

УДК 534.26

О ПРИМЕНЕНИИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ $\psi_{\Phi}(z)$ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ВОЛН В КЛИНОВИДНЫХ ОБЛАСТЯХ

В. Ю. Завадский, М. П. Сахарова

Кратко сформулированы задачи дифракции волн в клиновидных областях, решение которых выражается через специальную функцию $\psi_{\Phi}(z)$, введенную и исследованную Г. Д. Малюжиным. Приведены разложения, удобные при вычислении функции $\psi_{\Phi}(z)$ для комплексного аргумента z на электронной вычислительной машине. В работе содержится описание таблиц функций $\psi_{\Phi}(z)$, составленных в Акустическом институте АН СССР и приведены графики зависимости функции $\psi_{\Phi}(z)$ от комплексного аргумента z для различных значений параметра Φ .

Задача о дифракции волн на полуплоскости и клине является одной из основных задач математической теории дифракции. Результаты, полученные при решении этой задачи, широко используются в радиотехнике, акустике, сейсмике, гидродинамике [1—9]. Наиболее удобным методом нахождения решения задач данного класса является представление решения в виде контурного интеграла Зоммерфельда [10—14].

Однако при определении величин, характеризующих отражение, прохождение, преобразование волн при дифракции на клине, и определении характеристик направленности излучения ребром клина и т. п. возникает необходимость представления решения в виде, удобном для численных расчетов. Использование новых методов [10—18] позволило расширить класс задач дифракции на клине, решение которых представимо в виде интеграла Зоммерфельда, и перейти от клина с идеальными гранями к клиновидным областям с более сложными граничными условиями. Соответственно усложнились математический аппарат теории дифракции волн в клиновидных областях и интегральные представления точных решений. Возросли трудности при использовании решений в конкретных численных расчетах.

Однако можно выделить довольно широкий класс задач дифракции в клине, когда численный расчет можно провести при помощи введенной и исследованной Г. Д. Малюжиным специальной функции $\psi_{\Phi}(z)$ [1,9—11], через которую выражается решение задачи и величины, характеризующие дифракционное поле: коэффициенты отражения волн, характеристики направленности и т. п.

В настоящей работе рассматривается ряд примеров из указанного класса задач, в решение которых входит специальная функция $\psi_{\Phi}(z)$, рассматриваются свойства этой функции, использовавшиеся при ее вычислении на электронной вычислительной машине и приводятся графики зависимостей, характеризующих вид функции $\psi_{\Phi}(z)$ в комплексной области аргумента z для различных значений параметра Φ .

Все задачи, перечисленные в настоящей работе, сводятся к следующей двумерной краевой задаче для уравнения Гельмгольца. Рассматривается двумерная задача дифракции плоской волны $u_0 = e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)} (u_0 \sim e^{-i\omega t})$ в угловой области $r > 0$, $|\varphi| < \Phi$ (фиг. 1). Эта задача сводится к нахождению функции $u(r, \varphi; k)$, удовлетворяющей уравнению $(\Delta + k^2)u = 0$

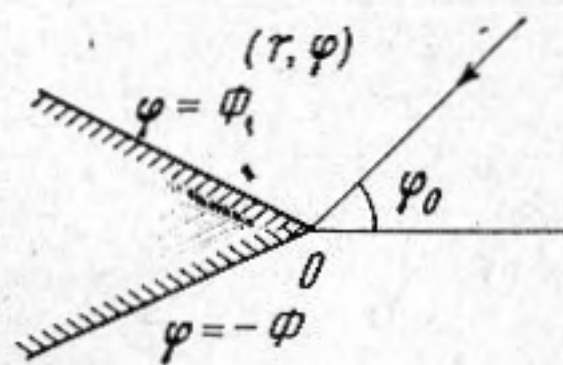
(Δ — двумерный оператор Лапласа, записанный в цилиндрических координатах), непрерывной в замкнутой области $r \geq 0$, $|\varphi| \leq \Phi$ и удовлетворяющей краевым условиям

$$\sum_{s=0}^n C_s^{\pm} \frac{\partial^s u}{(r \partial \varphi)^s} = f^{\pm}(r) \quad \text{при} \quad \varphi = \pm \Phi, \quad (1)$$

где C_s^{\pm} — постоянные, характеризующие свойства границ $\varphi = \pm \Phi$, а $f^{\pm}(r)$ — заданные функции, допускающие представление в виде интеграла Зоммерфельда. Функция $u(r, \varphi; k)$ должна удовлетворять также принципу погашаемости [14].

В работах [9, 10] показано, что решение данной задачи может быть представлено интегралом Зоммерфельда:

$$u(r, \varphi; k) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{-ikr \cos(\alpha - \varphi)} S(\alpha) d\alpha, \quad (2)$$



Фиг. 1

где γ — контур в комплексной плоскости α , изображенный на фиг. 2. Незвестная функция $S(\alpha)$ — трансформанта интеграла Зоммерфельда — определяется из функциональных уравнений, вытекающих из краевых условий (1) (см., например, уравнения (7) в работе [1]), и выражается в виде комбинации конечного числа специальных функций $\psi_{\Phi}(z)$ от разных аргументов z , зависящих от параметров C_s^{\pm} в краевых условиях, и тригонометрических функций. Асимптотическое поведение интеграла (2) для больших значений величины kr определяется функцией $S(\alpha)$, а, следовательно, и функцией $\psi_{\Phi}(z)$.

Сформулируем кратко некоторые частные задачи дифракции волн в клиновидных областях, решение которых выражается через функцию $\psi_{\Phi}(z)$.

1. Дифракция акустической или электромагнитной плоской волны на клине с импедансными гранями [1, 4]. В этом случае $C_0^{\pm} = \mp ik \sin \vartheta_{\pm}$, $C_1^{\pm} = 1$, $f^{\pm}(r) = 0$, где ϑ_{\pm} — комплексные углы Брюстера для импедансных граней клина [1]. Точное выражение для трансформанты $S(\alpha)$ имеет вид

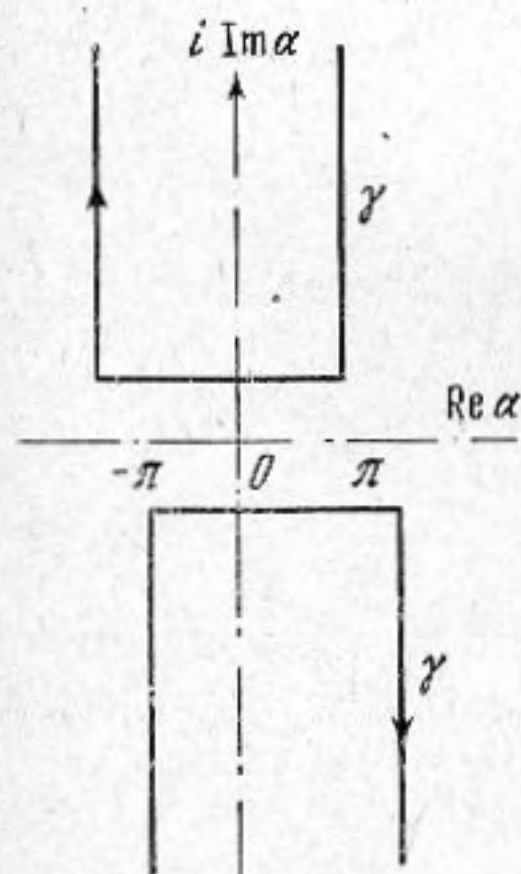
$$S(\alpha) = \frac{\pi}{2\Phi} \frac{\cos \frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}}{\sin \frac{\pi\alpha}{2\Phi} - \sin \frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}} \frac{\psi(\alpha)}{\psi(\varphi_0)},$$

где

$$\begin{aligned} \psi(\alpha) = & \psi_{\Phi} \left(\alpha + \Phi + \frac{\pi}{2} - \vartheta_+ \right) \psi_{\Phi} \left(\alpha - \Phi - \frac{\pi}{2} + \vartheta_- \right) \times \\ & \times \psi_{\Phi} \left(\alpha + \Phi - \frac{\pi}{2} + \vartheta_+ \right) \psi_{\Phi} \left(\alpha - \Phi + \frac{\pi}{2} - \vartheta_- \right), \end{aligned}$$

а асимптотическое значение ($kr \gg 1$) поля $u(r, \varphi; k)$ выражается в виде (см. [1], формула (23))

$$u(r, \varphi; k) = \frac{\pi}{2\Phi} \frac{\cos \frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}}{\psi(\varphi_0)} \left[\frac{\psi(\varphi - \pi)}{\sin \frac{\pi}{2\Phi} (\varphi - \pi) - \sin \frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}} \right]$$



Фиг. 2

$$-\frac{\psi(\varphi + \pi)}{\sin \frac{\pi}{2\Phi} (\varphi + \pi) - \sin \frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}} \left[\frac{e^{i \left[kr + \frac{\pi}{4} \right]}}{\sqrt{2\pi kr}} + r_+ + r_- + \sum_n r_n \right]$$

где r_{\pm}, r_n — плоские пространственные и поверхностные волны, амплитуды которых также выражаются через функцию $\psi_{\Phi}(z)$ от комплексного аргумента z .

2. Дифракция цилиндрической (акустической, электромагнитной) волны на клине с импендантными гранями [6]. Задача дифракции цилиндрической волны на клине с импендантными гранями решается методом суперпозиции решений задач дифракции плоских волн на клине с теми же граничными условиями. Решение задачи дифракции плоской волны на клине с импендантными гранями и величины, характеризующие поле, выражаются через функцию $\psi_{\Phi}(z)$. Поэтому характеристики отраженных, рассеянных и поверхностных волн, возникающих при дифракции цилиндрической волны на импендантном клине, выражаются через функцию $\psi_{\Phi}(z)$.

3. Дифракция гравитационных волн, набегающих на наклонный берег моря (клиновидная область $r > 0, |\varphi| < \Phi, |z| < \infty$) [8]. В этом случае потенциал скорости гравитационного движения несжимаемой жидкости $v(r, \varphi, z)$ ($v \sim e^{-i\omega t}$) представляется интегралом Фурье:

$$v(r, \varphi, z) = \int_{-\infty}^{\infty} u(r, \varphi; m) e^{imz} dm,$$

причем трансформанта $u(r, \varphi; m)$ удовлетворяет уравнению $(\Delta - m^2) \times \times u(r, \varphi; m) = 0$ с краевыми условиями $\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \gamma r u = 0$ при $\varphi = \Phi$,

$\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$ при $\varphi = -\Phi$ ($\gamma = \omega^2 / g$, ω — частота колебания, g — ускорение силы тяжести), что соответствует $C_0^+ = -\gamma r$, $C_0^- = 0$, $C_1^{\pm} = 1$, $f^{\pm}(r) = 0$ в краевых условиях (1). Решение этой задачи также выражается через функцию $\psi_{\Phi}(z)$ [8].

4. Излучение звука колеблющимися гранями произвольного клина [2]. Полагая в краевых условиях (1)

$$C_0^{\pm} = 0, \quad C_1^{\pm} = \mp \frac{1}{ik\rho c}; \quad f^{\pm}(r) = v_{1,2}$$

(ρ, c и k соответственно плотность среды, скорость звука и волновое число в окружающей среде, а $v_{1,2}$ — нормальная колебательная скорость, заданная на грани $\varphi = \pm\Phi$), и используя обозначение

$$\eta_{\Phi}(z) = \frac{d \ln \psi_{\Phi}(z)}{dz},$$

получаем поле излучения гранями клина $u(r, \varphi; k)$ в виде

$$u(r, \varphi; k) = \frac{\rho c}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{-ikr \cos(\varphi-z)} [v_1 \eta_{\Phi}(z + \Phi) + v_2 \eta_{\Phi}(z - \Phi)] dz$$

(см. формулу (30) в работе [2]).

5. Дифракция плоской волны на полубесконечной упругой пластине [3]. Упругая полупластина ($x > 0, y = 0, z = 0$), расположенная в жидкости, совершает изгибные и продольные колебания под действием прихо-

дящей из бесконечности плоской волны. Как показано в работе [3], звуковое давление p в жидкости может быть представлено в виде суммы $p' + p''$, где часть поля p' описывает взаимодействие с продольными колебаниями пластины, а p'' — с изгибными колебаниями. В этом случае краевые условия для решения p' содержат производные 3-го, а для p'' — 5-го порядков. Трансформанты интегралов Зоммерфельда S' и S'' для решений p' и p'' представлены в виде произведения функций $\psi_{\pi/2}(z)$ от различных комплексных аргументов, выраженных через параметры задачи.

Отметим, что решение задачи дифракции плоской волны на полупрозрачной пластине [7], решение задачи дифракции электромагнитной волны на импеданцевом клине, когда нитевидный источник расположен в вершине угла [5], и ряд других задач также приводятся к выражениям, содержащим функции $\psi_{\Phi}(z)$ от комплексного аргумента.

Свойства функции $\psi_{\Phi}(z)$ детально изучены [1,9—11]; составлены таблицы $\psi_{\Phi}(z)$ для комплексного аргумента [15] *. Для составления таблиц функции $\psi_{\Phi}(z)$ было использовано ее интегральное представление:

$$\psi_{\Phi}(z) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{(\operatorname{ch} z s - 1)}{s \operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds \right], \quad (3)$$

полученное из соотношений

$$\psi_{\Phi}(z) = \exp \left[\int_0^z \eta_{\Phi}(z) dz \right]; \quad \eta_{\Phi}(z) = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} z s ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s}.$$

Интеграл в выражении (3) сходится в полосе $|\operatorname{Re} z| < \frac{\pi}{2} + 2\Phi$. Вне

этой полосы значения функции $\psi_{\Phi}(z)$ вычислялись при помощи функциональных соотношений:

$$\psi_{\Phi}(z) = \operatorname{ctg} \left(\frac{z - 2\Phi + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \psi_{\Phi}(z - 4\Phi), \quad (4a)$$

$$\psi_{\Phi}(z) \psi_{\Phi}(z - \pi) = \cos \frac{\pi}{4\Phi} \left(z - \frac{\pi}{2} \right) \psi_{\Phi}^2 \left(\frac{\pi}{2} \right). \quad (4b)$$

Таблицы были составлены для комплексного аргумента $z = x_1 + ix_2$ с шагом $h_{x_1} = h_{x_2} = 0,25$ в области $0 \leq x_1 < \frac{3\pi}{2} + 2\Phi + 5h_{x_1}$, $0 \leq x_2 < x_{2\max}$ (о выборе $x_{2\max}$ будет сказано ниже) и для вещественного угла Φ , изменяющегося с шагом $h_{\Phi} = 0,01 \pi$ в интервале $0 < \Phi \leq \pi$.

При проведении вычислений было использовано разложение:

$$\begin{aligned} \psi_{\Phi}(z) = \exp \left\{ -2 \left[\frac{C_0(x_2)}{4} + \frac{C_2(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi \right)^2 \frac{x_1^2}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{y_1^{2n}}{2n} \operatorname{Re} \beta_{2n} \right] - \right. \\ \left. - 2i \left[\frac{S_1(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi \right) y_1 + \frac{1}{3} \frac{S_3(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi \right)^3 y_1^3 + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{y_1^{2n+1}}{2n+1} \operatorname{Im} \beta_{2n+1} \right] \right\}, \end{aligned}$$

* Этими таблицами можно воспользоваться в библиотеке Акустического института АН СССР, Москва.

где

$$y_1 = \frac{x_1}{\frac{\pi}{2} + 2\Phi} < 1 \quad \left(\text{при } x_1 < \frac{\pi}{2} + 2\Phi \right),$$

$$C_0(x_2) = \int_0^{\infty} \frac{\cos x_2 s - 1}{s \operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds,$$

$$C_2(x_2) = \frac{1}{2!} \int_0^{\infty} \frac{s \cos x_2 s}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds,$$

.....

$$S_1(x_2) = \int_0^{\infty} \frac{\sin x_2 s ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s},$$

$$S_3(x_2) = \frac{1}{3!} \int_0^{\infty} \frac{s^2 \sin x_2 s ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s},$$

.....

$$\beta_{n+1}(x_1) = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^{n+1}}{4n!} \int_0^{\infty} \frac{s^n e^{ix_2 s}}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds =$$

.....

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \left(1 - i \frac{2x_2}{\pi + 4\Phi} + l \frac{2\pi}{\pi + 4\Phi} + k \frac{8\Phi}{\pi + 4\Phi} \right)^{-n-1}.$$

Коэффициенты β_4, β_5, \dots вычислялись непосредственно двойным суммированием. Суммирование обрывалось на члене ряда, модуль которого был меньше 10^{-6} .

Величины $C_0(x_2), C_2(x_2), S_1(x_2), S_3(x_2)$ вычислялись в виде рядов

$$\frac{C_0(x_2)}{4} = -\frac{y_2^2}{2} a_2 + \frac{y_2^4}{4} a_4 - \frac{y_2^6}{6} a_6 + \dots,$$

$$\frac{C_2(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2 = \frac{1}{2} (a_2 - 3y_2^2 a_4 + 5y_2^4 a_6 - \dots),$$

$$\frac{S_1(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right) = y_2 a_2 - y_2^3 a_4 + y_2^5 a_6 - \dots$$

$$\frac{S_3(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^3 = \frac{1}{6} (2 \cdot 3 y_2 a_4 + 4 \cdot 5 y_2^3 a_6 + \dots),$$

.....

(5)

где $y_2 = x_2 / \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)$,

$$\alpha_{n+1} = \beta_{n+1}(0) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \left[1 + l \frac{2\pi}{\pi + 4\Phi} + k \frac{8\Phi}{\pi + 4\Phi} \right]^{-n-1}. \quad (6)$$

Вычисления по формуле (6) проводились для $n \geq 3$, а для α_2 использовалось разложение

$$\alpha_2 = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2}{4 \cdot 1!} \int_0^{\infty} \frac{s ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} =$$

$$= \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2}{4 \cdot 1!} \left[\int_0^{\infty} \frac{s ds}{\operatorname{sh} 2\Phi s} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2!} \int_0^{\infty} \frac{s^3 ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} + \dots \right],$$

откуда, воспользовавшись табличным значением интеграла

$$\int_0^{\infty} \frac{s}{\operatorname{sh} 2\Phi s} ds = \left(\frac{\pi}{4\Phi}\right)^2,$$

можно получить выражение следующего вида:

$$\alpha_2 = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2}{4} \left(\frac{\pi}{4\Phi}\right)^2 - 3 \left(\frac{\pi}{\pi + 4\Phi}\right) \alpha_4 - 5 \left(\frac{\pi}{\pi + 4\Phi}\right) \alpha_6 - \dots$$

Ряды (5) сходятся равномерно в области $|y_2| < 1$. Они использовались для расчета, когда $|y_2| \leq 1/2$. В области $|y_2| > 1/2$ были использованы другие разложения, а именно:

$$\frac{C_0(x_2)}{4} = -\frac{1}{4} \ln \left[\operatorname{ch} \frac{\pi x_2}{4\Phi} \right] + \sigma - \frac{x_0^2}{2} \operatorname{Re} \beta_2 - \frac{x_0^4}{4} \operatorname{Re} \beta_4 - \dots,$$

$$\frac{C_2(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2 = \frac{1}{2} \left[-\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^2}{\pi} \frac{1}{4} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi x_2}{4\Phi}} - \right.$$

$$\left. - 3x_0^2 \operatorname{Re} \beta_4 - 5x_0^4 \operatorname{Re} \beta_6 - \dots \right]$$

$$\frac{S_1(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right) = \frac{1}{4} \left[\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)}{\pi} \operatorname{th} \frac{\pi x_2}{4\Phi} - x_0^2 \operatorname{Im} \beta_3 - x_0^4 \operatorname{Im} \beta_5 - \dots \right]$$

$$\frac{S_3(x_2)}{4} \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^3 = \frac{1}{6} \left[\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right)^3}{4\Phi} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi x_2}{4\Phi}}{\operatorname{ch}^3 \frac{\pi x_2}{4\Phi}} - \right.$$

$$\left. - 3 \cdot 4 \cdot x_0^2 \operatorname{Im} \beta_5 - 5 \cdot 6 \cdot x_0^4 \operatorname{Im} \beta_7 - \dots \right], \quad (7)$$

где

$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\pi}{\pi + 4\Phi}\right)^{2n} \frac{1}{2n} \alpha_{2n} \right].$$

Выражение для $C_0(x_2)$ было получено следующим образом:

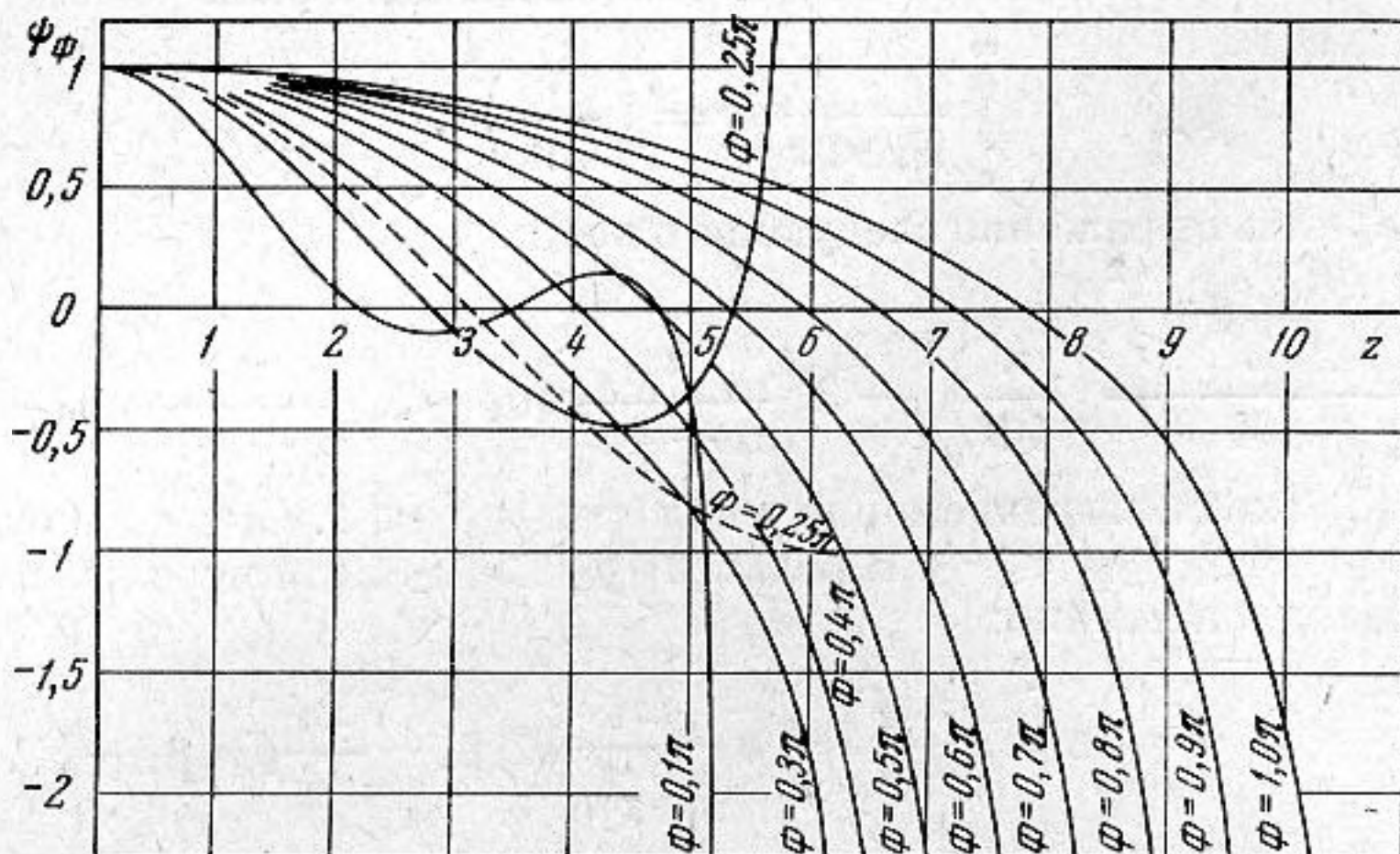
$$C_0(x_2) = \int_0^{\infty} \frac{\cos x_2 s - 1}{s \operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{(\cos x_2 s - 1) ds}{s \operatorname{sh} 2\Phi s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{s ds}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} s \operatorname{sh} 2\Phi s} + \dots,$$

причем

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x_2 s - 1}{s \operatorname{sh} 2\Phi s} ds = -\ln \left(\operatorname{ch} \frac{\pi x_2}{4\Phi} \right).$$

Остальные разложения в формулах (7) были получены тем же путем. Все приведенные ряды являются сходящимися в определенных перекрывающихся областях, что позволяет использовать их для численных расчетов. Вопрос об оценке ошибок и выборе соответствующего количест-



Фиг. 3

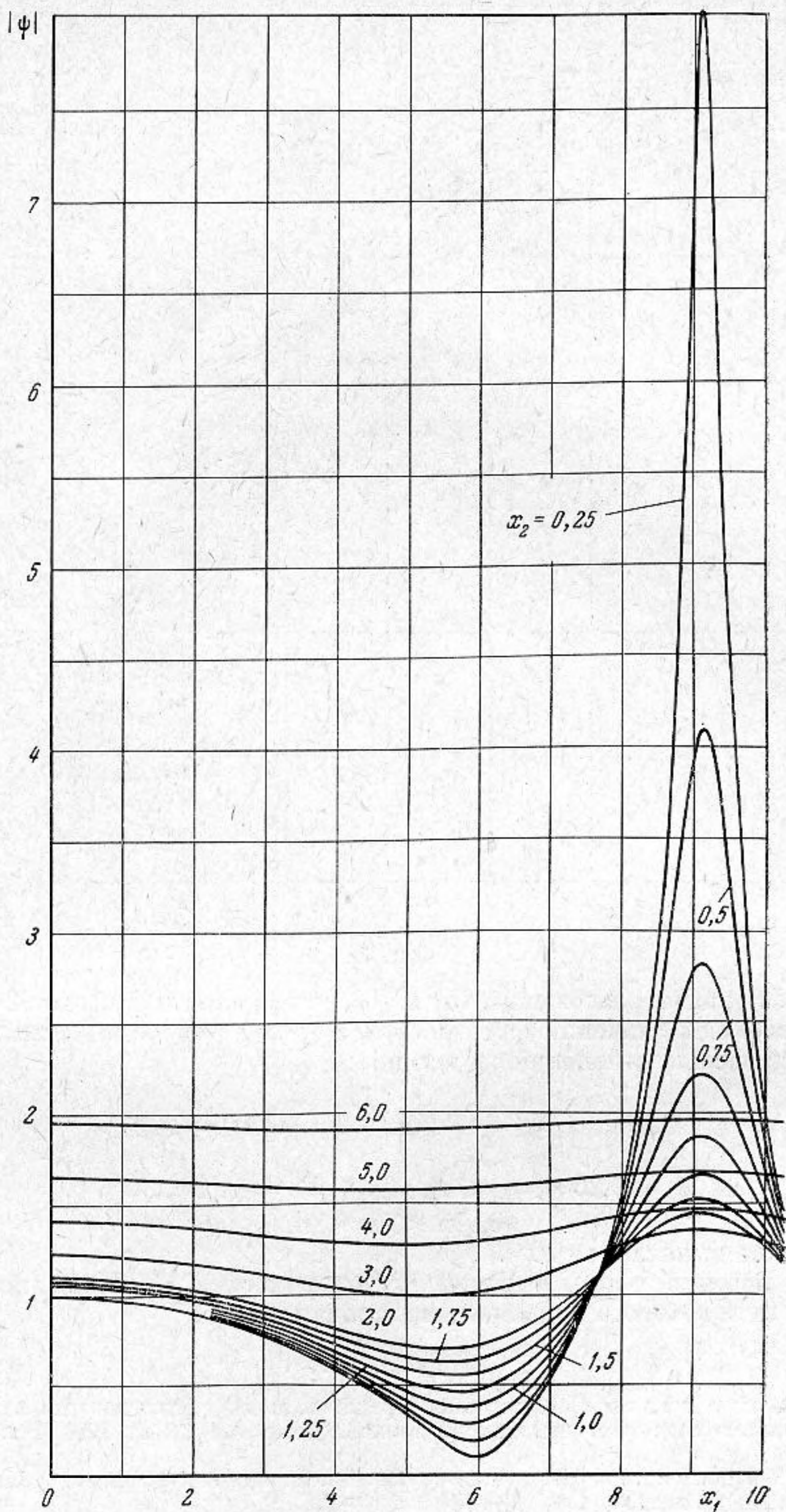
ва членов разложений для обеспечения требуемой точности ($E < 10^{-6}$) в данной работе не рассматривается. В качестве контроля точности использовался метод сравнения значений функции в точках $z_1 = ix_2 + \frac{\pi}{2} - \varepsilon$, $z_2 = ix_2 + \frac{\pi}{2} + \varepsilon$ ($\varepsilon = 10^{-6}$), полученных непосредственным вычислением $\psi_{\Phi}(z)$ в виде ряда (точка z_1) и из рекуррентной формулы (4). Максимальное значение $x_{2 \max}$, ограничивающее область изменения $\operatorname{Im} z = x_2$, определялось из того условия, чтобы две первые значащие цифры в точном значении $\psi_{\Phi}(z)$ совпадали с двумя первыми цифрами приближенного асимптотического значения

$$\psi_{\Phi}(z) \cong \sqrt{\cos \frac{\pi z}{4\Phi}} e^{-\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln \operatorname{ch} \frac{\pi s}{4\Phi}}{\operatorname{ch} s} ds},$$

справедливого при $|\operatorname{Im} z| \rightarrow \infty$.

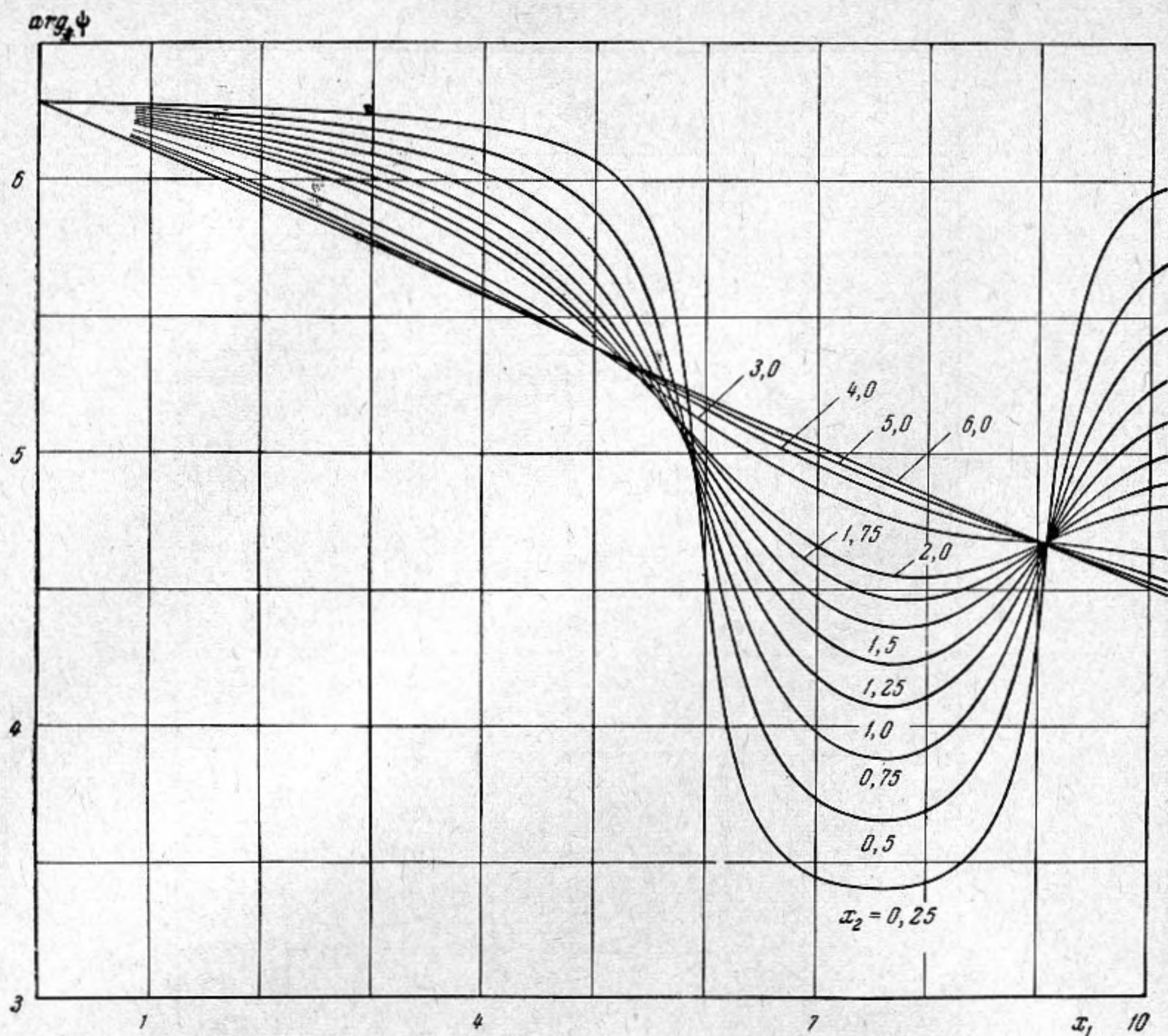
На фиг. 3 приведены для примера графики зависимости функции $\psi_{\Phi}(z)$ от действительного аргумента z для различных значений параметра Φ . На графиках фиг. 4 и 5 приведены значения модуля и аргумента функции $\psi_{\Phi}(z)$ в зависимости от x_1 (действительной части аргумента $z = x_1 + ix_2$). Величина x_2 для данных графиков служит параметром; $\Phi = 0,7\pi$.

Функция $\psi_{\Phi}(z)$ рассчитывалась в Акустическом институте, результаты табулирования были представлены в виде таблиц [15], состоящих из 5 частей. В первой части таблиц содержатся значения функций $\psi_{\Phi}(z)$ и $\eta_{\Phi}(z)$,



Фиг. 4

вычисленные с точностью до 10^{-5} для значений действительного аргумента z в диапазоне $0 < x < \frac{\pi}{2} + 2\Phi$ с шагом $h_{x_1} = 0,05$; значение Φ менялось в диапазоне $0,01 \pi \leq \Phi \leq \pi$ с шагом $h_{\Phi} = 0,01 \pi$. Здесь же приведе-



Фиг. 5

ны коэффициенты разложений (5) и (6) для функций. В частях 2—5 приведены таблицы значений функций $\psi_{\Phi}(x_1 + ix_2)$ для комплексных значений z . Диапазоны изменений следующие:

$$0,25 < x_1 < \frac{\pi}{2} + 2\Phi, \quad h_{x_1} = h_{x_2} = 0,25,$$

$$0,25 < x_2 < x_{2, \max}, \quad h_{\Phi} = 0,02\pi.$$

$$0,06\pi < \Phi < \pi.$$

Точность вычисления 10^{-5} .

В заключение авторы выражают благодарность Г. Д. Малюжину, под руководством которого выполнена настоящая работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Малюжинец. Возбуждение, отражение и излучение поверхностных волн на клине с заданным импедансом граней. Докл. АН СССР, 1958, 121, 3, 436—439.
2. Г. Д. Малюжинец. Излучение звука колеблющимися гранями произвольного клина. Акуст. ж., 1955, 1, 2, 144—164; 3, 226—234.
3. Г. Д. Малюжинец. Точное решение задачи дифракции плоской волны на полубесконечной упругой пластине. Реферат IV Всес. Акустической конференции. М., Изд-во АН СССР, 1956, стр. 45.
4. Р. П. Старовойтова, М. С. Бобровников, В. Н. Кислицина. Дифракция поверхностной волны на изломе импедансной плоскости. Радиотехн. и электрон., 1962, 7, 2, 250.
5. Р. П. Старовойтов, М. С. Бобровников. Возбуждение импедансного клина нитевидным магнитным источником, расположенным в вершине. Изв. вузов, Физика, 1962, 4, 130.

6. М. С. Бобровников, Р. П. Старовойтова. Дифракция цилиндрических волн на импедансном клине. Изв. вузов, Физика, 1963, 6, 168—176.
7. Г. Д. Малюжинец. Примеры симметричных задач дифракции на полупрозрачных пластинах. Рефераты II Всес. симпозиума по дифракции волн. Горький, 1962, 86—90.
8. Г. Д. Малюжинец. Решение линеаризованной задачи дифракции гравитационных волн на поверхности воды у наклонного берега методом интегралов Зоммерфельда. Рефераты докладов I Всес. симпозиума по дифракции волн. М., Изд-во АН СССР, 1960.
9. Г. Д. Малюжинец. Некоторые обобщения метода отражений в теории дифракции синусоидальных волн (докт. диссертация). Физический институт им. П. И. Лебедева АН СССР, 1950.
10. Г. Д. Малюжинец. Применение интеграла Зоммерфельда к решению некоторых задач математической физики. Докл. на IV математ. съезде, 1961 г.
11. G. D. Malyughinets. Das Sommerfeldische Integral und die Lösung von Beugungsaufgaben in Winkelgebieten, Ann. Phys., 1960, 6, 1—2, 107—112.
12. А. Зоммерфельд. (В книге Ф. Франк и Р. Мизес. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. 1937, ОНТИ, гл. 20).
13. А. Зоммерфельд. Оптика. М., 1953.
14. Г. Д. Малюжинец. Математическая формулировка задачи о вынужденных колебаниях в произвольной области. Докл. АН СССР, 1951, 78, 3, 439.
15. В. Ю. Завадский, М. П. Сахарова. Таблицы специальной функции $\Phi_0(z)$. Отчет Акустического института АН СССР, М., 1960.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
21 июня 1965 г.