АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIV 1968 Вып. 1

УДК 534-833.532.2

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ЗВУКОПОГЛОТИТЕЛЕЙ ИЗ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА С ПЕРФОРИРОВАННОЙ ПАНЕЛЬЮ

К. А. Велижанина

Описан метод расчета параметров панели и пористого слоя, обеспечивающий получение желаемого максимального поглощения в заданной области частоты. Даются рекомендации по оценке общего хода характеристики звукопоглощения.

В работах, посвященных расчету поглотителей, состоящих из пористого материала, покрытого со стороны падения звука перфорированной панелью, до сих пор не ставилась задача о том, как предвидеть характеристику звукопоглощения [1—3]. Некоторые попытки в этом направлении были сделаны нами [4]. Для случая сосредоточенного слоя пористого материала в отверстиях панели, т. е. для так называемых резонансных звукопоглотителей, такая задача решалась в работах [5, 6].

В настоящей работе решается задача о том, какими должны быть параметры слоя и панели (толщина слоя и глубина воздушного промежутка за ним, диаметр и взаимное расположение отверстий панели) для того, чтобы обеспечить желаемое максимальное поглощение в заданной области частот.

В основу расчета положены следующие соображения. Используем формулу для входного импеданца слоя, толщиной l, помещенного на расстоянии L от жесткой стенки и имеющего известный выходной импеданц z_2 (для волн, падающих по нормали к слою)

$$z' = \frac{W z_2 \operatorname{ch} \gamma l + W \operatorname{sh} \gamma l}{W z_2 \operatorname{sh} \gamma l + W \operatorname{ch} \gamma l} = W \operatorname{cth}(\gamma l + \varphi), \tag{1}$$

где φ — сдвиг фазы на нижней границе слоя. Разлагая $\operatorname{cth}(\gamma l + \varphi)$ в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами разложения, можно получить приближенную формулу для входного импеданца слоя, состоящего из пористого материала, имеющего структурный фактор m, пористость P, сопротивление на продувание r:

$$z = \frac{r}{3\rho_0 c_0 P q}(Pql + L) + j\left[\frac{\omega}{c_0}\frac{m}{3P^2 q}(Pql + L) - \frac{c_0}{\omega(Pql + L)}\right]. \tag{2}$$

(Импеданц выражен в долях $\rho_0 c_0$ — волнового сопротивления воздуха.) Волновое сопротивление W и постоянная распространения γ связаны с модулем объемной упругости материала K и его акустической плотностью ρ:

$$W = \sqrt{K\rho} = \sqrt{\frac{K_0}{Pq}\left(\frac{m}{P}\rho_0 - j\frac{r}{\omega}\right)}, \tag{2а}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{\rho/K} = j\omega\sqrt{\frac{Pq}{K_0}\left(\frac{m}{P}\rho_0 - j\frac{r}{\omega}\right)}, \tag{2б}$$

где K_0 — модуль объемной упругости воздуха, q — отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме, смысл остальных величин был указан выше.

Пористые слои, как правило, используются в сочетании с перфорированной панелью, импеданц которой обычно считают чисто реактивным. Активными потерями при расчетах пренебрегают, исключая случай очень маленьких отверстий [7]. Однако, как указано в работе [3], отверстие эквивалентно поршневой диафрагме, излучающей звук в прилегающую пористую среду. Поэтому необходимо учитывать тот вклад в активные потери, который вносит затухание в области ближнего поля диафрагмы. Этот эффект зависит от того, насколько плотно панель примыкает к пористому слою. Если панель отстоит от слоя на расстояние в два — три диаметра отверстия, дополнительные потери практически отсутствуют. В случае плотного контакта дополнительные потери могут быть сравнимы с потерями в слое и даже превосходить их.

Используя данные для входного импеданца круглой поршневой диафрагмы, излучающей в трубу, заполненную пористым материалом с волновым сопротивлением W и постоянной распространения γ [3], можно получить выражение для входного импеданца слоя, плотно покрытого со стороны падения звука тонкой $(l_0 \ll d)$, жесткой перфорированной панелью:

$$z = \frac{r}{3\rho_0 c_0 P q}(Pql + L) + \frac{r}{\rho_0 c_0}\frac{\delta\Sigma}{\sigma} + j\frac{\omega}{c_0}\frac{(m+1)\Sigma}{\sigma}\delta +$$

$$+ j\left[\frac{\omega}{c_0}\frac{m}{3P^2 q}(Pql + L) - \frac{c_0}{(Pql + L)\omega}\right], \qquad (3)$$

где Σ — площадь ячейки (площадь, на которую приходится одно отверстие площади σ); δ — поправка на один конец отверстия, обусловленная наличием присоединенной массы. Величина

$$\delta = \frac{\pi d}{8\psi(d/D)}, \qquad (4)$$

где $\psi(d/D)$ — функция Фока [8], зависящая от отношения диаметра отверстия d к диаметру ячейки D. Если отверстия расположены по квадратной решетке, δ следует определять по графикам работы [9]. При отсутствии плотного контакта член $r\delta\Sigma / \rho_0 c_0 \sigma$ исчезает, а $j\frac{\omega}{c_0}\frac{(m+1)\Sigma}{\sigma}$ превращается в $j\frac{\omega}{c_0}\frac{2\delta\Sigma}{\sigma} = j\frac{\omega}{c_0}\frac{\Sigma}{w}$ где w — проводимость отверстия.

Для того чтобы получить значение резонансной частоты f_0, нужно приравнять нулю реактивную часть выражения (3). Тогда

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\left[\frac{m}{3P^2 q}(Pql + L) + \frac{(m+1)\Sigma}{\sigma}\delta\right](Pql + L)}}. \qquad (5)$$

Если резонансная частота задана, а следует определить $(Pql + L)$ и Σ / w, то условие (5) удобнее записать в следующем виде (при неплотном контакте):

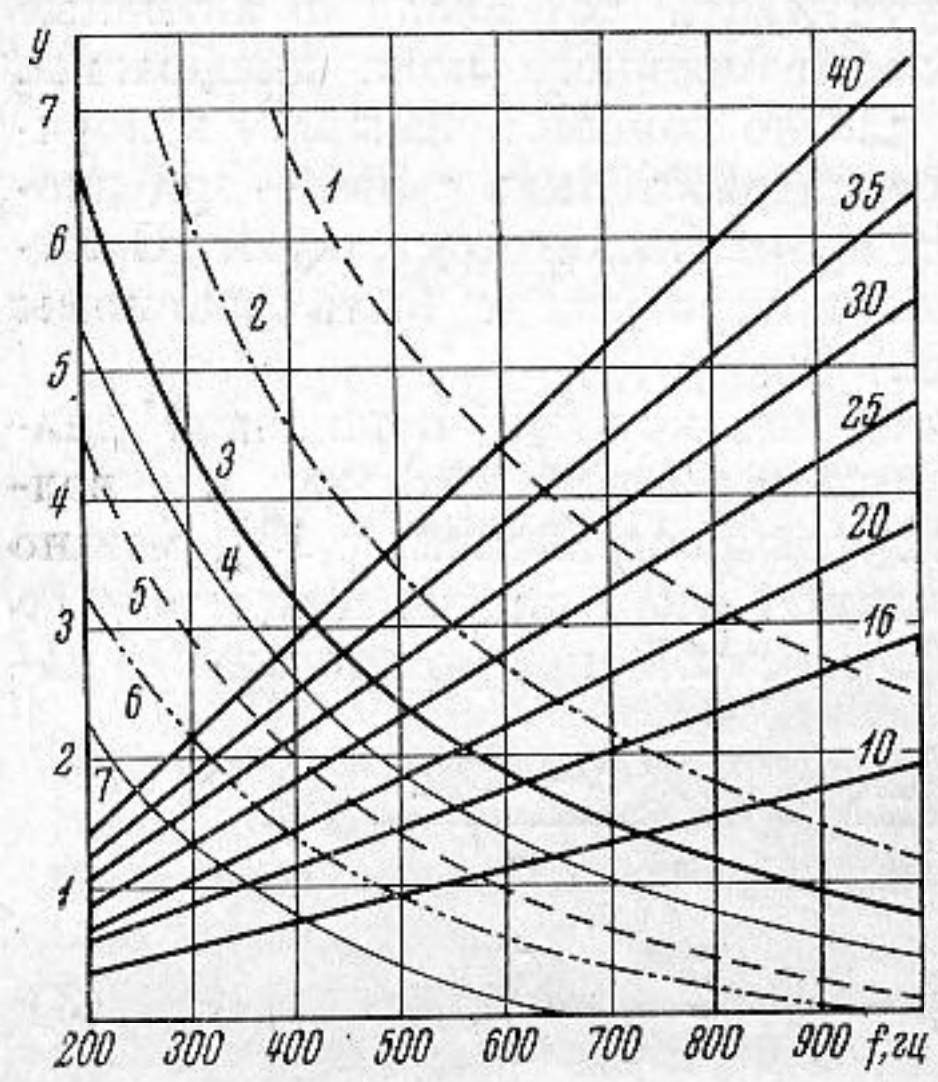
$$\frac{m}{3P^2 q}(Pql + L)^2 + \frac{\Sigma}{w}(Pql + L) = \frac{c_0^2}{\omega_0^2}, \qquad (6)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$.

Как видно из формулы (6), существует множество комбинаций значений l, L и Σ / w, при которых можно удовлетворить условию (6). При этом для приближенных расчетов удобно пользоваться номограммой (фиг. 1), на

которой нанесены значения реактивной компоненты импеданца слоя $Y_{сл}$ для некоторых значений l и L (2) в зависимости от частоты (взятые для удобства с обратным знаком), а также семейство прямых $Y_п = j\frac{\omega}{c_0}\frac{\Sigma}{w}$.

На номограмме кривая *1* соответствует значениям параметров $l = 2$, $L = 0$; *2* — $l = 3$, $L = 0$; *3* — $l = 4$, $L = 0$, или, при $P \simeq 1$ $q = 1$, $l = 2$, $L = 2$; *4* — $l = 3$, $L = 2$; *5* — $l = 6$, $L = 0$ или $l = 4$, $L = 2$; *6* — $l = 6$, $L = 2$ или $l = 4$, $L = 4$ и, наконец, *7* — $l = 4$, $L = 6$. Параметр при наклонных прямых — отношение Σ / w. Для того чтобы произвести расчет параметров конструкции с помощью номограммы, нужно задать резонансную частоту f_0, и из точки с абсциссой f_0 провести прямую параллельно оси ординат. Эта прямая пересечет множество кривых $Y_{сл}$, из которых следует выбрать значение, наиболее пригодное по практическим соображениям, например, определяемое размерами конструкции по глубине. Выбрав кривую, соответствующую данному $(Pql + L)$, нужно отметить точку пересечения прямой с этой кривой и затем отметить ту прямую $Y_п$, которая проходит также через эту точку (если такой прямой нет на чертеже, она может быть получена путем интерполяции). Если контакт панели и слоя плотный, в расчетах нужно учитывать еще член $\frac{m\Sigma}{\sigma c_0}\delta\omega$. Как следует из формулы (4), δ является сложной функцией от $\zeta = d / D$ или, если отверстия в панели расположены по квадратной решетке со стороной a, то от $\zeta = d / a$. При $\zeta < 0{,}4$ [9]



Фиг. 1

$$2\delta = 0{,}96\sqrt{\sigma}(1 - 1{,}25\zeta) \tag{7}$$

и

$$w = \frac{\sigma}{0{,}96\sqrt{\sigma}\left(1 - 1{,}25\frac{d}{a}\right) + l_0}. \tag{8}$$

С другой стороны, $w = \frac{\Sigma}{B} = \frac{a^2}{B}$ (для квадратной решетки). Отсюда мы имеем уравнение для определения a:

$$a^2(\sqrt{\sigma}0{,}96 + l_0) - 1{,}25da - \sigma B = 0, \tag{8а}$$

из которого можно получить a, если d и l_0 заданы.

Таким же образом можно определить a для ячейки в виде круга, поскольку $\zeta = \frac{d}{D} < 0{,}4$ формула (7) справедлива.

Зададим теперь кроме частоты, при которой поглощение звука должно быть максимальным, еще и значение коэффициента поглощения звука на этой частоте, т. е. $\alpha_{макс} = \alpha'$. Тем самым мы налагаем условие на величину R_1 безрамерной активной компоненты импеданца конструкции, которая уже не может быть произвольной, поскольку она связана с α' следую-

щим соотношением:

$$\alpha' = \frac{4R_1}{(R_1+1)^2}, \tag{9}$$

откуда

$$R_1 = R_1' = \frac{(2-\alpha') \pm \sqrt{(2-\alpha')^2 - \alpha'^2}}{\alpha'}. \tag{9a}$$

Таким образом, мы получаем условия (поскольку при плотном контакте панели и слоя $R_1' = R_п + R_{сл}$), для случая очень тонкой, жесткой панели, когда $l_0 \approx 0$:

$$\frac{r'}{3P_q}(Pql + L) + \frac{r'\Sigma}{2w} = R_1', \tag{10}$$

$$\frac{m}{3P^2q}(Pql+L)^2 + \frac{\Sigma}{2w}(m+1)(Pql+L) = \frac{c_0^2}{\omega_0^2}, \tag{11}$$

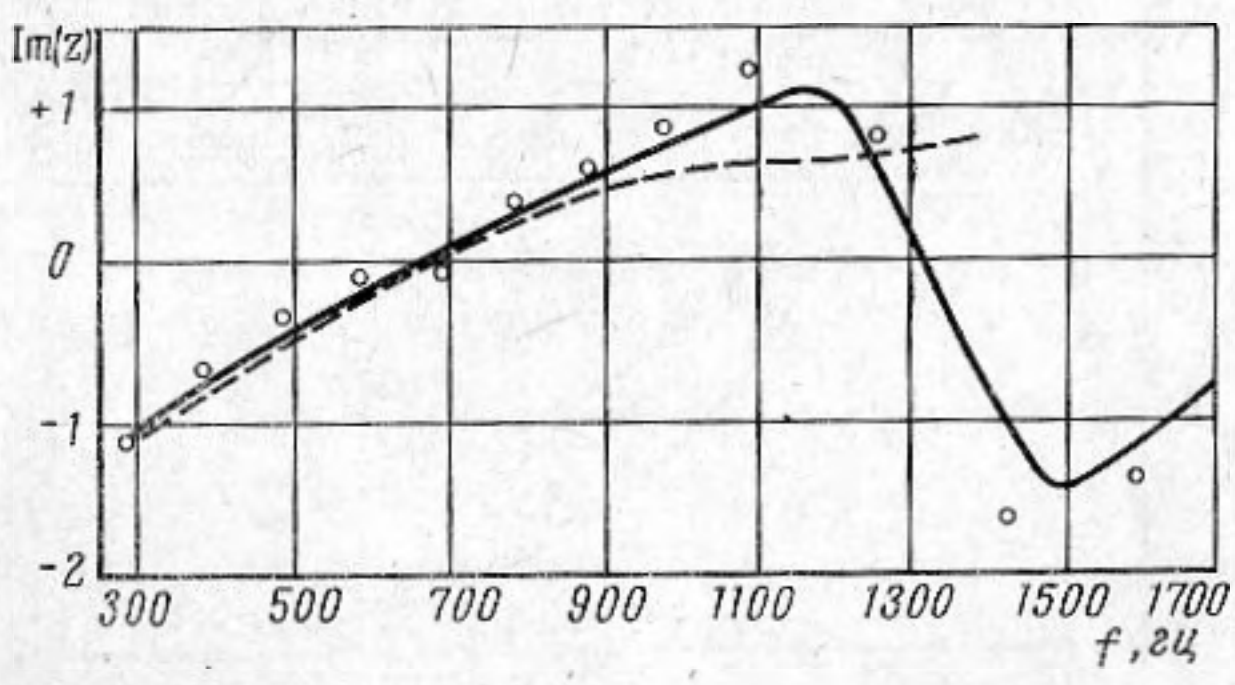
где обозначено $\frac{\Sigma}{\sigma}\delta = \frac{\Sigma}{2w}$ и $\frac{r}{\rho_0 c_0} = r'$. Решая полученную систему уравнений, мы получаем

$$(Pql+L) = \frac{(m+1)\frac{R_1'}{r'} \pm \sqrt{(m+1)^2\frac{R_1'}{r'} - \frac{4}{3P^2q}\frac{c_0^2}{\omega_0^2}}}{2/3Pq} \tag{12}$$

(при P близком к единице).

Зная $(Pql + L)$ из (10), определяем Σ / w, а затем, согласно (8а), сторону ячейки при заданном d. Если панель имеет конечную толщину l_0, то решение очень усложняется, поэтому приходится, выполнив расчеты по формулам (9), (10) и (11), скорректировать частотную характеристику с учетом поправки на конечную толщину панели.

Как видно из формулы (9), существуют два значения R_1', удовлетворяющих соотношению (9), из которых одно больше, а другое меньше единицы. Выбор R_1' в каждом случае определяется из требований задачи. При $R_1' < 1$ резонансный максимум будет более острым, нежели при $R_1 > 1$. На значение R_1', как видно из предыдущего, влияет и то, плотно или неплотно панель примыкает к слою пористого материала.



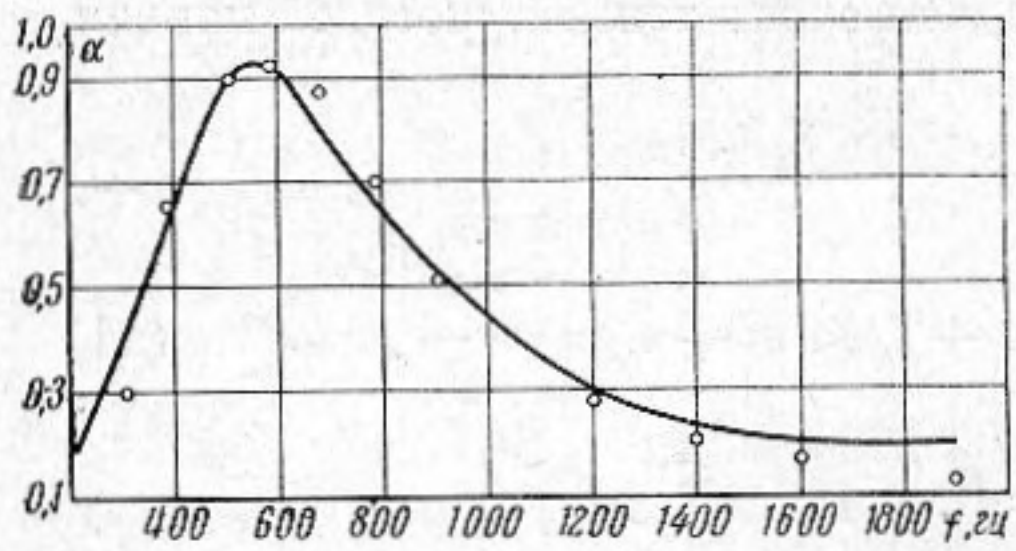
Фиг. 2

В качестве иллюстрации способа расчета приведем несколько примеров:

1. Пусть нужно определить толщину слоя штапельного стекловолокна и воздушного промежутка за ним так, чтобы резонансная частота лежала в области 600 *гц*. Из формулы (2), полагая $Y_{сл} = 0$, получим $(Pql + L) = 11$ *см*. По номограмме получается примерно то же самое.

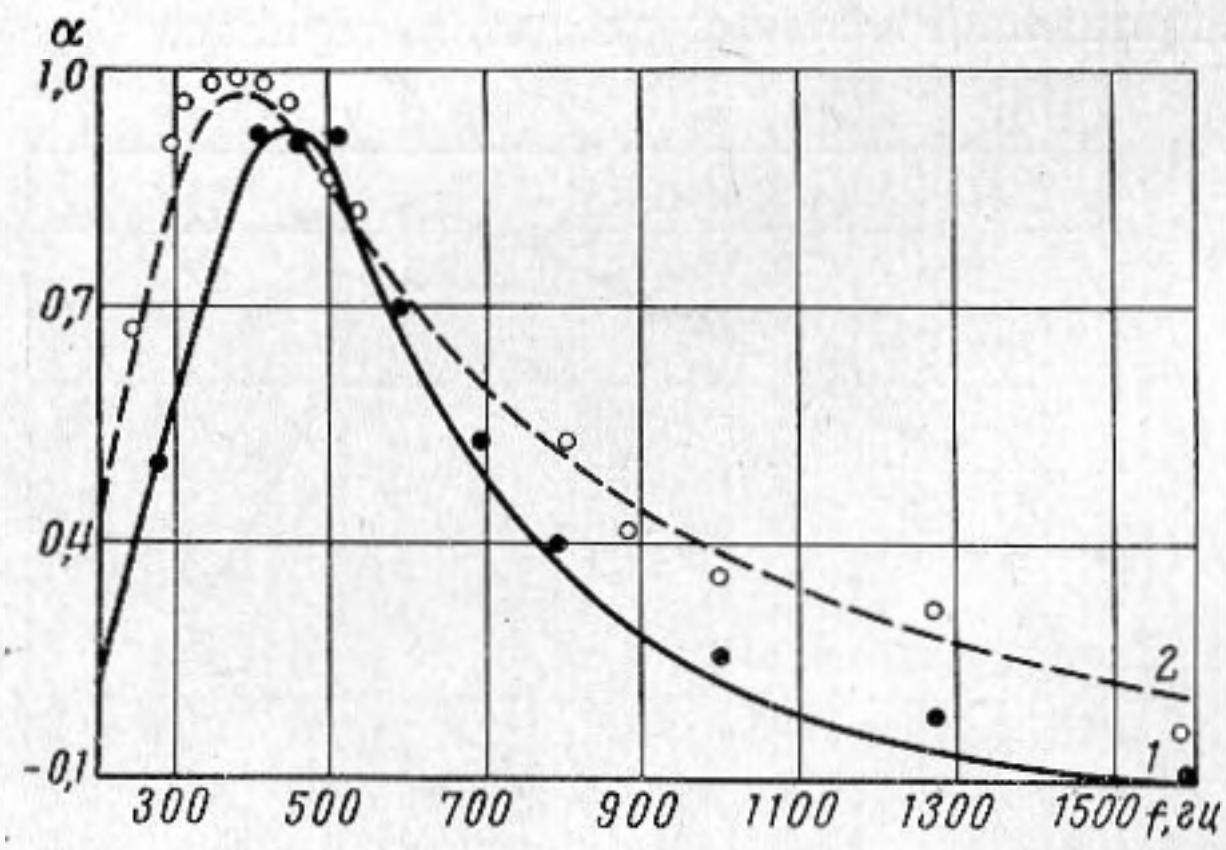
На фиг. 2 дана рассчитанная зависимость $Y_{сл}$ от частоты по точной (1) и приближенной (2) формулам, точками нанесены экспериментальные зна-

чения. До частоты первого резонанса и несколько выше нее расчет по формулам (1) и (2) дает одинаковые значения, что подтверждается и экспериментом. Выше резонанса, как видно из эксперимента, следует пользоваться точной формулой. Резонансная частота слоя лежит в области 600 *гц*. Нужно отметить, что значения используемых в расчетах величин W, γ, K, ρ, m, P, q, r получены из измерений [4], при этом m определяется из действительной части акустической плотности ρ_r (при известной пористости), а r — из мнимой части ρ_i: $m = \rho_r P / \rho_0$; $|r| = |\rho_i \omega|$.



Фиг. 3

2. Пусть нужно определить, как изменится толщина слоя, если его использовать в сочетании с панелью, имеющей $\Sigma / w = 10$. По номограмме прямая, проведенная из $f_0 = 600$ *гц*, пересечет $Y_п$, для которой $\Sigma / w = 10$ в точке, через которую проходит $Y_{сл}$, соответствующая $(Pql + L) \simeq 6$ *см*. Если взять панель толщиной $l_0 = 0{,}05$ *см* и с диаметром отверстий $d = 0{,}5$ *см*, то для квадратной ячейки получим из формулы (8а) значение $a = 2{,}4$ *см*, что дает $\Sigma = 5{,}76$ *см*^{2}. При том же диаметре отверстий, но для $l_0 = 0{,}2$ *см* получаем $a = 1{,}9$ *см*. Если рассчитать 2δ не по приближенной формуле, а по графику работы [9], то получается для первого случая $\Sigma / w = 10{,}4$, а для второго — 9,5. Разница между полученными значениями составляет $\simeq 5\%$. На фиг. 3 показана зависимость коэффициента звукопоглощения от частоты для панели, имеющей $a = 2$ *см*, $l_0 = 0{,}2$ *см*, $\Sigma / w = 10{,}3$ (если 2δ взято из графика) в сочетании со слоем пористого материала, для которого $(Pql + L) = 6$ *см* (точками показаны экспериментальные значения). Панель отстоит от слоя на расстоянии 0,5 *см* (неплотный контакт). Экспериментальные значения согласуются с расчетом. Для получения $f \simeq 450$ *гц* при том же $(Pql + L)$, как следует из фиг. 1, панель должна иметь $\Sigma / w \simeq 18$, и для $f_0 \simeq 380 \div 400$ *гц*, $\Sigma / w \simeq 25$—27. Однако можно получить эти значения, используя одну и ту же панель ($\Sigma / w \simeq 18$, но при неплотном (фиг. 4, *1*) и плотном (фиг. 4, *2*) контакте со слоем.



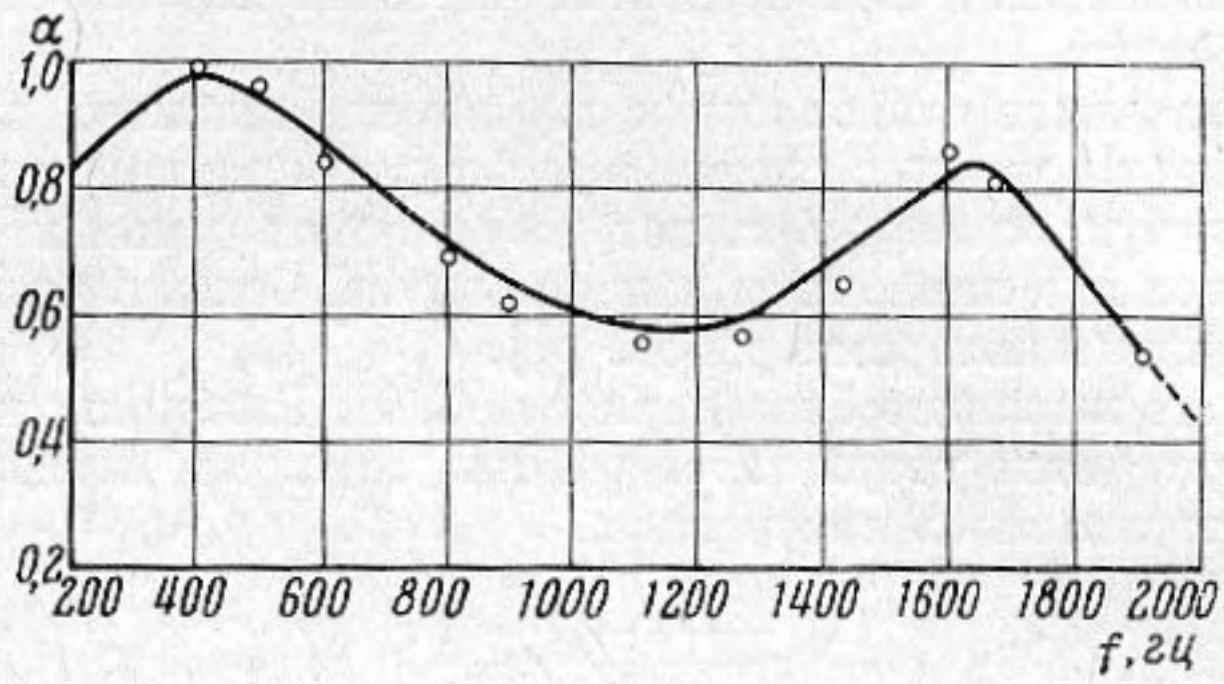
Фиг. 4

3. Пусть нужно определить толщину слоя и параметры панели, при которых $f_0 = 390$ *гц* и $\alpha' = 0{,}98 \div 0{,}99$.

Из формулы (9) имеем $R_1' = 1{,}1$ (при $m = 1{,}9 \simeq 2$, $r = 7{,}5$ *мех ом/см*^{3}); $P = 0{,}98$ и $q = 1{,}4$. Из (10) получим $\Sigma / w = 8{,}7$, $(Pql + L) = 13$. Из формулы (8) для $d = 0{,}5$ и $l_0 = 0$ $a = 2{,}33$ *см*, при $l_0 = 0{,}05$ *см* $a = 2{,}2$

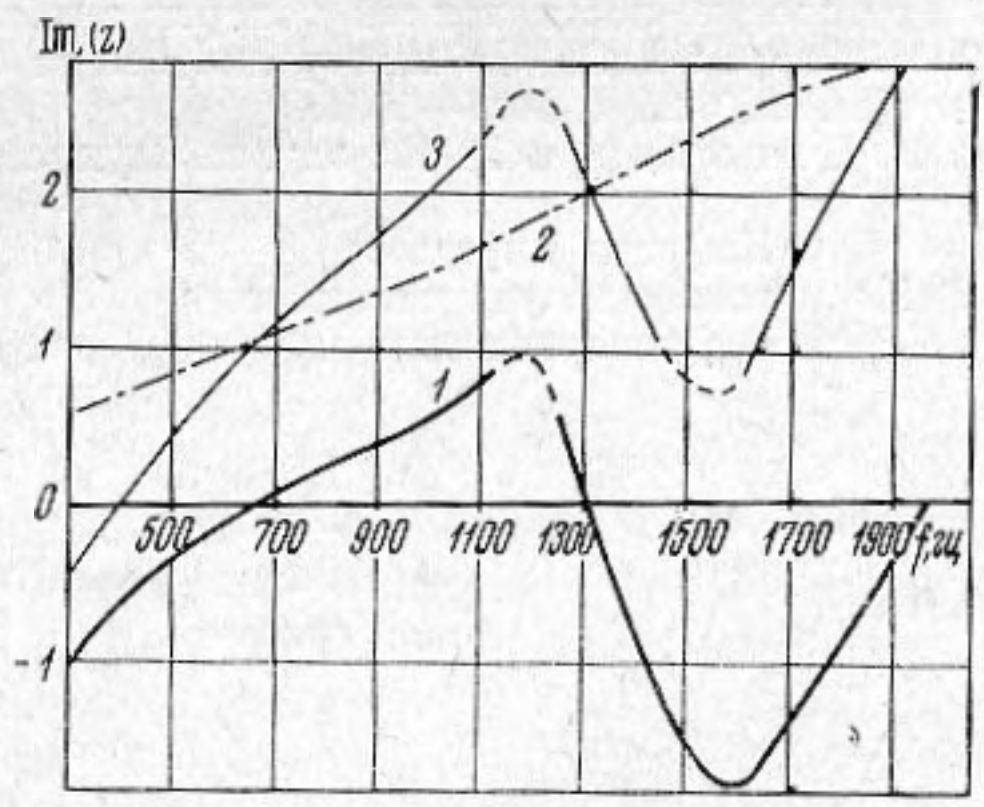
и при $l_0 = 0{,}2$ *см* $a = 1{,}8$. Далее нужно, зная d и a, уточнить 2δ (а следовательно, и w) по графику. Для $a = 1{,}8$ *см* и $d = 0{,}5$ *см* имеем $\Sigma / w = 8{,}1$ вместо 8,7 по приближенной формуле. Результаты расчета (фиг. 5) и измерений (точки) коэффициента звукопоглощения слоя штапельного стекловолокна $l = 4$ *см* и $L = 7$ *см* с панелью $a = 1{,}8$ *см*, $d = 0{,}5$ и $l_0 = 0{,}2$ *см* (при плотном контакте) удовлетворительно согласуются между собой.

Рассмотрим, чем обусловлен ход характеристики звукопоглощения с частотой. Если построить зависимость реактивной компоненты импедан-



Фиг. 5

ца слоя штапельного стекловолокна $l = 4$ *см* и $L = 7$ *см* (фиг. 6, *1*) и панели от частоты (фиг. 6, *2*), то видно, что реактивная компонента импеданца слоя $Y_{сл}$ происходит через нуль несколько раз. Теоретически $Y_{сл}$ имеет бесконечное число нулевых значений. Результирующий реактанс слоя и панели имеет нулевое значение при более низкой частоте чем та, при которой $Y_{сл} = 0$ (фиг. 6, *3*). В этом случае положительный реактанс панели компенсируется отрицательным реактансом слоя. При частотах выше $f_{рез}$ слоя оба — и реактанс слоя и реактанс панели положительны и на характеристике звукопоглощения должен существовать минимум, величина которого зависит от потерь в слое. Затем импеданц слоя, уменьшаясь, снова пересечет ось абсцисс, а результирующий реактанс при этом равен реактансу панели $Y_п$. Начиная с этой частоты и до следующего пересечения $Y_{сл}$ с осью частот результирующий реактанс положителен (с тенденцией уменьшения), затем он принимает минимальное значение (а коэффициент звукопоглощения имеет некоторый максимум). При следующем переходе $Y_{сл}$ через нуль и дальше картина повторяется. Таким образом, при $Y_{сл} = 0$ коэффициент звукопоглощения определяется собственно значением $Y_п$. Следовательно, желательно определить эти частоты и коэффициент звукопоглощения для них, не рассчитывая при этом всю характеристику импеданца слоя. Если слой расположен на жесткой стенке, то эти частоты можно определить из условия $I_m \operatorname{cth} \gamma l = 0$. Для слоя, отстоящего на расстоянии L от жесткой стенки, если пренебречь потерями, можно использовать уравнение [10].



Фиг. 6

$$\operatorname{tg} \frac{\omega L}{c_0} = \frac{P\sqrt{q}}{\sqrt{m}} \operatorname{ctg} \frac{l\sqrt{mq}\,\omega}{c_0}. \qquad (13)$$

Частоты антирезонанса, т. е. частоты, при которых $Y_{сл}$ имеет максимальное значение, а коэффициент звукопоглощения — минимальное, определяются из условия $\operatorname{tg}\frac{\omega L}{c_0} \to \infty$. Из фиг. 6 видно, что $Y_{сл}$ имеет частоты резонанса 650 и 1950 *гц*, из расчета по формуле (13) мы имеем 650 и 2150 соответственно. Частота антирезонанса получается 1200 *гц* по формуле (1) и из приближенного расчета — 1230 *гц*. Рассчитанные значения коэффициента звукопоглощения при всех этих частотах хорошо совпадают с полученными из опыта.

Все вышесказанное относилось к случаю нормального падения звука. Оценка поведения подобных систем в диффузном звуковом поле представляет собой трудную задачу, т. к. нет достаточных данных об импеданце слоев материалов при наклонном падении звука. Однако некоторые оценки были все же сделаны автором в работе [4].

В заключение выражаю благодарность С. Н. Ржевкину и К. М. Иванову-Шиц за обсуждение результатов работы, а также А. А. Крайновой и Т. Томилиной за помощь в измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Bolt. On the design of perforated facings for acoustic. J. Acoust. Soc. America, 1947, **19**, 5, 917—921.
2. U. Ingard, R. H. Bolt. Absorption characteristic of acoustic material with perforated facings. J. Acoust. Soc. America, 1951, **23**, 5, 533—540.
3. U. Ingard. Perforated facing and sound absorption. J. Acoust. Soc. America, 1954, **26**, 2, 151—154.
4. К. А. Велижанина. Звукопоглотители с перфорированной панелью. Акуст. ж., 1961, 8, 2, 165—173.
5. С. Н. Ржевкин. О возможности получения высоких коэффициентов звукопоглощения при помощи систем резонатора. Докл. АН СССР, 1938, **18**, 1, 25—30.
6. С. Н. Ржевкин. Теория и устройство простейших резонансных звукопоглощающих систем. Докл. АН СССР, 1939, **22**, 9, 568—573.
7. К. А. Велижанина. Экспериментальное исследование резонансных звукопоглотителей. Ж. техн. физ., 1951, **21**, 9, 1087—1099.
8. В. А. Фок. Теоретическое исследование проводимости круглого отверстия в перегородке, поставленной поперек трубы. Докл. АН СССР, 1941, **31**, 9.
9. U. Ingard. On the theory and design of acoustic resonators. J. Acoust. Soc. America, 1953, **25**, 6, 1037—1061.
10. К. Цвиккер и К. Костен. Звукопоглощающие материалы. М., ИЛ, 1952.

Кафедра акустики
Московского государственного
университета

Поступила в редакцию
6 июля 1965 г.