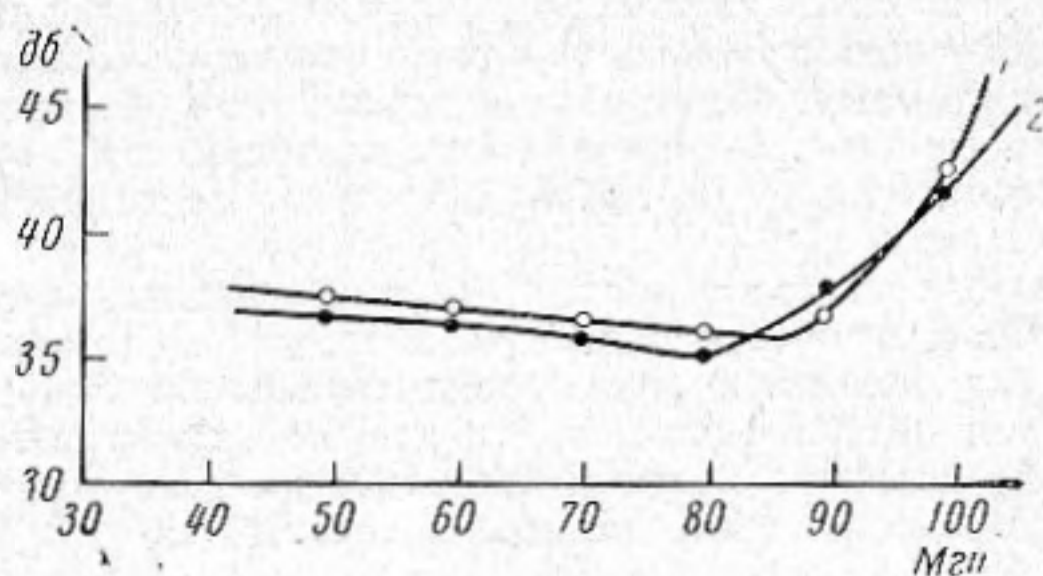


Влияние промежуточного слоя обсуждалось в работах [2, 3]. В этих работах показано, что на амплитудно-частотные характеристики линий задержки оказывает влияние как толщина, так и свойства материала склейки. Одной из характеристик



материала склейки является его волновое сопротивление  $W = \rho c$ , где  $\rho$  — плотность материала,  $c$  — скорость звука в нем.

В работе [4] в качестве материала промежуточного слоя был предложен салол (фенил-салицилат,  $t_{пл} +43^\circ$ ,  $\rho = 1,167 \text{ г/см}^3$  [5]), который широко применяется при исследованиях свойств пьезопреобразователей, однако использование этого материала в реальных устройствах ограничивается его низкой температурой плавления.

В данной работе сообщаются некоторые характеристики стибьена (2-дифенилэтилена,  $t_{пл} +124^\circ$ ,  $\rho = 1,164 \text{ г/см}^3$  [5]) — наиболее высокотемпературного из исследованных нами органических веществ. Для определения акустического импеданса  $W$  нами была измерена скорость звука в стибьене. Измерения проводились на поликристаллических образцах диаметром 15 мм и длиной 20, 50 и 100 мм, изготовленных путем направленной кристаллизации стибьена. Скорость звука определялась по времени прохождения ультразвукового импульса в образце на частоте 1,8 МГц. Для измерений использовались генератор радиоимпульсов, широкополосный усилитель и осциллограф С1-13. Время отсчитывалось по меткам на экране осциллографа с точностью 0,5 мксек. Измерения показали, что скорость распространения звука в поликристаллическом стибьене для продольных колебаний  $c_l$  равна  $3,1 \div 3,5 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$  и для сдвиговых  $c_t = 1,4 \div 1,5 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$ . Измерения амплитудно-частотных характеристик пьезопреобразователей, изготовленных из монокристаллических пластин CdS и нагруженных на звукопровод из плавленого кварца через промежуточный слой из салола или стибьена, приведены на фигуре. Видно, что при использовании в качестве промежуточного слоя стибьена 1 характеристики пьезопреобразователей остаются такими же, как и при использовании салола 2. Это показывает, что стибьен, обладающий более высокой температурой плавления, может быть использован в практических устройствах. Стийбен выгодно отличается от других материалов промежуточного слоя возможностью многократной сборки ультразвуковой линии задержки. Учитывая также органическую природу стибьена, можно предполагать, что он не будет влиять на параметры диффузионного слоя пьезопреобразователя при длительной работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Уайт. Преобразователь с запирающим слоем и другие высокочастотные преобразователи, работающие на основной частоте. «Методы и приборы ультразвуковых исследований», т. 1, ч. Б. М., «Мир», 1967, 304—338.
2. К. С. Александров, Л. С. Гуровиц, Е. И. Каменский. О влиянии промежуточного слоя на частотные характеристики ультразвуковых линий задержки. Акуст. ж., 1960, 6, 2, 171—179.
3. А. Г. Соколинский, Ю. М. Сухаревский. Магниево-ультразвуковые линии задержки. М., Сов. радио, 1966.
4. P. F. Sullivan, Bonding methods and a bonding Clamp for ultrasonic Measurements J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 1879—1882.
5. Краткий справочник по химии. Киев, «Наукова думка», 1965.

Всесоюзный н.-и. институт монокристаллов  
Харьков

Поступило в редакцию  
12 февраля 1968 г.

УДК 534.26

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЗАКРУГЛЕННОМ КРАЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ

А. В. Попов

Ниже рассматривается задача о дифракции плоской звуковой волны, приходящей из бесконечности вдоль жесткой полуплоскости, гладко сопряженной с выпуклой цилиндрической поверхностью, радиус кривизны которой велик по сравнению с длиной волны. Качественное исследование поля в области тени и волны, рассеянной линией сопряжения, было проведено Малюжиным [1]; приближенное решение для области тени в пренебрежении обратным рассеянием получено Вестоном [2]. В на

стоящей работе, как и в статье [1], задача исследуется методом поперечной диффузии. Для получения количественных результатов проводится решение краевой задачи для параболического уравнения в лучевых координатах [3] методом конечных разностей.

Точная формулировка задачи такова: в бесконечной области  $D$  (см. фигуру) ищется решение  $p(X, Y)$  уравнения Гельмгольца:

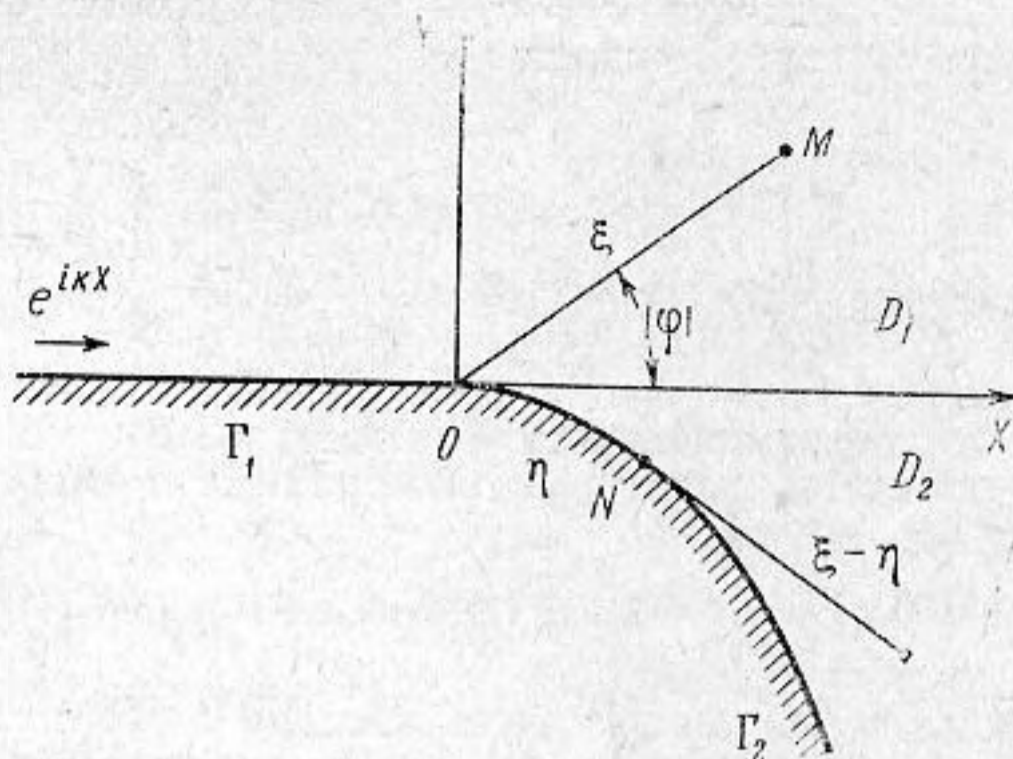
$$\frac{\partial^2 p}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2} + k^2 p = 0, \quad (1)$$

непрерывное в  $D$  вместе с границей  $\Gamma$ , на которой

$$\frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (2)$$

аналитически зависящее от параметра  $k$  и удовлетворяющее условию погашаемости: при  $\text{Im } k > 0$  существует

$$\sup_D |p - p_0| < \infty. \quad (3)$$



Граница области  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$  состоит из отрицательной полуоси  $OX$ , обозначаемой  $\Gamma_1$  и выпуклой кривой  $\Gamma_2$ , радиус кривизны которой  $R(\eta)$  есть заданная функция длины дуги  $\eta$ , отсчитываемой от точки  $O$ . В начальной точке  $O$  кривая  $\Gamma_2$  имеет горизонтальную касательную, т. е. гладко сопряжена с  $\Gamma_1$ . Падающая волна имеет вид

$$p_0(X, Y) = \begin{cases} e^{ikX}, & Y > 0 \\ 0, & Y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Для асимптотического решения задачи (1) — (4) при  $k \rightarrow \infty$  представим полное звуковое поле  $p(X, Y)$  в виде суммы

$$p = p_0 + p_d, \quad (5)$$

падающей волны (4) и дифракционной части поля  $p_d$ . Основное физическое допущение состоит в том, что дифракционное поле  $p_d$  допускает введение лучевых координат  $(\xi, \eta)$  согласно обобщенному принципу Ферми. В подобласти  $D_1: Y < 0$  это полярные координаты  $\xi = r, \eta = R(0)\varphi$ , связанные с декартовыми соотношениями

$$X = \xi \cos \frac{\eta}{R(0)}, \quad Y = -\xi \sin \frac{\eta}{R(0)}, \quad (6)$$

в подобласти  $D_2: Y > 0$  — эвольвентные координаты:

$$X = (\xi - \eta) \cos \int_0^\eta \frac{d\eta_1}{R(\eta_1)} + \int_0^\eta d\eta_1 \cos \int_0^{\eta_1} \frac{d\eta_2}{R(\eta_2)}, \quad (7)$$

$$Y = -(\xi - \eta) \sin \int_0^\eta \frac{d\eta_1}{R(\eta_1)} - \int_0^\eta d\eta_1 \sin \int_0^{\eta_1} \frac{d\eta_2}{R(\eta_2)}.$$

Используя представление

$$p_d = e^{ik\xi} \cdot u(\xi, \eta) \quad (8)$$

и параболическое уравнение в лучевых координатах [3], приближенно описывающее волновую амплитуду  $u(\xi, \eta)$ , приходим к следующей задаче:

$$2i \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho^2}{x^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + i \frac{u}{x} = 0, \quad x > 0, \quad y_0 < y < 0, \quad (9)$$

$$2i \frac{\partial u}{\partial x} + \rho^2 \frac{f(y)}{x-y} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f(y)}{x-y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + i \frac{u}{x-y} = 0, \quad x > 0, \quad 0 < y < x, \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y_0) = 0, \quad (11)$$

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{1}{x-y} \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 0, \quad (12)$$

$$u(x, +0) - u(x, -0) = 1, \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, +0) - \frac{\partial u}{\partial y}(x, -0) = 0. \quad (14)$$

Здесь введены безразмерные переменные  $x = k$ ,  $y = k\eta$  и обозначения  $kR(0) = \rho$ ,  $-\rho r = y_0$ ,  $kR(\eta) = \rho f(y)$  ( $f(0) = 1$ ). Соотношения (11) — (12) следуют из граничного условия (2), условия (13) — (14) — из требования непрерывности поля  $p$  на границе тени  $\eta = 0$ .

Для разности  $w = u_1 - u_2$  двух любых решений задачи (9) — (14) справедливо энергетическое тождество

$$I(x) \equiv x \int_{y_0}^0 |w(x, y)|^2 dy + \int_0^x \frac{x-y}{f(y)} |w(x, y)|^2 dy = \text{const.} \quad (15)$$

Отсюда следует, что задача (9) — (14) имеет единственное ограниченное решение (в силу ограниченности функции  $w$   $I(0) = 0$ , поэтому  $I(x) \equiv 0$ ,  $w(x, y) \equiv 0$ ). Можно показать, что это решение принимает начальное значение

$$u(0, y) = 0 \quad \text{при } y_0 < y < 0, \quad u(0, +0) = 1. \quad (16)$$

Условие (16) может быть введено в формулировку задачи (9) — (14), после чего становится возможным ее решение методом конечных разностей.

В области  $D$ :  $\{x > 0, y_0 < y < x\}$  вводится сетка  $D_n$ :  $\{x = nh, y = mh, n = 0, 1, \dots; m = -M-1, -M, \dots, n-1, n\}$  с шагом  $h = |y_0|/M$ . Функции  $u(x, y)$  ставится в соответствие сеточная функция  $u_m^n \sim u(nh, mh)$ . Уравнения (9) — (10) есть уравнения типа Шредингера, вырождающиеся на границах  $x = 0$  и  $y = x$ ; вопросы, связанные с решением уравнения (9), рассмотрены в работе автора [4]. В области  $D_1$  используем исследованное там конечно-разностное уравнение

$$2i \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{h} + i \frac{u_m^{n+1} + u_m^n}{2(n+1/2)h} + \frac{\rho^2}{2(n+1/2)^2 h^4} [(u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}) + (u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n)] = 0. \quad (17)$$

В области  $D_2$  применяем шеститочечное разностное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{i}{2h} [(u_{m-1}^{n+1} + 4u_m^{n+1} - u_{m+1}^{n+1}) - (u_m^n + 4u_{m-1}^n - u_{m-2}^n)] + i \frac{u_m^{n+1} - u_{m-1}^n}{2(n-m+1)h} + \\ & + \frac{\rho^2 f_{m-1/2}^2}{2[(n-m+1)^2 - 1/3] h^4} \left\{ (u_{m+1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m-1}^{n+1}) + (u_m^n - 2u_{m-1}^n + u_{m-2}^n) h + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n-m+1} + h \frac{f'_{m-1/2}}{f_{m-1/2}} \right) [(u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}) + (u_m^n - u_{m-2}^n)] \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

заданное на косоугольном шаблоне на сетке  $D_n$  и аппроксимирующее параболическое уравнение (10) с погрешностью  $O(h^2)$  вдали от границы  $y = x$  и  $O(h)$  вблизи нее. Граничные условия (11) — (12) и условия сопряжения (13) — (14) аппроксимируются уравнениями в конечных разностях с погрешностью  $O(h^2)$ . Образующаяся система линейных уравнений решается методом прогонки.

Описанная разностная схема послужила основой для численного решения задачи на ЭВМ. Расчеты проводились для случаев  $f(y) = 1$  и  $f(y) = (1 + ay)^3$ . Для безразмерного радиуса кривизны  $\rho = kR(0)$  брались значения  $\rho = 4$ ,  $\rho = 8$ . Вычисленные значения поля в области тени оказались в удовлетворительном согласии с результатами Вестона [2], полученными без учета обратного рассеяния от точки разрыва кривизны  $O$ . Исследование дифракционного поля в области  $D_1$  показало, что оно практически определяется лишь радиусом кривизны кривой  $\Gamma_2$  в точке  $O$ . Была показана малость обратного рассеяния и подтверждена асимптотическая формула для волновой амплитуды в области  $D_1$

$$u(\xi, \eta) \approx \frac{A(\eta)}{kR(0) \sqrt{k\xi}}. \quad (19)$$

В заключение автор благодарит Г. Д. Малюжинца, под чьим руководством выполнена работа.