

УДК 534.6

ТРУБЧАТЫЙ ВИБРАТОР С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ МАССАМИ НА КОНЦАХ КАК ДАТЧИК ВЯЗКОСТИ

И. Н. Юган

Рассматривается тонкостенный трубчатый вибратор с сосредоточенными массами на концах как датчик вязкости. Влияние этих масс на основные параметры датчика приближенно оценивается, исходя из энергетического определения добротности колебательной системы.

Действие промышленных ультразвуковых вискозиметров [1, 2] основано на измерении коэффициента затухания α продольно колеблющегося в исследуемой среде, обладающей вязкостью η и плотностью ρ , механического стержневого вибратора (чувствительного элемента датчика) при импульсном его возбуждении. Определение вязкости базируется на имеющей место для ньютоновских жидкостей квадратичной зависимости [1, 2]

$$\alpha = C\sqrt{\rho\eta}, \quad C = \sqrt{\pi f_0/2\rho_0 d_0} \quad (1)$$

между α и $\rho\eta$ *. Постоянная датчика C определяется параметрами вибратора: его собственной частотой f_0 , толщиной d_0 и плотностью ρ_0 . Электронный блок, соединенный кабелем с датчиком, формирует пропорциональный α электрический сигнал, регистрируемый стрелочным индикатором.

Для обеспечения практически приемлемых габаритов датчика со стержневым магнитострикционным преобразователем рабочая частота вискозиметров берется относительно высокой ($f_0 \approx 25-30$ кГц), что до некоторой степени ограничивает их применимость, например, для жидких полимерных продуктов высокого молекулярного веса [3] и вообще для сред с большим временем релаксации сдвиговой вязкости [4]. Поэтому для высоковязких жидкостей может представлять определенный интерес изображенный на фиг. 1 датчик [5] с существенно более низкой, чем обычно, рабочей частотой при тех же габаритах. Чувствительным элементом в нем служит закрепленный посередине вибратор, представляющий собой магнитострикционную трубку массы $2m$ и длины $2l$ с сосредоточенными массами M на концах, выполненными в виде цилиндрических пробок того же диаметра, длина Δl которых много меньше длины трубки. Находящаяся внутри корпуса датчика часть вибратора охвачена обмоткой, а выступающая его половина погружена в исследуемую жидкость.

Собственные (угловые) частоты такой колебательной системы, если пренебречь влиянием жидкости [2], определяются [6] уравнением

$$m/M = \beta \operatorname{tg} \beta, \quad \beta = \omega l / c_0, \quad (2)$$

где c_0 — скорость звука в трубке. Основная собственная частота системы ω_1 связана с таковой для свободного ($M = 0$) вибратора ω_{01} очевидным

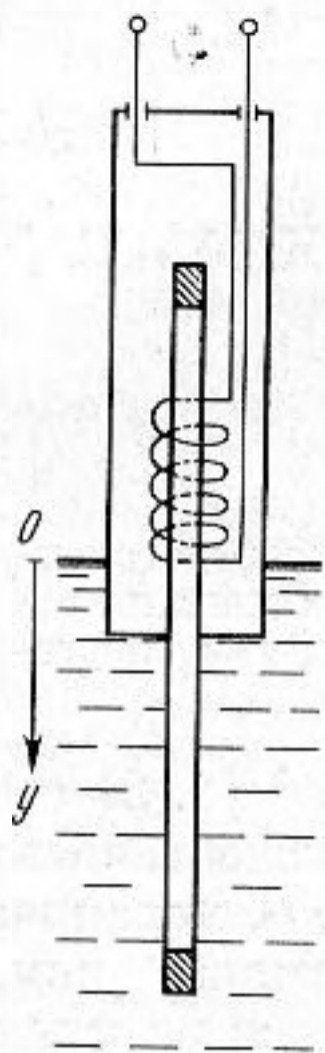
* Собственные потери датчика не учитываются, поскольку они, как правило, много меньше потерь, «вносимых» жидкостью. Строго говоря, соотношение (1) справедливо для изменения коэффициента затухания вибратора $\Delta\alpha$, которое, собственно, и измеряется в реальных приборах.

соотношением

$$\omega_1 / \omega_{01} = 2\beta_1 / \pi, \quad (3)$$

где β_1 — первый корень уравнения (2).

Наличие сосредоточенных масс на концах трубки вызывает перераспределение между полной колебательной энергией системы и энергией, диссипируемой ею, в сторону относительного уменьшения последней. Поэтому коэффициент затухания такой системы уменьшается не только вследствие понижения ее собственной частоты (см. (1)), но и вследствие указанного перераспределения энергий.



Фиг. 1

Принимая во внимание, что амплитуды U_0 колебательной скорости $u(y)$ частиц трубки распределяются по ее длине $2l$ синусоидально и используя для энергии, диссипируемой в единицу времени единицей колеблющейся в жидкости поверхности, выражение [7]

$$\overline{(-\sigma u)} = U_0^2 \sqrt{\rho \omega \eta} / 2\sqrt{2}, \quad (4)$$

где σ — соответствующая компонента вязкого напряжения, легко вычислить коэффициент затухания α_T такого вибратора, исходя из энергетического определения [8] добротности Q ,

$$\frac{\omega}{2\alpha_T} = Q = 2\pi \frac{\mathcal{E}}{\Delta \mathcal{E}}, \quad (5)$$

где \mathcal{E} — полная колебательная энергия системы, $\Delta \mathcal{E}$ — ее убыль за период. Подставляя в формулу (5) выражения

$$\mathcal{E} = \pi(R^2 - r^2)\rho_T \int_0^l U_0^2(y) dy + \pi R^2 \rho_{\Pi} \Delta l U_0^2(l), \quad (6)$$

$$\Delta \mathcal{E} = 2\pi R \int_0^{l+\Delta l} \overline{(-\sigma u)} dy, \quad (7)$$

где R и r — внешний и внутренний радиусы трубки, ρ_T и ρ_{Π} — плотности материала соответственно трубки и пробки, находим, что при прочих равных условиях α_T в \sqrt{N} раз меньше коэффициента затухания α для стержня той же толщины, что и стенка трубки, и, следовательно, в соответствии с формулой (1), диапазон измерений прибора с таким датчиком расширяется в N раз, причем

$$\sqrt{N} = \left(1 + \frac{r}{R}\right) \frac{1 + \frac{M}{m} \Psi(\beta_1)}{1 + \frac{\Delta l}{l} \Psi(\beta_1)} \sqrt{\frac{\pi}{2\beta_1}}, \quad (8)$$

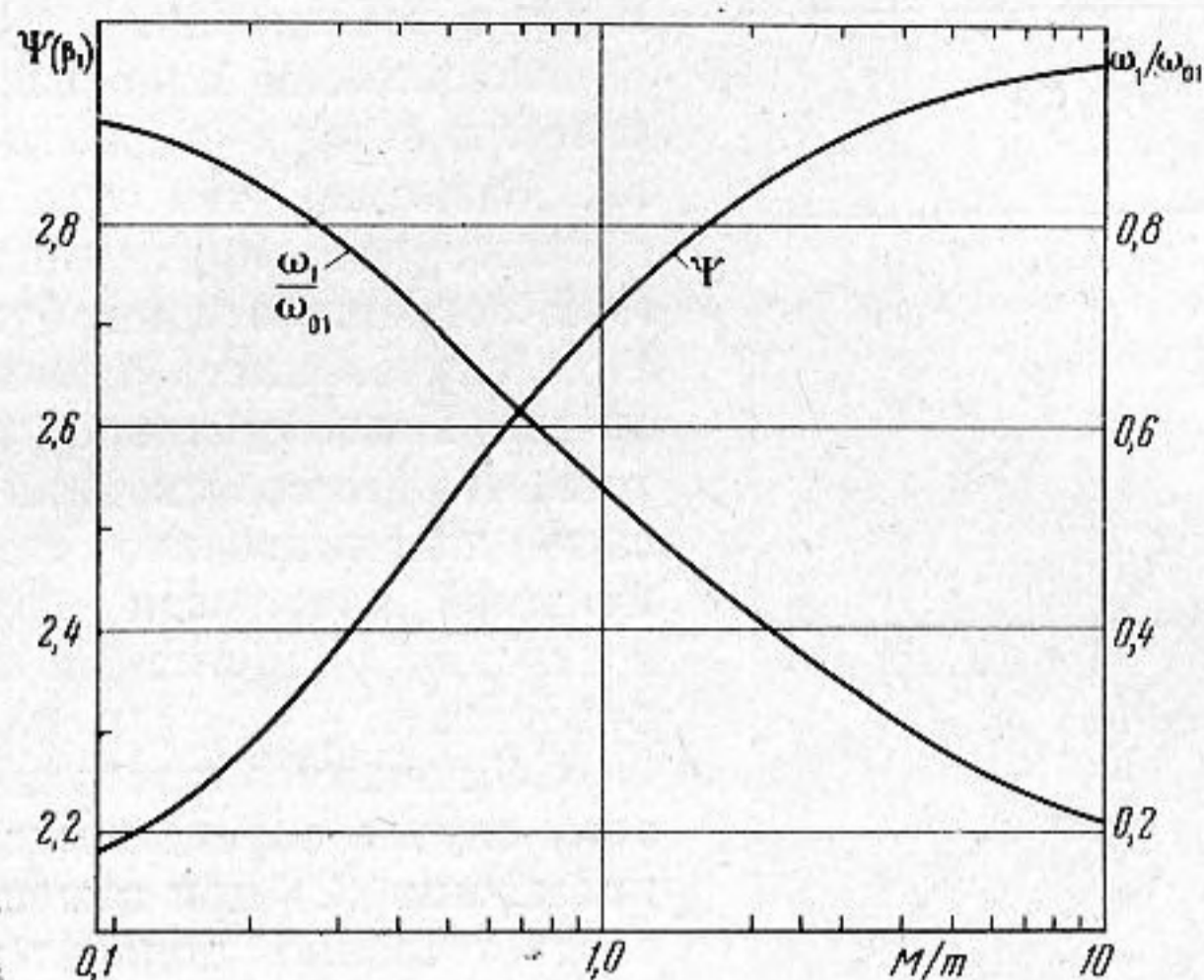
Здесь

$$\Psi(\beta_1) = 2 \sin^2 \beta_1 / 1 - \frac{\sin 2\beta_1}{2\beta_1}. \quad (8')$$

Первый сомножитель в формуле (8) связан с демпфированием вибратора окружающей жидкостью лишь по его внешней поверхности, второй — с отмеченным выше фактом перераспределения энергий, а третий — обусловлен понижением собственной частоты системы.

Например, для трубки из пермендюра ($\rho_T = 8,1 \text{ г/см}^3$) длиной $2l = 100 \text{ мм}$ при $R = 2,8 \text{ мм}$ и $r = 2,6 \text{ мм}$ (толщина стенки $d_T = 0,2 \text{ мм}$)

с вольфрамовыми ($\rho_{\text{п}} = 19,4 \text{ г/см}^3$) пробками длиной $\Delta l = 10 \text{ мм}$ $M/m = 3,48$; из фиг. 2 для этого значения M/m находим: $\beta_1 = 0,502$, $\Psi(\beta_1) = 2,90$, и, следовательно, на основании формулы (8) $\sqrt{N} = 1,93 \cdot 6,54 \times 1,77 = 22,2$; при этом $\omega_1 / \omega_{01} \approx 0,32$ (см. фиг. 2), т. е. частота датчика снижается втрое и составляет около 9 кГц. Это обстоятельство уменьшает



Фиг. 2

влияние сдвиговой упругости при измерении вязкости подобными приборами, что расширяет область их применения.

Уменьшение $\alpha_{\text{т}}$ вибратора улучшает воспроизведение формы снимаемого с обмотки датчика сигнала резонансным усилителем электронного блока.

Так как продольные колебания трубки сопровождаются одновременными изменениями ее поперечных размеров, в жидкость излучаются продольные волны. Однако благодаря малой толщине стенки $d_{\text{т}}$ влиянием этого излучения на результаты измерений, а также влиянием скин-эффекта на величину начальной амплитуды колебаний можно пренебречь.

Как видно из формулы (7), в соотношении (8) не учитывается убыль энергии колеблющегося вибратора вследствие излучения его торцом продольных волн в окружающую среду. Для оценки связанной с этим погрешности измерений целесообразно сопоставить мощность излучения торца $P_{\text{и}}$ с энергией, диссипируемой вибратором в единицу времени, $P_{\text{д}}$. Рассматривая торец как односторонне пульсирующий поршень без экрана [9], обладающий малыми по сравнению с длиной упругой волны в жидкости размерами, находим

$$\frac{P_{\text{и}}}{P_{\text{д}}} = \frac{\rho^{1/2} \omega_0^{3/2} R^3}{\pi^{3/2} c l \eta^{1/2}} \Phi \left(\beta_1, \frac{\Delta l}{l} \right), \quad (9)$$

$$\Phi \left(\beta_1, \frac{\Delta l}{l} \right) = \frac{\sin^2 \beta_1}{1 - \frac{\sin 2\beta_1}{2\beta_1} + 2 \frac{\Delta l}{l} \sin^2 \beta_1}, \quad (9')$$

где c — скорость звука в жидкости; функция Φ для пяти значений $\Delta l/l$ показана на фиг. 3 в зависимости от M/m . Результаты вычислений для рассмотренного выше вибратора ($\Delta l/l = 0,2$) в предположении, что $\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$ и $c = 1,8 \cdot 10^3 \text{ м/сек}$, приведены ниже:

η , пуазы	30	50	100	300	500	900
$P_{\text{и}}/P_{\text{д}}$, %	2,1	1,6	1,2	0,7	0,5	0,4

Видно, что, начиная с нескольких десятков пуаз, влиянием излучения торца можно пренебречь, так как при измерении высоких вязкостей (особенно в производственных условиях) точность выше 5% вряд ли достижима, да и вряд ли необходима для технологических целей. Целесообразный монтаж датчика должен предотвращать попадание на него отраженных продольных волн или, по крайней мере, ослаблять их.

Изложенное относится к вибратору, колеблющемуся в жидкости продольно. Заметим, что при использовании датчика на крутильных колебаниях этой погрешности не будет, так как в этом случае нет объемных деформаций среды. Поэтому такой датчик (помимо того, что его собственная частота может быть дополнительно снижена за счет меньшей скорости распространения волн сдвига) применим и к маловязким продуктам.

Собственные частоты системы и в этом случае определяются [10] уравнением типа (2) при замене в нем M и m соответственно полярными моментами инерции пробки I_{Π} и половины трубки I_{τ} , т. е.

$$\beta \operatorname{tg} \beta = I_{\tau} / I_{\Pi}. \quad (10)$$

Учитывая диссипацию энергии не только боковой поверхностью вибратора (см. (7)), но и его торцевыми поверхностями, а также принимая во внимание, что скорость распространения сдвиговых волн в нем в $\sqrt{2(1+\varepsilon)}$ раз меньше, чем продольных (ε — коэффициент Пуассона), аналогично предыдущему получаем

ностями, а также принимая во внимание, что скорость распространения сдвиговых волн в нем в $\sqrt{2(1+\varepsilon)}$ раз меньше, чем продольных (ε — коэффициент Пуассона), аналогично предыдущему получаем

$$2\sqrt{N_k} = \left(1 + \frac{r}{R}\right) \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{1 + \frac{I_{\Pi}}{I_{\tau}} \Psi(\beta_1)}{1 + \left(\frac{R_{\Pi}}{R}\right)^2 \frac{\Delta l'}{l} \Psi(\beta_1)} \sqrt{\frac{\pi}{\beta_1}} \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}}, \quad (11)$$

где R_{Π} и $\Delta l' = \Delta l + \frac{R}{4} \left[2 \left(\frac{R_{\Pi}}{R}\right)^4 - 1\right]$ — соответственно радиус пробки и ее эффективная длина, а β_1 — первый корень уравнения (10).

В частности, при $R_{\Pi} = R$ $I_{\Pi}/I_{\tau} = \frac{M/m}{1 + (r/R)^2} = M_3/m$ и соотношение

(11) при $d_{\tau} \ll R$ принимает вид, сходный с выражением (8):

$$\sqrt{N_k} \approx \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{1 + \frac{M_3}{m} \Psi(\beta_1)}{1 + \frac{\Delta l''}{l} \Psi(\beta_1)} \sqrt{\frac{\pi}{\beta_1}} \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}}, \quad (11')$$

где $M_3 = M/1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2$, а $\Delta l'' = \Delta l + R/4$.

Естественно, что эквивалентная масса пробки $M_3 < M$, так как масса трубки m сосредоточена в тонком слое на расстоянии $(R+r)/2$ от оси; а

эффективная длина пробки $\Delta l' > \Delta l$, поскольку она учитывает и диссипирующее действие торца.

Например, для вибратора, данные которого приводились выше, имеем: $R_{II} = R$, $d_T \ll R$, $\Delta l'' = 10,7$ мм $I_{II}/I_T = M_0/m = 1,87$; из фиг. 2 видно, что этому значению M_0/m соответствуют $\beta_1 = 0,667$ и $\Psi(\beta_1) = 2,825$. Считая $\varepsilon = 0,3$, на основании формулы (11) находим $\sqrt{N_R} = 1,86 \cdot 4,82 \times \times 2,25 = 20,1$; при этом $\omega_{1R}/\omega_{01} = (\omega_1/\omega_{01})/\sqrt{2(1+\varepsilon)} \simeq 0,424:1,613 = = 0,263$, т. е. частота датчика снижается почти вчетверо и составляет $\sim 7,3$ кГц.

Хотя полученные соотношения не являются результатом строгого решения рассматриваемой задачи, они позволяют оценить величину ожидаемых эффектов и тем точнее, чем меньше глубина проникновения сдвиговой волны $\delta = \sqrt{2\eta/\omega\rho}$ в сравнении с R .

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Roth, S. Rich. A new method for continuous viscosity measurement. General theory of the ultra-viscoson. J. Appl. Phys., 1953, 24, 7, 940—950.
2. И. Н. Коган, В. В. Рубинштейн, Ф. Б. Вурзель, А. В. Май. Вискозиметр непрерывного действия. Сообщ. 1. Теория зонда. Пластические массы, 1960, 11, 42—46.
3. A. Wotring, T. McAvaney. Applying ultrasonic viscometers to polymer processes. ISAJ., 1960, 7, 10, 67—69.
4. И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964.
5. И. Н. Коган, Ф. Б. Вурзель, В. В. Рубинштейн. Авт. свид. СССР, № 174429 (Бюл. изобр. № 8, 1968).
6. А. Н. Крылов. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики. М.—Л., ГТТИ, 1950.
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1953.
8. С. П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. М.—Л., ГТТИ, 1950.
9. С. Н. Ржевкин. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
10. Я. Г. Пановко. Основы прикладной теории упругих колебаний. М., «Машиностроение», 1967.

Н.-и. институт пластических масс
Москва

Поступила в редакцию
17 августа 1967 г.