

УДК 534.231.1

**О ВЛИЯНИИ НЕОДНОРОДНОСТИ СРЕДЫ НА РАССЕЯНИЕ ВОЛН
НА НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ***Ю. П. Лысанов*

Получено точное решение задачи о рассеянии плоской волны на синусоидальной поверхности, ограничивающей слой, в котором скорость звука линейно растет с глубиной. Приведены результаты численного расчета амплитуд и фаз рассеянных волн для случая неровностей поверхности, малых по сравнению с длиной волны звука. Показано, что амплитуда рассеянной волны первого порядка может иметь ряд резонансных максимумов. Эти максимумы возникают тогда, когда угол скольжения в слое данной рассеянной волны совпадает с углом скольжения одной из нормальных волн, являющихся собственными колебаниями неоднородного слоя.

Рассеяние звука на волнующейся поверхности океана обычно происходит в условиях, осложненных наличием неоднородностей в прилегающем к поверхности слое водной среды. Существование этих неоднородностей обусловлено различными причинами: изменением скорости звука с глубиной, высокой концентрацией воздушных пузырьков, образующихся при разрушении ветровых волн, наличием биологических объектов, мигрирующих в ночное время суток из глубоких слоев океана к поверхности.

Очевидно, наличие такого неоднородного слоя у поверхности может существенно изменить характер поля, рассеянного на самой неровной поверхности. Так, например, из-за вертикальной рефракции звуковая волна будет приходить к неровной поверхности под другим углом скольжения, чем в однородной среде; при отрицательном градиенте скорости звука в слое звуковая волна может вообще не достигнуть неровной поверхности и, следовательно, не будет на ней рассеиваться. Аналогичная экранировка взволнованной поверхности может быть обусловлена и воздушными пузырьками [1].

Неоднородности в приповерхностном слое имеют различную природу. В зависимости от частоты звука, угла падения первичной волны и т. д. преобладающее значение могут иметь те или иные неоднородности. При теоретическом рассмотрении задачи для каждого типа неоднородностей требуется свой особый подход. В настоящей статье рассматривается один из возможных вариантов этой задачи, при котором учитывается влияние только вертикальной рефракции в приповерхностном слое на рассеяние звука на периодически неровной поверхности.

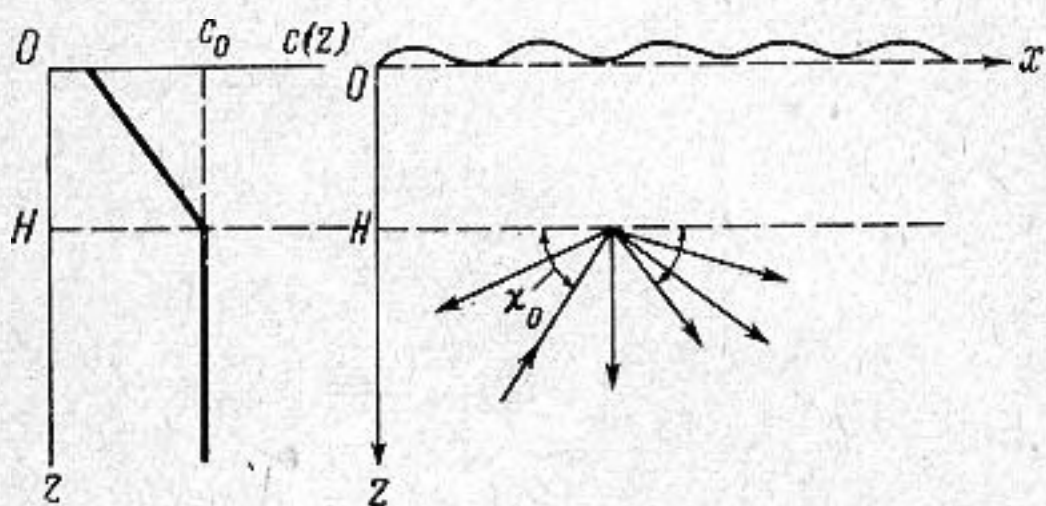
В общем виде точное решение задачи о рассеянии плоской волны, прошедшей через слоисто-неоднородную среду, на периодически неровной поверхности произвольной формы, дано в работе [2]. В настоящей работе излагаются результаты анализа решения для частного случая синусоидальной поверхности, ограничивающей слой, скорость звука в котором

увеличивается с глубиной по закону

$$c(z) = \frac{c_0}{\sqrt{1 - 2b(z - H)}}, \quad 0 \leq z \leq H, \quad (1)$$

где c_0 — скорость звука в однородном полупространстве $z > H$ (фиг. 1). Такое распределение скорости звука соответствует случаю «приповерхностного» звукового канала. Так как для всех реальных случаев $2bH \ll 1$, то закон изменения скорости звука в слое практически не отличается от линейного. Величина b представляет собой относительный градиент скорости звука.

Мы ограничимся рассмотрением плоского случая, считая, что волновой вектор падающей волны лежит в плоскости xz , а уравнение неровной поверхности зависит только от одной координаты x : $\zeta(x) = -a(1 - \cos qx)$, где $q = 2\pi/L$, L — период неровной поверхности. Это позволяет существенно упростить задачу: двойные ряды, фигурирующие в работе [2], заменяются в настоящей статье однократными. Будем предполагать, что неровная поверхность является абсолютно податливой.



Фиг. 1

В дальнейшем мы будем придерживаться обозначений, введенных в работе [2], а ссылки на формулы этой статьи обозначать дополнительным индексом 2.

Потенциал скоростей полного поля в полупространстве $z > H$ имеет вид

$$\psi_0(x, z) = e^{i\alpha_0 x - i\beta_0(z-H)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{i\alpha_n x + i\beta_n(z-H)}, \quad (2)$$

где первый член представляет падающую волну, остальные — зеркально отраженную волну ($n = 0$) и рассеянные волны высших номеров. Здесь $\alpha_n = k_0 \cos \chi_n$ и $\beta_n = k_0 \sin \chi_n$, где χ_n — угол скольжения рассеянной волны номера n , причем

$$\cos \chi_n = \cos \chi_0 + n \frac{\lambda}{L}, \quad (3)$$

χ_0 — угол скольжения падающей волны, λ — длина волны звука, $k_0 = 2\pi/\lambda$. Знак β_n выбирается так, чтобы $\beta_n = k_0 |\sin \chi_n|$ при $|\cos \chi_n| < 1$ и $\beta_n = ik_0 |\sin \chi_n|$ при $|\cos \chi_n| > 1$.

Соотношение (8.2), определяющее амплитуды рассеянных волн, принимает в данном случае следующий вид:

$$A_0 = -1 + \frac{2H^{(1)}_{1/3}(u_{0H})}{Q_0^{(1)}} + \frac{4B_0}{\pi u_{0H}^{2/3} Q_0^{(1)}}, \quad (4)$$

$$A_m = \frac{4B_m}{\pi u_{mH}^{2/3} Q_m^{(1)}}, \quad (5)$$

где коэффициенты B_m определяются по формуле

$$B = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n D_{mn}^{(1)} \quad (6)$$

Величины C_n , являющиеся коэффициентами разложения в ряд Фурье

функции $\left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \nu} \frac{1}{v_z}\right)_{z=\zeta(x)}$ ($\tilde{\psi}$ — потенциал скоростей поля в области

$\zeta(x) \leq z \leq 0$, ν — внутренняя нормаль к неровной поверхности), находятся из бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (11.2):

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n D_{0n} = \frac{-2}{u'_{0H}}; \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n D_{mn} = 0. \quad (7)$$

В формулах (4) — (7) введены следующие обозначения:

$$D_{mn} = Q_m^{(1)} D_{mn}^{(2)} - Q_m^{(2)} D_{mn}^{(1)} \quad (8)$$

$$Q_m^{(1,2)} = H_{1/3}^{(1,2)}(u_{mH}) - i H_{-2/3}^{(1,2)}(u_{mH}), \quad (9)$$

$$D_{mn}^{(1,2)} = \int_0^{2\pi} u_{m\xi}^{1/3} H_{1/3}^{(1,2)}(u_{m\xi}) e^{i(n-m)x} dx, \quad (10)$$

причем $H_\nu^{(1,2)}(u_m)$ — функции Ганкеля соответственно 1-го и 2-го рода порядка ν от аргумента

$$u_m = \frac{k_0}{3b} [\sin^2 \chi_m + 2b(H-z)]^{3/2} \quad (11)$$

и

$$u_{mH} = (u_m)_{z=H} = \frac{k_0}{3b} \sin^3 \chi_m; \quad (12)$$

$$u_{m\xi} = (u_m)_{z=\xi} = \frac{k_0}{3b} [\sin^2 \chi_m + 2bh + 2ab \cos x]^{3/2}; \quad h = H - a.$$

Для приближенного решения системы (7) в зависимости от значений входящих в задачу параметров следует использовать различные методы. В случае малых неровностей, когда $k_0 a \ll 1$ целесообразно воспользоваться методом последовательных приближений, представляя коэффициенты системы D_{mn} и неизвестные коэффициенты C_n в виде рядов по степеням малого параметра $k_0 a$. Амплитуды рассеянных волн A_n будут иметь аналогичный вид. Удерживая во всех выражениях члены порядка не выше $(k_0 a)^2$, мы получаем для амплитуд зеркально отраженной волны и двух первых рассеянных волн выражения:

$$A_0 = - \left[1 - \frac{(k_0 a)^2}{2} \sin \chi_0 (\sin \chi_1 + \sin \chi_{-1}) \sigma_0 \right] e^{i\tau_0 + 2ik_0 h \sin \chi_0}, \quad (13)$$

$$A_{\pm 1} = ik_0 a \sin \chi_0 \cdot \sigma_{\pm 1} e^{i\tau_{\pm 1} + ik_0 h (\sin \chi_0 + \sin \chi_{\pm 1})}, \quad (14)$$

$$A_{\pm 2} = \frac{(k_0 a)^2}{2} \sin \chi_0 \sin \chi_{\pm 1} \sigma_{\pm 2} e^{i\tau_{\pm 2} + ik_0 h (\sin \chi_0 + \sin \chi_{\pm 2})}, \quad (15)$$

где

$$\sigma_0 = \frac{(\sin^2 \chi_0 + 2bh)^{1/2} [(\sin^2 \chi_1 + 2bh)^{1/2} + (\sin^2 \chi_{-1} + 2bh)^{1/2}]}{\sin \chi_0 (\sin \chi_1 + \sin \chi_{-1})}, \quad (16)$$

$$\sigma_{\pm 1} = \frac{(\sin^2 \chi_0 + 2bh)^{1/4} (\sin^2 \chi_{\pm 1} + 2bh)^{1/4}}{\sin^{1/2} \chi_0 \sin^{1/2} \chi_{\pm 1}}, \quad (17)$$

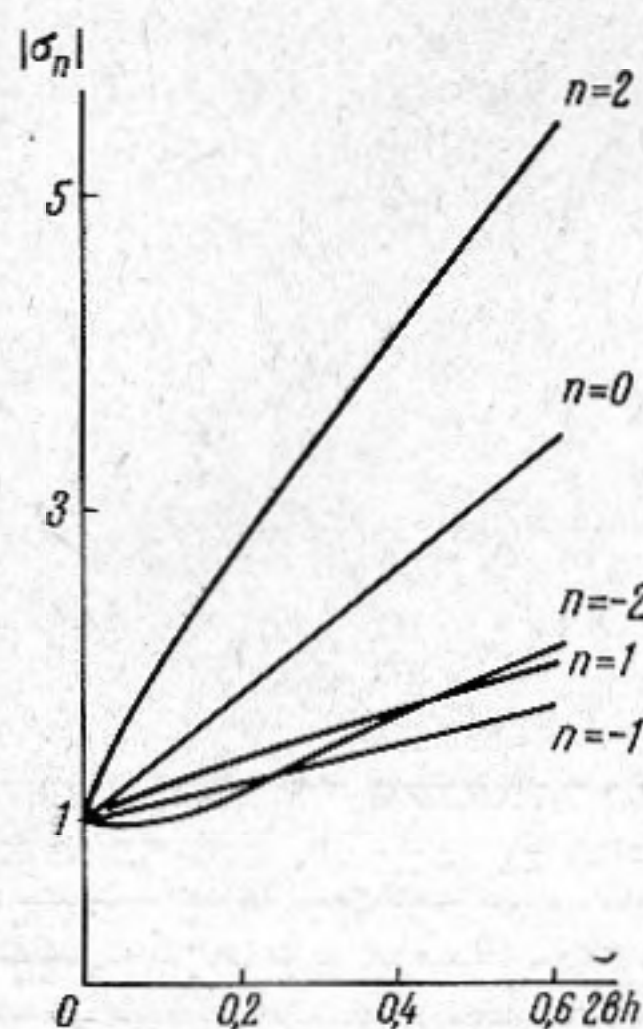
$$\sigma_{\pm 2} = \frac{(\sin^2 \chi_0 + 2bh)^{1/4} (\sin^2 \chi_{\pm 2} + 2bh)^{1/4} (\sin^2 \chi_{\pm 1} + 2bh)^{1/2}}{\sin^{1/2} \chi_0 \sin^{1/2} \chi_{\pm 2} \sin \chi_{\pm 1}}, \quad (18)$$

$$\tau_n = \frac{k_0}{3b} [\sin^2 \chi_0 + 2bh)^{3/2} + (\sin^2 \chi_n + 2bh)^{3/2} - (\sin^3 \chi_0 + \sin^3 \chi_n)] - k_0 h (\sin \chi_0 + \sin \chi_n). \quad (19)$$

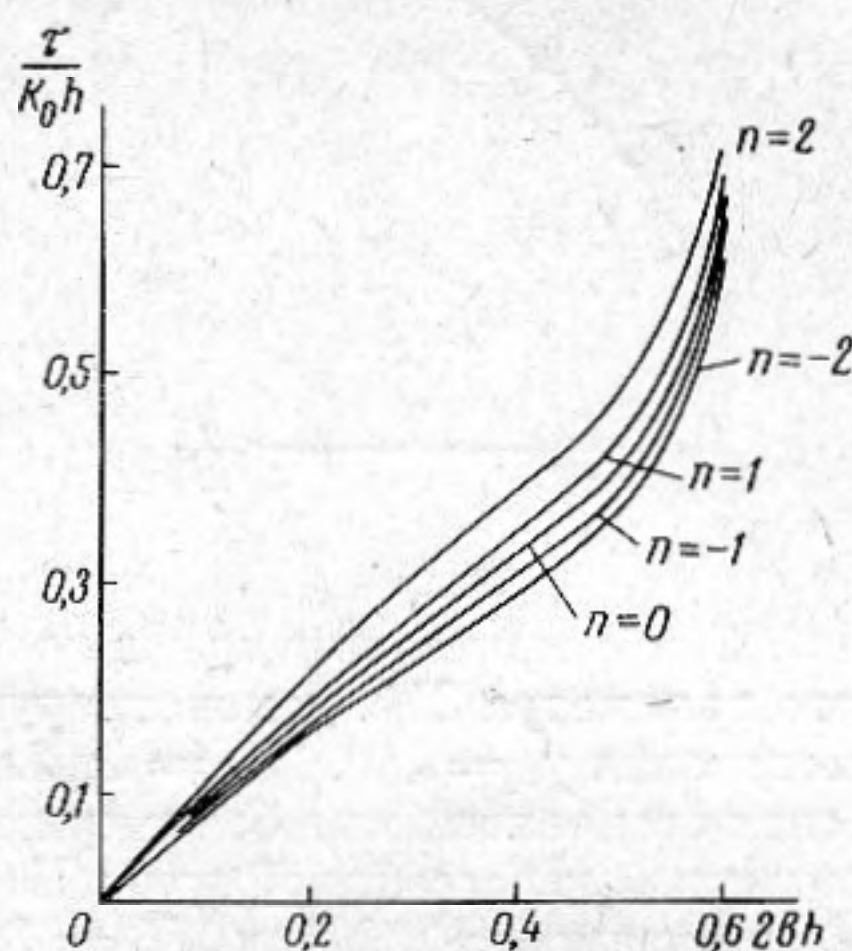
Формулы (13) — (19) получены при дополнительном предположении, что углы скольжения рассеянных волн χ_n удовлетворяют условию

$$\sin \chi_n \geq \left(\frac{3b}{k_0} \right)^{1/3}, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2). \quad (20)$$

При $bh \rightarrow 0$, $\sigma_n \rightarrow 1$ и $\tau_n \rightarrow 0$. Отличие σ_n и τ_n от указанных значений характеризует влияние неоднородности среды на амплитуду и фазу рассеянных волн.



Фиг. 2



Фиг. 3

Формулы (13) — (18) показывают, что влияние вертикальной рефракции на амплитуду рассеянных волн в данном приближении может быть учтено относительно простым способом*. Легко показать, что в лучевом приближении отношение модулей звукового давления при $z = H$ и $z = 0$ в падающей волне и в рассеянной волне n -го порядка определяется формулами

$$p_0(0) = p_0(H) \left[\frac{\sin \chi_0(H)}{\sin \chi_0(0)} \right]^{1/2}; \quad p_n(H) = p_n(0) \left[\frac{\sin \chi_n(0)}{\sin \chi_n(H)} \right]^{1/2},$$

где p_0, χ_0 и p_n, χ_n — модуль звукового давления и угол скольжения в падающей и рассеянной волнах соответственно; аргумент у p и χ указывает уровень, на котором берется данная величина. Предположим, что непосредственно у неровной поверхности рассеяние происходит также, как в отсутствие неоднородностей. Тогда соотношение между $p_n(0)$ и $p_0(0)$ определяется по известным формулам для однородной среды. Так, например, для рассеянной волны первого порядка мы имеем

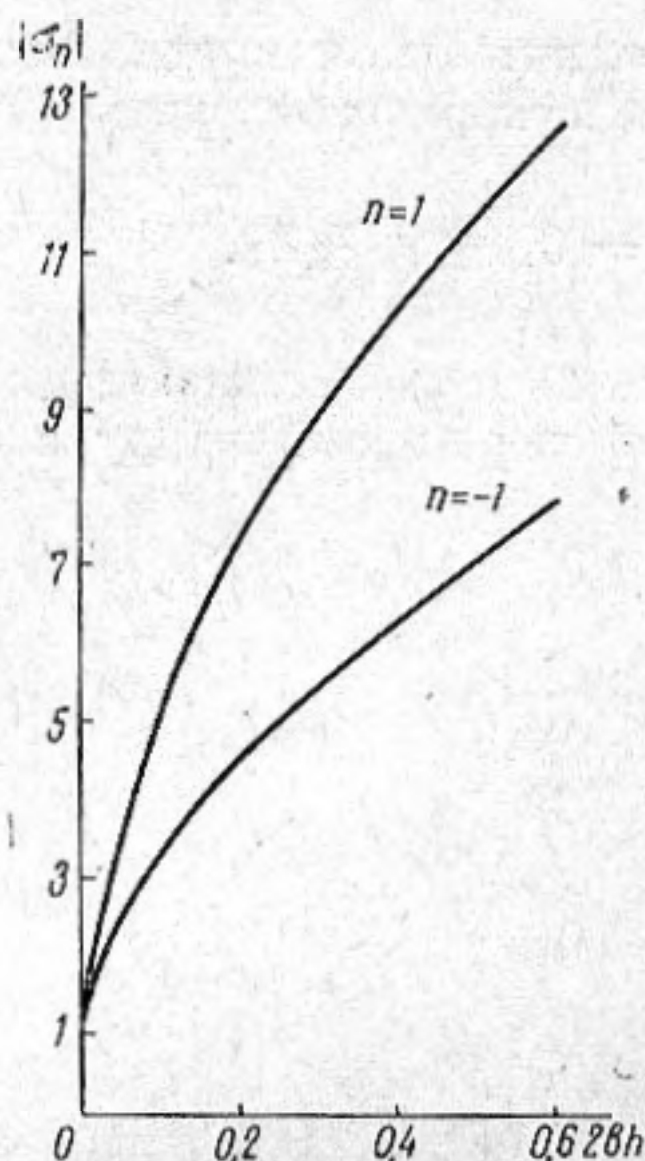
$$p_1(0) = k_0 a \sin \chi_0(0) \cdot p_0(0).$$

* На это обстоятельство внимание автора обратил Л. М. Бреховских.

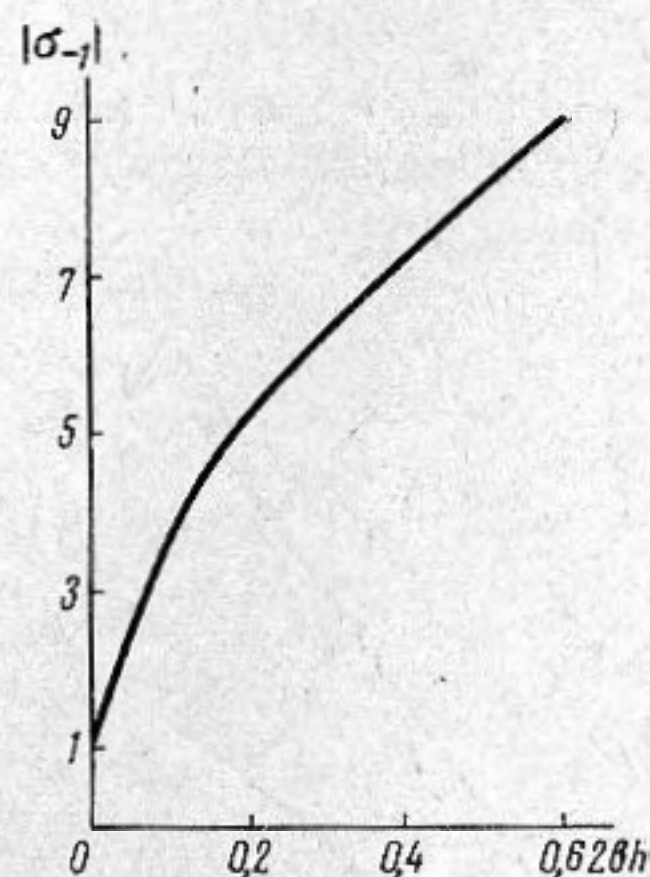
Тогда

$$p_1(H) = k_0 a \sin \chi_0(H) \left[\frac{\sin \chi_0(0) \sin \chi_1(0)}{\sin \chi_0(H) \sin \chi_1(H)} \right]^{1/2} p_0(H).$$

Полагая $p_0(H) = 1$ и учитывая, что в данном случае $\sin \chi_1(0) \simeq \simeq [\sin^2 \chi_1(H) + 2bh]^{1/2}$, $\sin \chi_0(0) \simeq [\sin^2 \chi_0(H) + 2bh]^{1/2}$, получаем формулу (14) с точностью до фазового множителя.



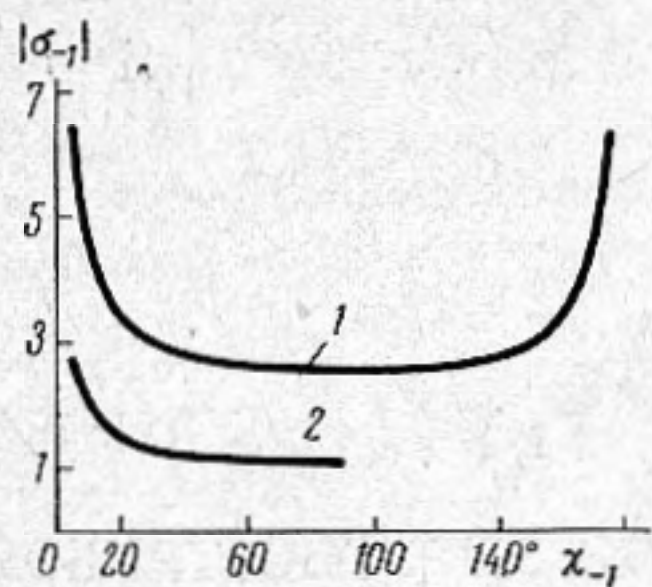
Фиг. 4



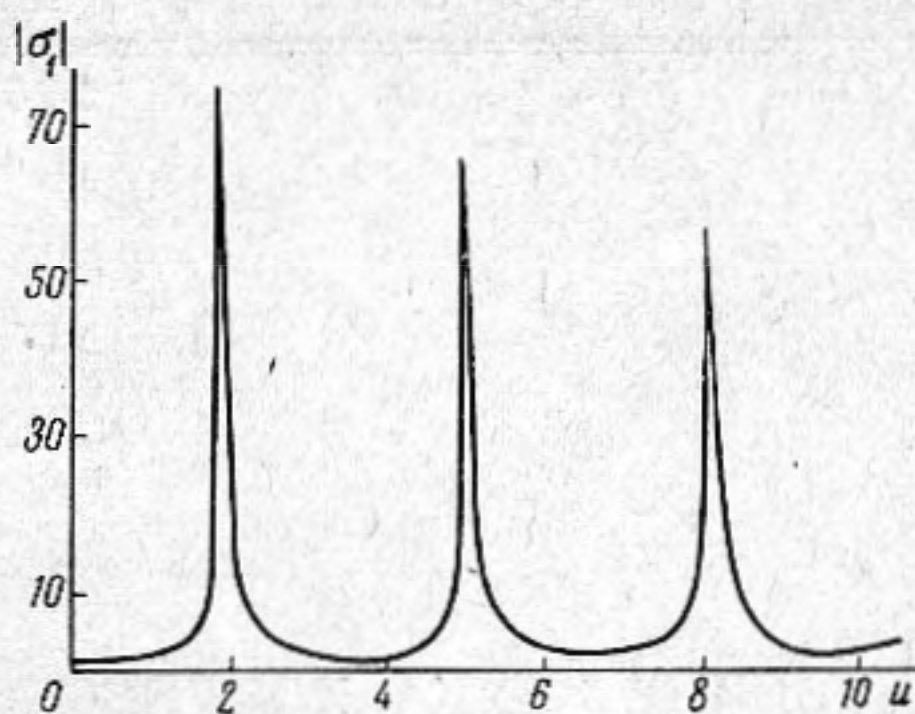
Фиг. 5

На фиг. 2 и 3 приведены графики зависимости $|\sigma_n|$ и τ_n/k_0h от безразмерного параметра $2bh$, демонстрирующие влияние неоднородного слоя (угол скольжения $\chi_0 = 30^\circ$, $\lambda/L = 0,05$, $n = 0, \pm 1, \pm 2$). Влияние неоднородного слоя становится еще более существенным при малых углах скольжения падающей и рассеянной волн. На фиг. 4 приведен график зависимости $|\sigma_{\pm 1}|$ от параметра $2bh$ при $\lambda/L = 3 \cdot 10^{-3}$. Углы скольжения падающей волны и рассеянных волн первого порядка соответственно равны: $\chi_0 = 5^\circ$; $\chi_1 = 2^\circ 30'$; $\chi_{-1} = 6^\circ 35'$. В данном примере отношение длины волны звука λ к периоду неровной поверхности L выбрано очень малым; направление распространения рассеянных волн первого порядка незначительно отличается от направления распространения зеркально отраженной волны. Однако и в том случае, когда λ соизмеримо или даже превосходит L , а рассеянная волна распространяется в обратном направлении, величина эффекта остается примерно той же. На фиг. 5 показана зависимость $|\sigma_{-1}|$ от параметра $2bh$ ($\chi_0 = \chi_1 = 5^\circ$, $\lambda/L = 1,992$). На фиг. 6 приведена зависимость $|\sigma_{-1}|$ от угла χ_{-1} для двух различных углов скольжения падающей волны: 1 — $\chi_0 = 5^\circ$; 2 — $\chi_0 = \pi/2$; $2bh = 0,3$.

Следует отметить, что амплитуды рассеянных волн, направления распространения которых удовлетворяют условию (20), могут быть рассчитаны методом малых возмущений граничных условий. При этом оба метода — метод последовательных приближений при решении системы (7) и метод малых возмущений граничных условий — дают тождественные результаты. Однако оба эти метода оказываются неприменимыми для расчета рассеянных волн, скользящих вдоль границы слоя, и неоднородных волн, углы скольжения которых при $z = H$ являются мнимыми величинами. Дело в том, что получающиеся выражения для амплитуд рассеянных волн обращаются в бесконечность всякий раз, когда направление распространения рассеянных волн совпадает с направлением одной из нормальных волн, могущих существовать в таком слое.



Фиг. 6



Фиг. 7

В указанном случае для решения системы (7) следует использовать метод редукции. Для определения амплитуд рассеянных волн первого порядка, скользящих вдоль границы слоя, достаточно рассмотреть систему, состоящую из трех уравнений. При нормальном падении первичной волны ($\chi_0 = \pi/2$) для σ_1 получается следующее выражение:

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{3} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{2^{1/3} \pi} \times (1 + 2bh)^{1/4} \quad (21)$$

$$\times \frac{1}{u^{1/3} \left\{ J_{-1/3}(u) + \frac{(k_0 a)^2 (2bh)^{1/2}}{4} J_{2/3}(u) [(3 - 2bh)^{1/2} - 2i(1 + 2bh)^{1/2}] \right\}}$$

где $J_\nu(u)$ — функция Бесселя порядка ν от аргумента $u = \frac{k_0}{3b} (2bh)^{3/2}$,

$\Gamma(1/3)$ гамма — функция. На фиг. 7 приведен график функции $\sigma_1(u)$. При расчетах принято $\frac{k_0}{3b} = \frac{1}{3} 10^3$; $(k_0 a)^2 = 0,2$; $\frac{\lambda}{L} = 1$. На графике имеет-

ся ряд резких максимумов, соответствующих значениям u , удовлетворяющих уравнению $J_{-1/3}(u) = 0$. Это уравнение определяет угол скольжения последней незатухающей нормальной волны, которая может существовать в таком приповерхностном звуковом канале. Отсюда следует, что максимумы функции $\sigma_1(u)$ имеют резонансный характер, они возникают тогда, когда рассеянная волна оказывается собственным колебанием для данного слоя.

В заключение автор выражает благодарность Е. А. Тюриной, выполнившей все численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Г л о т о в, Ю. П. Л ы с а н о в. Когерентное отражение звука от приповерхностного слоя океана, содержащего резонансные рассеиватели. Акуст. ж., 1964, 10, 4, 419—424.
2. Ю. П. Л ы с а н о в. Дифракция плоской волны, прошедшей через неоднородный слой, на периодически неровной поверхности произвольной формы. Акуст. ж., 1966, 12, 1, 68—71.