

где $\omega_0 = (4\pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$ — плазменная частота носителей, $r_0 = (x T_e / 4\pi e^2 n_0)^{1/2}$ — дебаевский радиус.

Как видно из выражения (11), при $\beta > 1$ знак мнимой части δ меняется на обратный и при некотором $\beta = \beta_{кр} > 1$ может оказаться, что $\text{Im } \alpha = 0$. В этом случае k_x принимает вещественное значение, а коэффициенты отражения A и прохождения B оказываются больше единицы (устремляются к бесконечности). Таким образом, в определенных условиях при взаимодействии звуковой волны с пьезополупроводниковой пластинкой возможно усиление звуковых колебаний в среде, окружающей пластину, причем происходит усиление прошедшей и отраженной волн. Это усиление осуществляется за счет энергии дрейфа носителей заряда в пьезополупроводнике. Ситуация, которая наблюдается в этом случае, близка в некоторой мере, к эффекту усиления звуковой волны при прохождении ее через тангенциальный разрыв скорости на границе двух идеальных сред, движущихся относительно друг друга со сверхзвуковой скоростью [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Пустовойт и М. Е. Герценштейн. О возможности усиления изгибных волн. Физ. тверд. тела, 1964, 6, 3, 879—887.
2. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1955.
3. H. Ribner. Reflection, Transmission and amplification of sound by a moving medium. Acoust. Soc. America, 1957, 29, 4, 435—441.

Акустический институт АН СССР
Москва

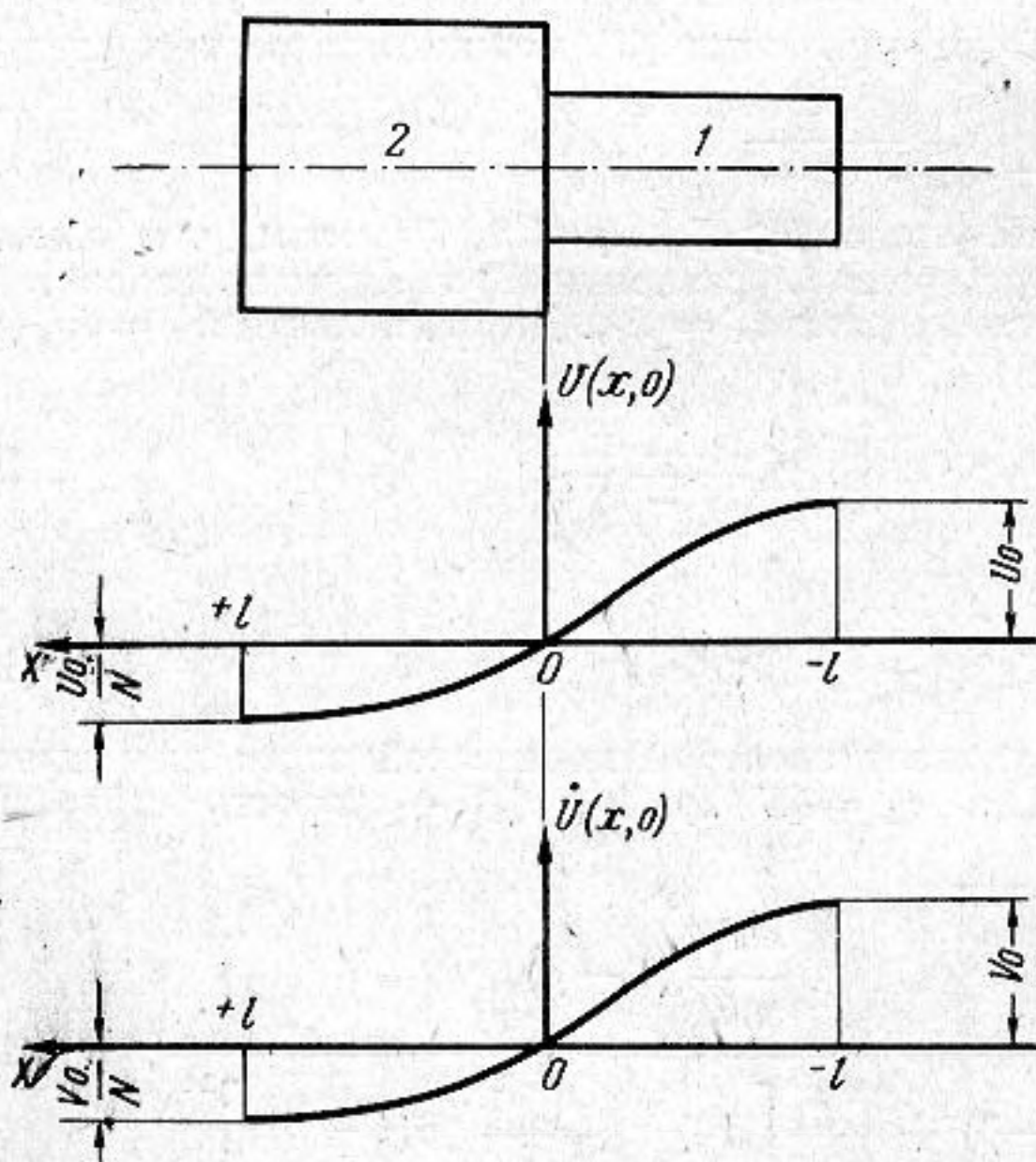
Поступило в редакцию
15 марта 1968 г.

УДК 534.29

О СИЛАХ ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКЕ СТУПЕНЧАТЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

З. И. Поляков

На процесс ультразвуковой обработки большое влияние оказывают силы, возникающие при ударе инструмента по зернам абразива, лежащим на поверхности обрабатываемой детали [1]. Поскольку зависимость смещения различных сечений



инструмента от времени при обработке мало отличается от синусоиды [2, 3], задача определения сил может быть сведена к однократному удару. В работе [4] приведено выражение, позволяющее рассчитать силу удара для случая, когда в качестве инструмента используется однородный стержень, длина которого больше $\lambda/2$. При ультразвуковой обработке чаще всего применяется полуволновой ступенчатый инструмент (см. фигуру). В данной работе определяются силы, возникающие в зоне резания при использовании такого инструмента.

Если пренебречь потерями и считать сечения инструмента плоскими, можно написать уравнения

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1(x, t) &= c^2 u_1''(x, t); \\ \ddot{u}_2(x, t) &= c^2 u_2''(x, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(x, t)$ — смещение сечения стержня с координатой x в момент времени t , c — скорость продольных волн, штрихи обозначают дифференцирование по x , а точки — по t . Индекс 1 относится к тонкой части инструмента, индекс 2 — к толстой части. Начало координат установим в месте изменения диаметра, направив ось x вдоль оси инструмента, за начало отсчета времени примем момент начала удара.

чают дифференцирование по x , а точки — по t . Индекс 1 относится к тонкой части инструмента, индекс 2 — к толстой части. Начало координат установим в месте изменения диаметра, направив ось x вдоль оси инструмента, за начало отсчета времени примем момент начала удара.

Рассмотрим случай обработки тонких деталей, когда можно пренебречь волновыми процессами в них. В этом случае можно написать следующие краевые условия: $u_1(0, t) = u_2(0, t)$; $u_1'(0, t) = N \cdot u_2'(0, t)$; $u_2'(l, t) = 0$; $u_1(-l, t) = U_0 + \gamma$, где $l = \lambda/4$ — длина ступени инструмента, γ — смещение, обусловленное местными деформациями в зоне резания, U_0 — смещение рабочего торца инструмента в момент начала удара, N — коэффициент усиления инструмента, под которым понимается отношение амплитуды рабочего торца к амплитуде на входе инструмента.

Если зависимость смещения рабочего торца от времени до начала удара имеет вид $u(-l, t) = A \cdot \cos(\omega t - \theta)$, где A — амплитуда установившихся колебаний рабочего торца, ω — круговая частота, θ — угол отсечки, то $U_0 = A \cdot \cos \theta$ и скорость в момент начала удара $V_0 = \omega \cdot A \cdot \sin \theta$. Тогда начальные условия имеют вид

$$u_1(x, 0) = -U_0 \cdot \sin \alpha x, \quad \dot{U}_1(x, 0) = -V_0 \cdot \sin \alpha x;$$

$$u_2(x, 0) = -\frac{U_0}{N} \cdot \sin \alpha x, \quad \dot{U}_2(x, 0) = -\frac{V_0}{N} \cdot \sin \alpha x,$$

где $\alpha = \omega/c$. На фигуре показано распределение смещений и скоростей в инструменте на момент начала удара.

Решение уравнений (1) будем искать операторным методом. Обозначим $U(x, p) \leftrightarrow u(x, t)$; используя начальные и краевые условия, мы получаем систему изображающих уравнений:

$$U_1(0, p) \cdot \operatorname{ch} \frac{pl}{c} - \frac{c}{p} U_1'(0, p) \cdot \operatorname{sh} \frac{pl}{c} + \left(1 - \frac{\omega}{p} \cdot \operatorname{sh} \frac{pl}{c}\right) \frac{p^2 U_0 + p V_0}{p^2 + \omega^2} = U_0 + \gamma;$$

$$\frac{p}{c} \cdot U_1(0, p) \cdot \operatorname{sh} \frac{pl}{c} + \frac{U_1'(0, p)}{N} \cdot \operatorname{ch} \frac{pl}{c} + \frac{\alpha(p^2 U_0 + p V_0)}{N(p^2 + \omega^2)} \cdot \operatorname{ch} \frac{pl}{c} = 0;$$

$$U_1'(-l, p) - U_1'(0, p) \cdot \operatorname{ch} \frac{pl}{c} + \frac{p}{c} U_1(0, p) \cdot \operatorname{sh} \frac{pl}{c} - \alpha \frac{p^2 U_0 + p V_0}{p^2 + \omega^2} \cdot \operatorname{ch} \frac{pl}{c} = 0,$$

откуда для интервала времени $0 < t < \lambda/2c$, что соответствует продолжительности удара при ультразвуковой обработке, мы имеем

$$\gamma = A [\cos(\omega t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1}{w_{01}} \int_0^t \sigma(t) \cdot dt, \quad (2)$$

где w_{01} — удельное акустическое сопротивление материала инструмента, σ — напряжение от удара в тонкой ступени инструмента. Полагая форму контакта в зоне резания мало отличающейся от контакта в паре сфера — плоскость [4], имеем

$$\gamma = 0,8255 \cdot K \cdot \sigma^{2/3}, \quad (3)$$

где K — коэффициент, зависящий от количества и размеров зерен абразива и от свойств материалов контактирующих тел. Совместное решение уравнений (2) и (3) позволяет найти ударную силу и продолжительность соударения.

Для определения максимального напряжения при ударе, от которого зависит производительность обработки [1], можно использовать приближенную степенную зависимость $\sigma_{\max} \approx 3A_{\text{вх}}^{0,386} \cdot N^{0,386} \cdot Q^{0,743} \cdot K^{-0,386}$, где $A_{\text{вх}}$ — амплитуда на входе инструмента, Q — усилие подачи, приходящееся на единицу площади поперечного сечения рабочего торца. Максимальная погрешность, вызванная использованием этой приближенной зависимости, в диапазоне изменения частоты $15 \div 30$ кГц, амплитуды $10 \div 50$ мк и значений K и Q , наблюдаемых при ультразвуковой обработке, не превышает 7%. Интересно отметить, что в указанных пределах значение σ_{\max} почти не зависит от частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг, В. Ф. Казанцев, Л. О. Макаров, Д. Ф. Яхимович. Ультразвуковое резание. М., Изд-во АН СССР, 1962.
2. G. Nishimura, K. Yanagishima, T. Shima. Ultrasonic mechanical machining, p. VII. J. Faculty Eng. University Tokyo, 1956, 26, 1, 53—67.
3. В. Ф. Казанцев. Исследование физических основ ультразвуковой размерной обработки (канд. диссертация). Акустический институт АН СССР, 1963.
4. З. И. Поляков. О силах при ультразвуковом резании. Акуст. ж., 1965, 11, 2, 210—214.

Челябинский политехнический институт

Поступило в редакцию
30 мая 1966 г.