимумом на частоте ω_0, так что $B(\tau) = B(0)\,e^{-\beta^2\tau^2/4}\cos\omega_0\tau$.

В этом случае ширина полосы $\Delta f = \beta / 2\pi^{1/2}$, а относительная ширина полосы $\mu = \Delta f / f_0 = \beta\pi^{1/2} / \omega_0 < 1$. После несложных вычислений находим

$$B^{(4)}(\tau) = \omega_0^4 B(0) f(\tau),$$
$$f(\tau) = e^{-\beta^2\tau^2/4}[A(\tau)\cos\omega_0\tau + C(\tau)\sin\omega_0\tau] =$$
$$= e^{-\beta^2\tau^2/4}[A^2(\tau) + C^2(\tau)]^{1/2}\cos[\omega_0\tau - \gamma(\tau)], \tag{4}$$

где

$$A(\tau) = (1 + 3\mu^2/\pi + 3\mu^4/4\pi^2) - (1 + \mu^2/2\pi)\,3\tau^2\mu^4\omega_0^2/2\pi^2 +$$
$$+ \tau^4\mu^8\omega_0^4 / 16\pi^4, \quad C(\tau) = -(1 + 3\mu^2 / 2\pi)\,2\tau\mu^2\omega_0 / \pi + \tau^3\mu^6\omega_0^3 / 2\pi^3,$$
$$\gamma(\tau) = \operatorname{arctg}[C(\tau)/A(\tau)].$$

При выполнении условий

$$\mu^2 \ll 1, \quad \mu^4 \ll (T/\tau)^2, \tag{5}$$

где $T = 1 / f_0$, можно считать $C(\tau) \cong -\tau\omega_0 2\mu^2/\pi$,

$$A(\tau) \cong 1.$$

Если, кроме того,

$$\mu^2 \ll T/\tau, \tag{6}$$

то

$$C(\tau) \ll 1, \quad B^{(4)}(\tau) \cong \omega_0^4 B(\tau).$$

Рассмотрим сначала случай продольной корреляции ($\Delta y = \Delta z = 0$), задавая функцию пространственной автокорреляции смещений поверхности в виде $\overline{F_1F_2} = \overline{F_0^2}\varphi(x_1 - x_2)$, где

$$\varphi(\delta) = \exp[-\delta^2/a^2]\cdot\cos q\delta. \tag{7}$$

Предварительно проинтегрируем по y_1 и y_2, оценивая методом стационарной фазы [4] интеграл вида $I = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int g(y_1, y_2)\,e^{if(y_1, y_2)}\,dy_1\,dy_2$, где функция $f(y_1, y_2)$ имеет экстремум, $|f_{y_1y_1}| \gg 1$, $|f_{y_2y_2}| \gg 1$, $g(y_1, y_2)$ — медленно меняющаяся функция. Учитывая условие $f_{y_1y_2} = f_{y_2y_1} = 0$, которое всегда выполняется в наших расчетах, получаем в первом приближении

$$I \cong \frac{2e^{if(y_1, y_2)}\,g(y_1, y_2)}{(f_{y_1y_1}f_{y_2y_2})^{1/2}} \times$$
$$\times \int\int\limits^{\infty} \frac{e^{i(u^2+v^2)}\,du\,dv}{1 + \dfrac{u}{(2f_{y_1y_1})^{1/2}}\left(\dfrac{f_{y_1y_1y_1}}{f_{y_1y_1}} - \dfrac{2g_{y_1}}{g}\right) + \dfrac{v}{(2f_{y_2y_2})^{1/2}}\left(\dfrac{f_{y_2y_2y_2}}{f_{y_2y_2}} - \dfrac{2g_{y_2}}{g}\right)}. \tag{8}$$

Значения функций и их производных берутся в выражении (8) в точке стационарной фазы. Для применимости метода стационарной фазы требуется, чтобы поправочные члены в знаменателе подынтегрального выражения (8) были значительно меньше единицы в области, существенной для интегрирования.

Учитывая, что в наших расчетах всегда $f_{y_1y_1}f_{y_2y_2} < 0$ (аналогично $f_{x_1x_1} / f_{x_2x_2} < 0$), можно написать

$$I \cong \frac{2\pi e^{if(y_1, y_2)} g(y_1, y_2)}{(|f_{y_1y_1} \cdot f_{y_2y_2}|)^{1/2}}. \tag{9}$$

Проинтегрируем сперва выражение (3) по y_1 и y_2, подставив выражения для $B^{(4)}(\tau)$ и $\overline{F_1F_2}$. Так как подынтегральный множитель имеет в нашем случае вид $\cos f(y_1, y_2)$, то для расчетов будем использовать действительную часть выражения (9).

Решая уравнения для определения точки стационарной фазы $\frac{\partial f}{\partial y_1} = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y_2} = 0$ при $f(y_1, y_2) = \omega_0\tau - \gamma(\tau)$, находим $y_1 = 0$, $y_2 = 0$ и

$$K = \frac{1}{\pi} k^3 z_1^2 z_2^2 F_0^2 B(0) \times$$

$$\times \iint \frac{[A^2(\tau) + C^2(\tau)]^{1/2} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{a^2} - \beta^2\tau^2/4\right]}{(r_1\rho_1 r_2\rho_2)^{3/2} [(r_1 + \rho_1)(r_2 + \rho_2)]^{1/2} \left(1 - \frac{AC_\tau' - A_\tau' C}{\omega_0(A^2 + C^2)}\right)} \times$$

$$\times \{\cos[\omega_0\tau - \gamma - q(x_1 - x_2)] + \cos[\omega_0\tau - \gamma + q(x_1 - x_2)]\} dx_1\, dx_2. \tag{10}$$

Из формулы (8) нетрудно видеть, что поправочные члены первого порядка равны нулю. Переходя к интегрированию выражения (10) по x_1 и x_2, получим уравнения для определения координат точек стационарной фазы:

$$\left(\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z_1}{x_1}\right)^2\right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z_2}{L - x_1}\right)^2\right]^{1/2}}\right)\left(1 - \frac{AC_\tau' - A_\tau' C}{\omega_0(A^2 + C^2)}\right) = \pm q/k,$$

$$\left(\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z_1}{x_1}\right)^2\right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z_2}{L + \Delta L - x_2}\right)^2\right]^{1/2}}\right) \times \left(1 - \frac{AC_\tau' - A_\tau' C}{\omega_0(A^2 + C^2)}\right) = \pm q/k, \tag{11}$$

где верхний знак относится к первому слагаемому в подынтегральном выражении (10), а нижний знак — ко второму.

Для получения приближенных решений этих уравнений рассмотрим предельные случаи. При выполнении условий (5) нетрудно из формулы (4) получить $-\frac{AC_\tau' - A_\tau' C}{\omega_0(A^2 + C^2)} \cong 2\mu^2/\pi$. Если $q = 0$, координаты двух точек стационарной фазы совпадают и равны $x_1 = Lz_1 / (z + z_2)$, $x_2 = (L + \Delta L) z_1 / (z_1 + z_2)$. Считая, что при малом q точки стационарной фазы лежат в окрестности этих значений, т. е. полагая, что $z_1 / x \ll 1$, $z_2 / (L - x) \ll 1$, $\Delta L / L \ll 1$, мы получаем

$$x_1 = \frac{Lz_1}{z_1 + z_2} \pm \frac{q}{k}(1 - 2\mu^2/\pi) \frac{z_1 z_2}{(z_1 + z_2)\,\mathrm{tg}^3\,\psi},$$

$$x_2 = \frac{(L+\Delta L) z_1}{z_1+z_2} \pm \frac{q}{k}(1-2\mu^2/\pi)\frac{z_1 z_2}{(z_1+z_2)\operatorname{tg}^3\psi}(1+3\Delta L/L)$$

при условии $\frac{2q}{k\psi^2}\cdot\frac{z}{z_1+z_2} \ll 1$, где $z = \max(z_1, z_2)$, $\psi = \operatorname{arctg}[(z_1+z_2)/L)$.

Для функции корреляции получается выражение

$$K = B(0)\overline{F_0^2}k^2\sin^2\psi / 2L^2\cdot f(\tau)\varphi(\delta), \tag{12}$$

где функции $f(\tau)$ и $\varphi(\delta)$ определяются выражениями (4) и (7), $\tau = \Delta L / c\cdot\cos\psi$, $\delta = -\Delta L z_1/(z_1+z_2)$. При выполнении условия (6) $f(\tau) = e^{-\beta^2\tau^2/4}\cos\omega_0\tau$.

Используя результаты работы [1], можно найти корреляционную функцию малых флюктуаций гармонического поля как сумму автокорреляционных функций уровня и фазы [5]; полученный при этом результат (с учетом фазового множителя $1/2\cdot\cos\omega_0\tau$) совпадает с выражением (12) при $\mu = 0$.

Из выражения (12) видно, что при $\frac{z_1^2}{a^2(z_1+z_2)^2} \gg \frac{\beta^2\cos^2\psi}{4c^2}$ интервал корреляции, определенный по спаданию огибающей корреляционной кривой в e раз, выражается формулой $\Delta L = a(z_1+z_2)/z_1$. Если $z_2 \gg z_1$, то $\Delta L \cong a z_2/z_1$. Когда выполнено неравенство $\frac{z_1^2}{a^2(z_1+z_2)^2} \ll \frac{\beta^2\cos^2\psi}{4c^2}$, интервал корреляции не зависит от свойств шероховатой поверхности и определяется только свойствами сигнала и расположением точек излучения и приема: $\Delta L = 2c/\beta\cdot\cos\psi$.

Используя формулу (8), можно показать, что пределы применимости метода стационарной фазы ограничены условиями

$$D = a/R \gg \frac{\Delta L}{a}\cdot z_1/(z_1+z_2), \qquad D^3L/\Delta L \gg qa, \qquad \mu^2 \ll T/\tau q R,$$

где $R = \left[\frac{\pi z_1 z_2}{(z_1+z_2)k\sin^3\psi}\right]^{1/2}$. Таким образом, при $\Delta L \lesssim a(z_1+z_2)/z_1$ пространственный интервал автокорреляции шероховатостей должен превосходить размеры зоны Френеля вдоль оси x для частоты ω_0. Кроме того, налагается ограничение на ширину полосы сигнала μ, которое при $qR \lesssim 1$ совпадает с условием (6), а также ограничение на квазигармоничность функции автокорреляции смещения поверхности.

Пусть теперь справедливо неравенство $2q/k\psi^2\cdot z'/(z_1+z_2) \gg 1$, где $z' = \min(z_1, z_2)$. В этом случае координаты точек стационарной фазы лежат в окрестности источника и приемника звука. Решая приближенно уравнения (11) при выполнении условий (5) и $q/k \ll 1$, получаем координаты точек стационарной фазы: $x_1 = L - z_2 d(k/2q)^{1/2}$, $x_2 = L + \Delta L - z_2 d(k/2q)^{1/2}$ для первого члена в формуле (10) и $x_1 = z_1 d(k/2q)^{1/2}$, $x_2 = z_1 d(k/2q)^{1/2}$ для второго члена; здесь введено обозначение $d = 1 + \mu^2/\pi$. Используя формулы (9) и (10), приходим к выражению для функции корреляции:

$$\begin{gathered} K = k^2 B(0)\overline{F_0^2}\sin^2\psi/2L^2(1+z_1/z_2)^2\cdot \\ \cdot e^{-\beta^2\tau^2/4}\{[A(\tau)\cos\omega_0\tau + C(\tau)\sin\omega_0\tau] + e^{-(\Delta L/a)^2}[A(\tau)\cos(\omega_0\tau + q\Delta L) + \\ + C(\tau)\sin(\omega_0\tau + q\Delta L)]\}, \end{gathered} \tag{13}$$

где $\tau = \Delta L/c$.

Выражение (13) при выполнении условия (6) можно упростить:

$$\begin{gathered} K = k^2 B(0)\overline{F_0^2}\sin^2\psi/2L^2(1+z_1/z_2)^2 \times \\ \times e^{-\beta^2\tau^2/4}[\cos\omega_0\tau + e^{-(\Delta L/a)^2}\cos(\omega_0\tau + q\Delta L)]. \end{gathered}$$

При выполнении условия $\beta^2 / 4c^2 \ll 1 / a^2$ огибающая функции корреляции уменьшается в два раза при разнесении приемников $\Delta L \sim a$. Спад функции корреляции до нуля происходит лишь при $\Delta L \sim \dfrac{aL^3}{z_1 z_2^2 (k/2q)^{3/2}}$.

Метод стационарной фазы применим в этом случае при выполнении условий $\dfrac{a^2(2q)^{3/4}}{\Delta L k^{1/4} z^{1/2}} \gg 1$, $\mu^2 \ll \dfrac{7\pi}{\Delta L k^{5/4} q^{1/4} z^{1/2}}$, где $z = \max(z_1, z_2)$.

Рассмотрим случай пространственной автокорреляции рассеянного поля при разнесении приемников по вертикали на расстояние Δz. При выполнении условий $2q / k\psi^2 \cdot z / (z_1 + z_2) \ll 1$, $\Delta z / z' \ll 1$, где $z = \max(z_1, z_2)$, $z' = \min(z_1, z_2)$, а также условия (5), путем вычислений, аналогичных приведенным выше, для пространственной функции автокорреляции рассеянного поля получаем выражение (12) при следующих значениях входящих в него параметров: $\tau = \Delta z / c \cdot \sin \psi$, $\delta = z_1 \Delta z / (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \psi$. При малых углах скольжения интервал корреляции по вертикали значительно меньше продольного интервала корреляции; при выполнении условия $\beta^2 \sin^2 \psi / 4c^2 \gg z_1^2 / a^2 (z_1 + z_2)^2 \operatorname{tg}^2 \psi$ интервал корреляции по вертикали $\Delta z = 2c / \beta \sin \psi$ не зависит от свойств поверхности. Для применимости метода стационарной фазы требуется выполнение условий $D = a / R \gg z_1 \Delta z / \psi a (z_1 + z_2)$ (т. е. $D \gg 1$ при $\Delta z / \psi \lesssim a$), $D^3 z_2 / \Delta z \gg qa$, $\mu^2 \ll T / \tau q R$.

В случае $2q / k\psi^2 \cdot z' / (z_1 + z_2) \gg 1$ мы получаем для функции корреляции выражение:

$$K = k^2 B(0) \overline{F_0^2} \sin^2 \psi / 2L^2 \cdot \{\exp[-\beta^2 \tau_1^2/4 - (\Delta z/a)^2 k/2q] \times$$
$$\times [A(\tau_1) \cos(\omega_0 \tau_1 - \sqrt{kq/2}\, \Delta z) + C(\tau_1) \sin(\omega_0 \tau_1 - \sqrt{kq/2}\, \Delta z] +$$
$$+ \exp[-\beta^2 \tau_2^2/4] \cdot [A(\tau_2) \cos \omega_0 \tau_2 + C(\tau_2) \cos \omega_0 \tau_2],$$

где $\tau_1 \cong \Delta z / c \cdot (q/2k)^{1/2}$, $\tau_2 \cong z_2 \Delta z / cL$. Если $\beta q / 2ck \ll 1/a$, то корреляция по вертикали спадает гораздо быстрее, чем продольная корреляция.

Перейдем к случаю поперечной корреляции, задавая функцию пространственной корреляции смещений поверхности в виде $\overline{F_1 F_2} = \overline{F_0^2} \varphi(y_1 - y_2)$, где функция φ определяется выражением (7). Пользуясь методом стационарной фазы, интегрируем сначала по x_1 и x_2, предполагая, что в области, существенной для рассеяния, выполнены условия $|y| \ll (x^2 + z_1^2)^{1/2}$, $|y| \ll [(L - x)^2 + z_2^2)^{1/2}$ и (5). После интегрирования по y_1 и y_2 при условии $q / k \ll 1$ мы получаем для функции автокорреляции выражение (12), где $\tau = (\Delta y)^2 / 2c(R_{10} + R_{20})$, $\delta = -\Delta y z_1 / (z_1 + z_2)$, причем $R_{10} = z_1 / \sin \psi$, $R_{20} = z_2 / \sin \psi$. Если выполнено условие $a^2 \ll 16 c^2 R_{10} / \beta^2 (\Delta y)^2$, то интервал корреляции равен $\Delta y = a(z_1 + z_2) / z_1$. Метод стационарной фазы можно применять в этом случае при выполнении условий $a / R \gg \Delta y z_1 / a(z_1 + z_2)$, $\mu^2 \ll T / \tau q R$, где $R = [\pi / k \cdot R_{10} R_{20} / (R_{10} + R_{20})]^{1/2}$, т. е. пространственный интервал корреляции шероховатостей поверхности должен быть (при $|\Delta y| \lesssim a(z_1 + z_2) / z_1$), значительно больше поперечных размеров зоны Френеля, ширина полосы сигнала при $qR \lesssim 1$ должна удовлетворять условию (6) и наложено ограничение на квазигармоничность функции автокорреляции смещения поверхности.

В общем случае произвольного расположения приемников и квазигармонической поверхности с автокорреляционной функцией шероховатостей $\overline{F_1 F_2} = \overline{F_0^2} \varphi[(x_1 - x_2) \cos \alpha + (y_1 - y_2) \sin \alpha]$, где φ определяется выражением (7), можно получить решение задачи при выполнении условий (5) и $2q / k\psi^2 \cdot z / (z_1 + z_2) \ll 1$, где $z = \max(z_1, z_2)$. Окончательное выражение совпадает с формулой (12) при $\tau = 1 / c \cdot \{\Delta L \cos \psi + \Delta z \sin \psi +$

$$+ [(\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 \cos^2 \psi - (\Delta L)^2 \sin^2 \psi] / 2(R_{10} + R_{20})\} \cong$$
$$\cong 1 / c \cdot (\Delta L \cos \psi + \Delta z \sin \psi), \quad \delta = -z_1 / (z_1 + z_2) \times$$
$$\times [(\Delta L - \Delta z / \operatorname{tg} \psi) \cos \alpha + \Delta y \sin \alpha].$$

В принятых приближениях корреляция поля в двух точках, расположенных вдоль зеркально-отраженного луча ($\Delta y = 0$, $\Delta L = \Delta z / \operatorname{tg}\psi$), определяется только задержкой τ.

Резюмируя, можно сказать, что в геометрическом приближении, если существенная для рассеяния область лежит на неровной поверхности в окрестности точки зеркального отражения от плоскости $z = 0$, функция пространственной автокорреляции рассеянного поля содержит два множителя. Первый множитель пропорционален значению функции пространственной автокорреляции смещений поверхности в точках зеркального отражения и содержится в формулах для функций пространственной автокорреляции флюктуаций амплитуды и фазы монохроматической волны [1]. Второй множитель пропорционален значению пространственной корреляционной функции сигнала, отраженного зеркально от плоскости $z = 0$.

Сделаем краткое замечание относительно корреляции полного поля. В методе малых возмущений за нулевое приближение берется отраженная без потерь сферическая волна, на которую накладываются рассеянные волны. В действительности, энергия зеркально отраженной волны при отражении от неровной поверхности уменьшается вследствие рассеяния. Пусть в точках A и B принимаются сигналы $f(t, A) = \xi(t, A) + \eta(t, A)$; $f(t, B) = \xi(t, B) + \eta(t, B)$, где ξ и η — зеркально-отраженная и рассеянная компоненты. Расстояние между точками приема $\mathbf{r}_{AB}$ невелико, так что можно считать $\overline{\xi^2(t, A)} = \overline{\xi^2(t, B)} = \overline{\xi^2}$, $\overline{\eta^2(t, A)} = \overline{\eta^2(t, B)} = \overline{\eta^2}$. Напишем выражение для коэффициента пространственной корреляции полей в точках A и B:

$$R_f(\mathbf{r}_{AB}) = \overline{f(t, A)\, f(t, B)} / \overline{f^2} = \frac{\overline{\xi^2} R_\xi(\mathbf{r}_{AB}) + \overline{\eta^2} R_\eta(\mathbf{r}_{AB})}{\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2}}.$$

Таким образом, если разнесение точек приема больше интервала корреляции рассеянного поля, то $R_f(\mathbf{r}_{AB}) = \lambda^2 R_\xi(\mathbf{r}_{AB})$, где $\lambda = [\overline{\xi^2} / (\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2})]^{1/2}$. Из приведенных выше расчетов следует, что в ряде случаев коэффициент пространственной автокорреляции рассеянного поля можно представить в виде $R_\eta(\mathbf{r}_{AB}) = R_\xi(\mathbf{r}_{AB}) R_F(\mathbf{r}_{AB})$, где $R_F(\mathbf{r}_{AB})$ определяется свойствами неровной поверхности и расположением приемников. Тогда для функции пространственной автокорреляции поля получаем выражение $R_f(\mathbf{r}_{AB}) = R_\xi(\mathbf{r}_{AB}) \cdot [\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} R_F(\mathbf{r}_{AB})] / (\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2})$.

Автор пользуется случаем выразить благодарность Ю. П. Лысанову за полезные советы и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. П. Гулин. О корреляции флюктуаций амплитуды и фазы звуковой волны, отраженной от статистически шероховатой поверхности. Акуст. ж., 1962, **8**, 4, 426—432.
2. Е. Скучик. Основы акустики, т. 1. М., ИЛ, 1958, гл. II, § 9.
3. Б. Р. Левин. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М., Сов. радио, 1957.
4. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг. Распространение радиоволн. М., ГТТИ, 1953.
5. Л. А. Чернов. Корреляция флюктуаций поля. Акуст. ж., 1957, **3**, 2, 192—194.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
2 июня 1965 г.