

## ПОТОКИ, ВЫЗВАННЫЕ ЗВУКОМ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Ю. Г. Статников

Распространение звуковой волны в поглощающей среде всегда сопровождается постоянными течениями [1], вызывающими постоянные силы вязкости. Эти силы приложены к границе, около которой происходит циркуляция, являющаяся причиной изменения толщины пограничного слоя [2]. Действительно, в работах [3, 4] есть указания на то, что звуковое течение увеличивает тепло- и массообмен.

Теоретически акустические течения обычно рассматривают путем решения уравнений гидродинамики во втором приближении, принимая в качестве первого приближения уравнения линейной акустики [5, 6]. Рассмотрим акустические течения, предполагая, что звуковая волна обладает конечной амплитудой. В основу положим систему уравнений Навье — Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = - \frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\eta}{\rho} \Delta \mathbf{u} + \frac{1/3\eta + \xi}{\rho} \nabla \nabla \mathbf{u}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

где  $\eta$  и  $\xi$  — первый и второй коэффициенты вязкости соответственно  $b = 1/3\eta + \xi$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\rho$ ,  $P$  — мгновенные значения скорости движения среды, плотности и давления в среде.

Для вывода уравнения потоков, вызванных звуком, используем метод, предложенный Ивановским [7]. Пусть  $\mathbf{u}$ ,  $\rho$  и  $P$  имеют постоянные составляющие  $\mathbf{u}_0$ ,  $\rho_0$ ,  $P_0$  и переменные  $\mathbf{v}_{\text{ак}}$ ,  $\rho_{\text{ак}}$ ,  $P_{\text{ак}}$  соответственно, т. е.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_{\text{ак}}, \quad \rho = \rho_0 + \rho_{\text{ак}}, \quad P = P_0 + P_{\text{ак}}, \quad (2)$$

причем

$$\mathbf{u}_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u} dt; \quad (3)$$

аналогично определим  $\rho_0$  и  $P_0$ . На  $\mathbf{v}_{\text{ак}}$  наложим условие

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{v}_{\text{ак}} dt = 0, \quad (4)$$

аналогичные условия наложим на  $\rho_{\text{ак}}$  и  $P_{\text{ак}}$ .

Подставим выражения (2) в систему (1) и полученные выражения усредним по времени, используя формулы (3), (4), а также условия  $P_{\text{ак}} \ll \rho_0 c_0^2$  и  $\mathbf{u}_0 \ll c_0$ . Тогда получим

$$(\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{u}_0 - \frac{\eta}{\rho_0} \Delta \mathbf{u}_0 = - \frac{\nabla P_0}{\rho_0} + \mathbf{F}, \quad \nabla \mathbf{u}_0 = 0, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{F} = - \left\langle (\mathbf{v}_{\text{ак}} \nabla) \mathbf{v}_{\text{ак}} + \frac{\nabla P_{\text{ак}}^2}{2\rho_0^2 c_0^2} - \frac{\eta P_{\text{ак}}}{\rho_0^2 c_0^2} \Delta \mathbf{v}_{\text{ак}} - \frac{(1/3\eta + \xi) P_{\text{ак}}}{\rho_0^2 c_0^2} \nabla \nabla \mathbf{v}_{\text{ак}} \right\rangle,$$

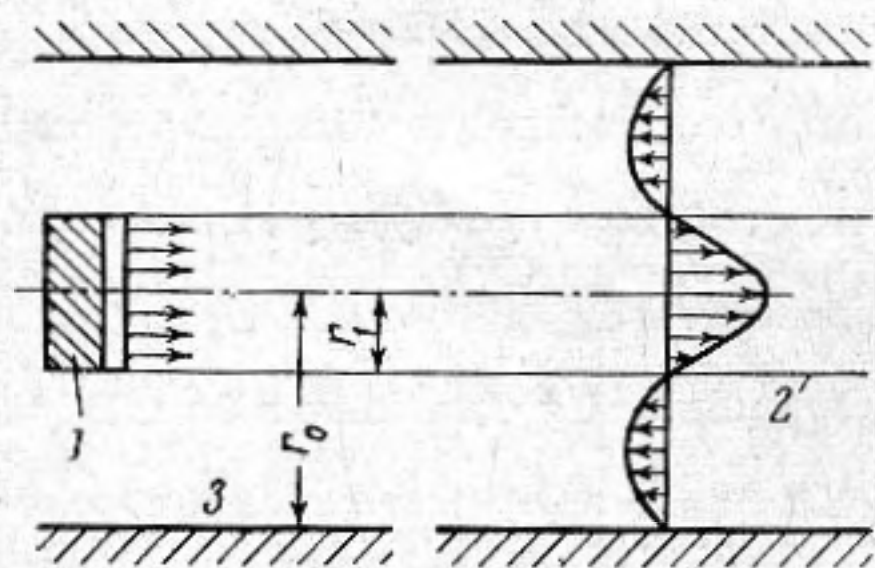
символ  $\langle \rangle$  означает усреднение по времени.

Уравнение (5) аналогично уравнению Навье — Стокса (1), а сила  $\mathbf{F}$  представляет собой силу, вызывающую поток. Уравнение (5) отличается от общих уравнений звуковых потоков, выведенных Вестервельтом [6] наличием конвективного члена  $(\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{u}_0$  и тем, что сила  $\mathbf{F}$  у него является только функцией колебательной скорости волны бесконечно малой амплитуды, а в уравнении (5)  $\mathbf{F}$  может быть функцией колебательной скорости волны конечной амплитуды.

В качестве примера использования уравнения (5) определим скорость акустического потока, вызванного плоской бегущей волной конечной амплитуды, и сравним ее со скоростью потока, полученной Эккартом [5] при

$$\text{Re}_{\text{ак}} = \frac{|P_{\text{ак}}|}{b\omega} \ll 1.$$

Фиг. 1



Пусть (фиг. 1) круглый излучатель 1 плоской волны расположен в трубе радиуса  $r_0$ , торцы которой закрыты прозрачными для звука пленками. Будем интересоваться течением в средней части трубы, пренебрегая влиянием ее концов и предполагая, что

радиус звукового пучка равен радиусу излучателя  $r_1$ , т. е. колебательная скорость  $V_{ак}$  вне пучка равна 0, в пучке модуль колебательной скорости равен  $|V_{ак}|$ . Известно, что в этом случае  $V_{ак}$  в пучке выражается так [8]:

$$v_{ак} = v(r) \frac{b\omega}{\rho_0 \epsilon c_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t - knz)}{\text{sh}(n\alpha_0 + naz)}, \quad (6)$$

где  $v(r) = 1$  при  $r < r_1$ ,  $v(r) = 0$  при  $r > r_1$ ,  $\alpha_0$  — параметр, связанный с интенсивностью волны на поверхности излучателя ( $z = 0$ ),  $\epsilon = \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c_0^2} \left( \frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right)_s + 1$ ,  $\alpha$  — коэф-

фициент поглощения звука бесконечно малой амплитуды. Выражение (6) справедливо при  $z > l$ , где  $l$  — расстояние от источника до места, где волна принимает стабильную форму [9].

Подставляя выражение (6) в формулу (5) и проектируя уравнения (5) на ось  $z$ , получим

$$-\frac{\eta}{\rho_0} \Delta u_0 = -\frac{\nabla p_0}{\rho_0} - \left( \frac{b^2 \omega^2 \eta k^2}{2 \rho_0^3 c_0^3 \epsilon^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\text{sh}^2 n \alpha_0} \right) v^2(r), \quad (7)$$

так как  $\partial u_0 / \partial z = 0$ . Граничные условия для нашей задачи имеют вид  $u_0 = 0$  при

$r_0 = r$  и  $\rho_0 \int_0^{r_0} u_0 dr = 0$ , где последнее выражение представляет собой условие сохранения массы по сечению трубы. Решение уравнения (7) при этих условиях будет

$$u_0 \begin{cases} |u_0| \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{y^2} \right) - \left( 1 - \frac{y^2}{2} \right) (1 - x^2) - \ln y \right]; & 0 \leq x \leq y \\ -|u_0| \left[ \left( 1 - \frac{y^2}{2} \right) (1 - x^2) + \ln x \right]; & y \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$x = \frac{r}{r_0}, \quad y = \frac{r_1}{r_0}, \quad |u_0| = \frac{b^2 \omega^2 k^2 r_1^2}{\epsilon^2 4 \rho_0^2 c_0^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\text{sh}^2 n \alpha_0}. \quad (9)$$

Распределение скорости по радиусу представлено на фиг. 1. Абсолютная величина скорости  $|u_0|$  при  $\text{Re}_{ак} \ll 1$  выражается как  $1/2 \frac{\rho_0 \alpha |p_{ак}|^2 r_1^2}{b \rho_0^2 c_0^2}$ , что совпадает с реше-

нием Экарта [5]. При  $\text{Re}_{ак} \gg 1$   $|u_0|$  находится приближенно на основании теоремы Каталани [10] и т. к.

$$\alpha_0 = \frac{\pi \cdot 2b\omega}{\epsilon |p_{ак}|}, \quad \text{то } |u_0| = 10^{-4} \frac{\epsilon (kr_1)^2 p_{ак}^3}{\omega b \rho_0^2 c_0^3} \cdot 16 \frac{U_0}{\text{см/сек}}$$

В безразмерных переменных это решение имеет вид

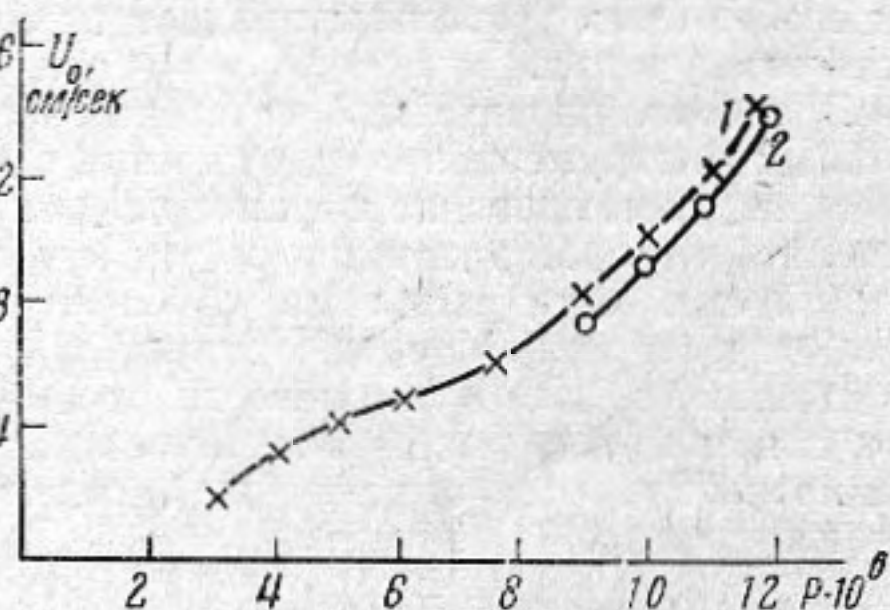
$$\frac{|u_0|}{c_0} = 10^{-4} \text{Re}_{ак} \frac{|V_{ак}|^2}{c_0^2} \epsilon (kr_1)^2. \quad (10)$$

Поскольку при выводе основных уравнений потока предполагалось  $|u_0| \ll c_0$ , решение (10) применимо при акустических числах Рейнольдса, удовлетворяющих неравенству

$$\text{Re}_{ак} \ll \frac{10^4 c_0^2}{|V_{ак}|^2 \epsilon (kr_1)^2} \quad (11)$$

Значение скорости потока, вычисленное по формуле (10), хорошо совпадает с результатом экспериментальной работы [11], в которой изучался акустический ветер в воде при  $\text{Re}_{ак} = 28 \div 145$ . На фиг. 2 представлена скорость ветра как функция звукового давления у излучателя: 1 — экспериментальная кривая из работы [11]; перегиб кривой соответствует началу стабилизации формы волны; 2 — кривая, вычисленная на основании формулы (10) нашей работы.

В заключение автор выражает признательность Л. Д. Розенбергу, К. А. Наугольных за большую помощь в проведении данной работы.



Фиг. 2

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рэлей. Теория звука, Т. II, М., ГТТИ, стр. 326—334.
2. W. Nyborg. Sonically induced microstreaming near a plane boundary. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 10, 1243—1250.
3. А. П. Бурдуков, В. Е. Накаряков. Теплообмен от цилиндра в звуковом поле при числах Грасгофа, стремящихся к нулю. Прикл. мат. и техн. физ., 1965, 1, 119—125.
4. McCormick J., N. Walsh. Ultrasonic convection cooling. IEEE International Conventional Record, p. 2, 1964, 282—288.
5. C. Eckart. Vorticity generated by sound. Phys. Rev., 1948, 73, № 1, 68.
6. P. Westervelt. The theory of steady rotational flow generated by round field. J. Acoust. Soc. America, 1953, 25, 1, 60—68.
7. А. И. Ивановский. Теоретическое и экспериментальное изучение потоков, вызванных звуком. М., Гидрометеониздат, 1959.
8. R. D. Fay. Plane sound waves of finite amplitude. J. Acoust. Soc. America, 1931, 3, 2, 222—241.
9. Bleakstock. On the Bessel-fulini and fay solution for plane, finite amplitude wave. 5 Congress International d'Acoustique, K-34, стр. 41—43.
10. И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., ГТТИ, 1943, стр. 386—387.
11. Е. В. Романенко. Экспериментальное исследование акустических потоков в воде. Акуст. ж., 1960, 6, 1, 92—96.

Акустический институт АН СССР  
Москва

Поступило в редакцию  
16 декабря 1965 г.

УДК 534.3:681.8

### РАЗЛИЧИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕВЫДЕРЖАННОЙ И СТАРИННОЙ ДРЕВЕСИНЫ

*Б. А. Янковский*

К настоящему времени спектры звукового излучения старинных скрипок достаточно изучены как за границей [1—4], так и у нас [5]. К сожалению, без разрушения уникальных инструментов невозможно исследовать параметры старинной древесины, из которой они сделаны и которой, безусловно, уступает в качестве современная древесина из старых деревянных зданий [6].

В работе [7] приводятся данные о внутреннем трении при изгибных колебаниях для образца ели, выдержанной в течение 170 лет. Приведенная Птачником зависимость коэффициента потерь от частоты до 5 кгц и более отличается от таковой для всех других образцов ели тем, что коэффициент внутреннего трения для ели 170 лет самый низкий на частотах до 1000 гц и самый большой на высоких частотах. Первая особенность древесины придает скрипке дальность звучания, вторая — смягчает резкость ее звучания.

В работе, проведенной нами на Московской экспериментальной фабрике музыкальных инструментов в содружестве с Московским лесотехническим институтом [8], получены динамические параметры для ряда образцов невыдержанной (свежепросушенной) еловой древесины и для ели, выдержанной около 220 лет. Образцы выдержанной ели были взяты из сруба деревянной постройки XVIII века (Воробьевы горы) и разобранный перед строительством высотного здания МГУ.

В опытах было применено электромагнитное возбуждение образцов. По измеренным под микроскопом резонансным амплитудам и по частотам, соответствующим половине резонансной амплитуды, определялись тангенсы угла потерь как мера внутреннего трения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_2 - f_1}{f_0 \sqrt{3}}, \quad (1)$$

где  $f_0$  — частота резонансных колебаний,  $f_2, f_1$  — частоты выше и ниже резонансных, соответствующие половине максимальной амплитуды.

На фиг. 1 показаны полученные экспериментально частотные характеристики фактора потерь ( $\operatorname{tg} \varphi$ ). Кривая 1 — свежепросушенная древесина ели, хранившаяся полгода, 2 — ели, выдержанной около 220 лет, 3 — ели, выдержанной 170 лет (по данным Птачника). Кривые 2 и 3 очень близко совпадают в точках от 1,25 до 6 кгц, в области же низких частот наблюдается расхождение. Наименьшие потери в 220-летней древесине обнаружили на частоте 1250 гц. Это позволяет полагать, что при изготовлении скрипки из подобной древесины ее излучение в этой области частот бу-