ρ_0, *ом·м*	*a*, *м*$^{-1}$	ω_1, *сек*$^{-1}$	$\frac{\Delta\omega_1}{3\omega_{1теор}}$, %	$-\frac{\Delta\omega_3^*}{3\omega_{1эксп}}$, %	$\frac{\Delta\omega_5}{5\omega_{1теор}}$, %	$-\frac{\Delta\omega_5^*}{5\omega_{1эксп}}$, %
$1{,}1\cdot10^4$	$1{,}72\cdot10^5$	$1{,}86\cdot10^8$	17,4	14,0	23,5	17,6
$3{,}5\cdot10^6$	$5{,}95\cdot10^5$	$2{,}95\cdot10^8$	8,7	7,5	12,3	11,0
10^8	$1{,}04\cdot10^6$	$3{,}90\cdot10^8$	6,8	6,1	9,6	8,5

Результаты численного расчета по формуле (5) и экспериментального исследования преобразователя сведены в таблицу. Измерение параметров диффузионных слоев производилось методом, описанным в работе [1]. В качестве пьезополупроводникового материала использовались монокристаллические образцы низкоомного CdS ($\rho \sim 1$ *ом·см*) с размерами $10 \times 10 \times 40$ *мм*. Гексагональная ось была ориентирована нормально относительно продольной оси образца, так что диффузионный слой, образованный на одном из торцев, служил преобразователем сдвиговых волн. Амплитудно-частотные характеристики интегральных линий задержки измерялись в импульсном эхо-режиме стандартным способом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. К. Грищенко, Л. А. Сысоев. Метод исследования характеристик диффузионных слоев в полупроводниковых кристаллах. Акуст. ж., 1967, **13**, 3, 361—366.
2. А. А. Ананьева. К вопросу о смещении резонансных частот плоского пьезоэлектрического излучателя при работе на активную нагрузку. Акуст. ж., 1957, **3**, 3, 282—285.
3. Е. К. Грищенко. Об особенностях электроакустических характеристик пьезополупроводниковых преобразователей. Тр. VI Всесоюзной акустической конференции, 1968.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
17 октября 1967 г.

УДК 534.26

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ТОНКИМ ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ СТЕРЖНЕМ

Л. М. Лямшев, В. А. Чернова

Выберем цилиндрическую систему координат r, φ, z так, чтобы ось бесконечного полупроводникового стержня кругового сечения радиуса a совпадала с осью z координатной системы. Предположим, что стержень окружен идеальной жидкостью.

Пусть на стержень падает под некоторым углом плоская монохроматическая волна единичной амплитуды

$$p_i = \exp\left[ik_r \cos\varphi r + ik_z z\right], \qquad r > a, \tag{1}$$

где $k_r^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 / c^2$. Множитель $\exp(-i\omega t)$ всюду опускаем. Требуется определить звуковое поле рассеянной волны.

В целях упрощения допустим, что в стержне не могут существовать никакие виды колебаний, кроме изгибных, когда движение каждого элемента стержня сводится к перемещению в направлении, перпендикулярном оси. На границе стержня с жидкостью нормальные составляющие скоростей смещений поверхности стержня и в жидкости должны быть равны

$$v \cos\varphi = - \frac{i}{\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{r=a}. \tag{2}$$

Скорость нормальных смещений поверхности стержня для изгибных колебаний $v(z)$ подчиняется уравнению движения

$$\tilde{g}\, \frac{\partial^4 v(z)}{\partial z^4} - \omega^2 m_1 v(z) = - i\omega F(z), \; r = a, \tag{3}$$

где

$$F(z) = -a\int_0^{2\pi} p(r,\,\varphi,\,z)_{|r=a}\cos\varphi d\varphi. \tag{4}$$

В выражениях (1) — (4) $F(z)$ — сила, действующая на стержень со стороны звукового поля в жидкости; $m_1 = \pi a^2\rho_1$ — масса на единицу длины; ρ_1 — плотность материала и $\tilde{g}$ — цилиндрическая жесткость стержня.

$$\tilde{g} = \frac{\pi a^4}{4}\left[N + \frac{4\pi\beta_z{}^2}{\varepsilon_{zz}}\right] = g\,(1+\delta), \tag{5 *}$$

где

$$\delta = \frac{4\pi\beta_z{}^2}{\varepsilon_{zz}N}\,,\quad g = \frac{\pi a^4 N}{4}\,, \tag{6}$$

N — модуль Юнга и β_z — пьезомодуль. Для ε_{zz}-компоненты комплексного тензора диэлектрической проницаемости на основании работы [1] можно написать выражение:

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 + i\,\frac{4\pi\sigma_0}{\omega}\,\frac{1}{1-\beta+\dfrac{ik_z{}^2v_T{}^2}{\omega\nu}}\,, \tag{7 **}$$

где $\sigma_0 = e^2n_0\,/\,m\nu$ — проводимость по постоянному току, $\beta = v_=\,/\,v_f$, $v_= = eE\,/\,m\nu$ — скорость дрейфа носителей заряда под действием постоянного поля $E_=$, v_f — фазовая скорость изгибных волн, $v_T = (2\varkappa T_e\,/\,m)^{1/2}$ — тепловая скорость носителей заряда, ν — частота соударений, n_0 — концентрация носителей заряда, $\omega_0 = (4\pi e^2n_0\,/\,m)^{1/2}$ — плазменная частота и $r_D = (\varkappa T_e\,/\,4\pi e^2n_0)^{1/2}$ — дебаевский радиус.

Решая краевую задачу, выделяя из полученного решения только ту часть поля рассеянной волны, которая связана с изгибными колебаниями, полагая стержень тонким так, что можно заменить цилиндрические функции их значениями в окрестности нуля, и рассматривая поле на больших расстояниях, когда $k_rr \gg 1$, получаем для давления в поле рассеянной волны, обусловленной изгибными колебаниями стержня [2], выражение:

$$p_s \approx \frac{\pi^{1/2}k_r{}^{3/2}a^2}{(2r)^{1/2}}\,\frac{\rho_1\left(1-\dfrac{k_z{}^4}{k_f{}^4}\right)-\rho}{\rho_1\left(1-\dfrac{k_z{}^4}{k_f{}^4}\right)+\rho+i\rho\,\dfrac{\pi a^2k_r{}^2}{4}}\cos\varphi\exp\left[i\,(k_zr+k_zz)-i\,\frac{3\pi}{4}\right], \tag{8}$$

где

$$k_f = \frac{\omega}{v_f} = \left[\frac{\omega^2m_1}{\tilde{g}}\right]^{1/4}.$$

Проанализируем выражение (8). Рассмотрим уравнение, которое получаем, если приравняем нулю выражение, стоящее в знаменателе формулы (8):

$$k_{f0}{}^4 - k_z{}^4(1+\delta) + k_{f0}{}^4\mu = 0,$$

где

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_1}\left[1 + i\,\frac{\pi a^2\,(k^2-k_z{}^2)}{4}\right],\quad k_{f0}{}^4 = \frac{\omega^2m_1}{g}. \tag{9}$$

Оценим порядок коэффициентов δ и μ. Величина $\mu < 1$, так как $\rho < \rho_1$, $k_za \ll 1$. Выражение для δ можно написать в виде

$$\delta = \frac{4\pi\beta_z{}^2}{\varepsilon_{zz}N} = K^2{}_L\,\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}}\,, \tag{10}$$

---

* Выражение (5) можно получить, пользуясь следующими простыми рассуждениями. Напишем уравнения для пьезокристалла (рассматривается одномерный случай)

$$Q = N\,\frac{\partial u}{\partial z} - \beta_zE,\ \ \operatorname{div}D = 0,\ \ D = \varepsilon_{zz}E + 4\pi\beta_z\,\frac{\partial u}{\partial z}\,.$$

Отсюда $Q = \left(N + \dfrac{4\pi\beta_z{}^2}{\varepsilon_{zz}}\right)\dfrac{\partial u}{\partial z}$ и $N_{\text{эфф}} \equiv N + \dfrac{4\pi p_z{}^2}{\varepsilon_{zz}}$. Здесь Q — напряжение, $\partial u\,/\,\partial z$ — продольная деформация, E — напряженность электрического поля, D — электрическая индукция.

** Стержень предполагается тонким по сравнению с длиной изгибной волны, но толстым по сравнению с так называемым дебаевским радиусом r_D, т. е. в последнем случае должно выполняться соотношение $a \gg r_D\,(\omega_0{}^2\,/\,\omega\nu)^{1/2}$.

где $K_L = \left[\dfrac{4\pi\beta_z^2}{\varepsilon_0\rho_1 c_L^2}\right]^{1/2}$ — коэффициент электромеханической связи для продольных волн в пьезополупроводниковом стержне, $c_L = (N/\rho_1)^{1/2}$ — скорость продольных волн в стержне, и $K_L < 1$, $\delta < 1$.

Таким образом, уравнение (9) можно решать относительно k_z методом последовательных приближений.

Полагая $k_z = k_{f0}$ и, далее, $k_z = k_{f0} + \alpha$, имеем

$$\alpha = -{}^1/_4 k_{f0}(\delta + \mu). \tag{11}$$

На основании равенства (10) напишем $\operatorname{Im}\delta = k_L^2\varepsilon_0 \operatorname{Im}(\varepsilon_{zz}^{-1})$ и, принимая во внимание равенство (7), получаем

$$\operatorname{Im}\delta = K_L^2\varepsilon_0 \frac{\dfrac{\omega_0^2}{\omega\nu}(1-\beta)}{\varepsilon_0^2(1-\beta)^2 + \dfrac{\omega_0^4}{\omega^2\nu^2}\left[1 + \varepsilon_0\dfrac{4\omega r_D^2}{ac_L}\right]^2}. \tag{12}$$

Из выражения (12) видно, что при $\beta > 1$ знак $\operatorname{Im}\delta$ изменяется, а при некотором $\beta = \beta_{\text{кр}} > 1$ может оказаться, что $\operatorname{Im}\alpha = 0$ и k_z становится вещественной величиной. Следовательно, существует такой угол падения звуковой волны на стержень и такое значение скорости дрейфа носителей в пьезополупроводниковом стержне, когда амплитуда рассеянной стержнем волны может значительно возрасти (устремляется к бесконечности) и будет наблюдаться усиление рассеянной стержнем волны.

Усиление звуковых колебаний в среде будет осуществляться за счет энергии дрейфа носителей заряда в пьезополупроводнике.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Пустовойт и М. Е. Герценштейн. О возможности усиления изгибных волн. Физ. тв. тела, 1964, 6, 3, 879—887.
2. Л. М. Лямшев. К теории рассеяния звука тонким стержнем. Акуст. ж., 1956, 2, 4, 358—365.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
13 марта 1968 г.

УДК 534.833.524

ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗГИБНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ УПРУГУЮ ПРОКЛАДКУ, РАСПОЛОЖЕННУЮ НА СТЫКЕ ПЛАСТИН

В. Т. Ляпунов, Г. Я. Саволайнен

В случае одномерной системы виброизолирующие свойства упругой прокладки были рассмотрены в работе [1] и экспериментально исследованы в работе [2]. При нормальном падении волны изгиба на границу результаты, полученные в работе [1], применимы и для пластин, соединенных встык через прокладку. Однако в ряде практических случаев поле изгибных волн в пластинах имеет диффузный характер. Это требует рассмотрения виброизолирующих свойств прокладок по отношению к изгибной волне, падающей под произвольным углом φ.

Рассмотрим прохождение монохроматических изгибных волн через упругую прокладку толщиной $2l$, расположенную между двумя полубесконечными пластинами. Пластины будем для простоты полагать одинаковыми по сечению и механическим константам и лежащими в одной плоскости. Предполагая, что толщина прокладки мала по сравнению с длиной изгибных волн в соединяемых пластинах и длиной волн сдвига в материале прокладки, для перерезывающей силы и изгибающего момента в поперечных сечениях прокладки при указанных выше допущениях можно написать следующие выражения через смещения w концевых сечений 1 и 2 пластины

$$F = -G_\text{п} S_\text{п}\left[\frac{w_2 - w_1}{2l}\right], \quad M = -\frac{E_\text{п} I_\text{п}}{2l}\frac{\partial(w_2 - w_1)}{\partial x},$$

где $G_\text{п}$ и $E_\text{п}$ — модуль сдвига и модуль Юнга материала прокладки; $I_\text{п}$ и $S_\text{п}$ — момент инерции и площадь поперечного сечения единицы длины прокладки, которые