АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 1

УДК 534.222

ЛИНЕЙНО-АКУСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ ПО ФОРМЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ЛИНИИ МАХА

Р. Г. Немков

Ставится вопрос о возможности экспериментального определения времени релаксации по форме «эффективной» линии Маха, определяемой как геометрическое место точек, в которых grad ρ максимален внутри области возмущения (т. е. области между равновесной и «замороженной» линиями Маха в потоке релаксирующего газа).

В ряде случаев трудно применить классические линейно-акустические методы определения релаксационных параметров по измерению дисперсии и поглощения в неподвижном газе [1]. Это относится, например, к экспериментам на ударных трубах, хотя именно здесь легко осуществляется широкая область состояний сильно нагретого газа, которую трудно осуществить другими способами. В движущейся горячей «пробке» ударной волны в ударной трубе можно получить квазистационарное акустическое возмущение, фронтом которого является линия Маха. Естественно попытаться видоизменить указанные классические методы так, чтобы время релаксации τ определялось по релаксационной структуре линии Маха.

Первая такая попытка была сделана в работе [2], где для измерения τ было предложено использовать экспериментальное измерение уменьшения величины скачка плотности вдоль замороженной линии Маха, уравнением которой будет

$$\left.\begin{aligned} x_\infty(y) &= \pm(\sqrt{M_\infty^2-1})\,y, \\ M_\infty &= U/c_\infty, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

если источник акустического возмущения расположен вдоль оси z и скорость стационарного и однородного потока U направлена по оси x (c_∞ — «высокочастотная» скорость звука). На фиг. 1 линия Маха, отвечающая формуле (1), обозначена как OA, а равновесная линия Маха — OB. Уравнение равновесной линии Маха получается из формулы (1) заменой $c_\infty \to c_0$, где c_0 — равновесная скорость звука (соответственно, и $M_\infty \to M_0$, $x_\infty \to x_0$).

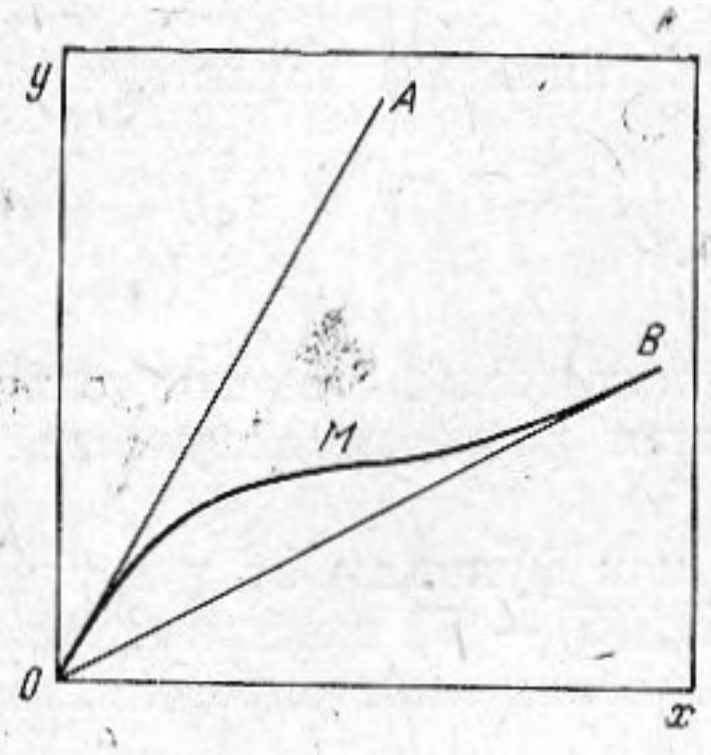
В настоящей работе ставится вопрос о возможности другого, чем в работе [2], линейно-акустического метода определения τ. Предположим, что форма линии $x_M(y)$, определяемой соотношением (2),

$$\rho_x'[x_M(y), y] = \max_{(y<y_\infty)x} \rho_x'(x, y) \tag{2}$$

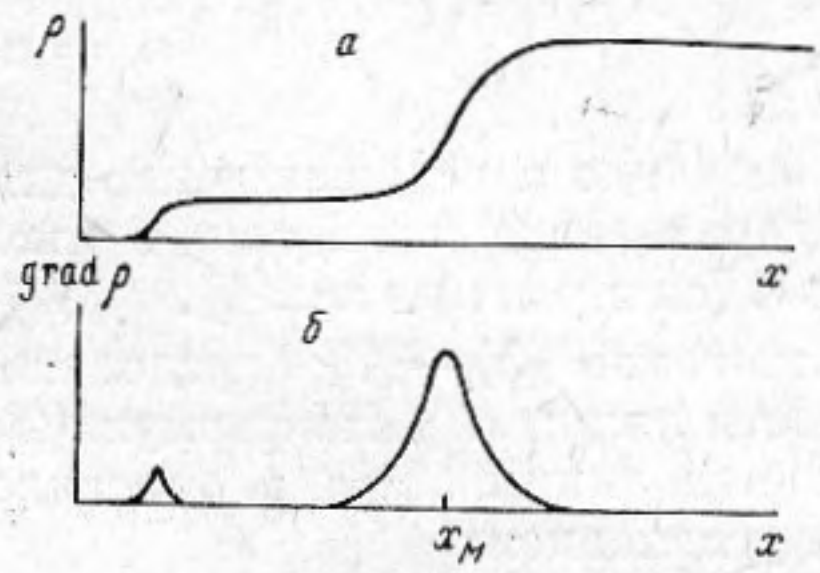
(где ρ — плотность и y_∞ — функция обратная к (1)) существенно зависит от τ. Экспериментальное определение формы кривой $x_M(y)$ (назовем ее эффективной линией Маха) может быть сделано, например, с помощью фотографирования картины обтекания полуклина теплеровским методом. Действительно в методе Теплера (например, [3]) интенсивность светового поля, падающего на фотопластинку, пропорциональна величине гради-

ента плотности в просвечиваемом объекте. Поэтому на теплеровских фотографиях области возмущения должны наблюдаться две линии: одна — отвечающая реальному разрыву по замороженной линии Маха, другая — соответствующая линии с наибольшим grad ρ внутри области возмущения, т. е. соответствующая эффективной линии Маха.

Поясним последнее утверждение. На фиг. 2,*а* представлен, в схематическом виде, профиль плотности на больших расстояниях от источника [4] (т. е. $\rho(x, y')$, $y' = \text{const}$, $y' \gg U\tau$). Видно, что эффективная линия Маха x_M соответствует в этой области некоторому «размазанному» разрыву (идущему вдоль равновесной линии Маха [4]).



Фиг. 1



Фиг. 2

Итак, сравнение экспериментальной и теоретической эффективных линий Маха дает возможность определить время релаксации, поскольку форма этой линии, как будет показано далее, должна зависеть от τ.

Выбор того или иного определения эффективной линии Маха как кривой, дающей некоторое усредненное описание релаксационной структуры линии Маха — не однозначен, а определяется конкретной задачей. Так, в нашей работе [5] при исследовании «характеристического парадокса» релаксационной гидродинамики, было выбрано отличающееся от формулы (2) определение эффективной линии Маха. Еще одно определение эффективной линии Маха (и, в частности, термин «эффективная скорость звука») фигурирует в работе [6].

Проанализуем качественно форму эффективной линии Маха, исходя из некоторых приближенных, но легко прослеживаемых предположений. Используем представление ρ_x' в виде интеграла Фурье [4]:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_x'(x, y) = P \int \exp\{i\bar{\omega}[x \pm (y/a)]\}\, d\bar{\omega}, \\ &a(\bar{\omega}) = \{[1 + i\bar{\omega}l]/[(M_0^2 - 1) + i(M_\infty^2 - 1)\bar{\omega}l]\}, \\ &P = \text{const}, \quad l = (c_\infty / c_0)^2 U\tau \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

и примем во внимание, что в малой окрестности любой внутренней ($y < y_\infty$) точки области возмущения наиболее существенна некоторая определенная частота $\tilde{\omega}(x, y)$. Следовательно, ρ_x' можно представить в таком приближенном виде:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_x'(x, y) \simeq A(\tilde{\omega}) \cdot \cos\{\tilde{\omega}[x \pm (y/c)]\}, \\ &[1/c(\tilde{\omega})] = \mathrm{Re}[1/a(\tilde{\omega})], \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где $A[\tilde{\omega}(x, y)]$ — некоторая амплитуда.

В выражении (4) все еще неизвестна функция $\omega(x, y)$. Используем теперь следующее соотношение:

$$\Delta x \cdot \Delta \bar{\omega} \simeq 1 \tag{5}$$

между некоторой эффективной протяженностью Δx акустического возмущения и эффективной шириной спектра $\Delta \bar{\omega}$ этого возмущения (например, [7] § 58). В качестве характерного размера Δx возьмем расстояние между замороженной (1) и равновесной линиями Маха:

$$\Delta x(y) = (\sqrt{M_0^2 - 1} - \sqrt{M_\infty^2 - 1}). \tag{6}$$

Примем также, что в окрестности искомой линии (2) характерная частота $\tilde{\omega}$ связана с $\Delta \bar{\omega}$ соотношением

$$\tilde{\omega} = \alpha \cdot \Delta \bar{\omega}. \tag{7}$$

Точное значение α несущественно для наших целей. Заметим только, что удовлетворительное совпадение с численным расчетом получается и при $\alpha = \text{const}$ (скажем, при $\alpha \simeq 1$).

Соотношение (5)—(7) определяют $\tilde{\omega}$ как функцию от y в некоторой окрестности линии (2). Из формул (2), (4), (5)—(7) вытекает, что форма эффективной линии Маха в описанном приближении определяется следующим уравнением:

$$\left.\begin{aligned} x_M(y) &= \mp\{y/c\,[\tilde{\omega}(y)]\}, \\ \tilde{\omega}(y) &= [(\sqrt{M_0^2 - 1} - \sqrt{M_\infty^2 - 1})\,(y/\alpha)]^{-1} \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Решение (8) зависит от параметров (τ, U, c_∞, c_0) и удовлетворяет следующим точным [4] предельным соотношениям:

$$\left.\begin{aligned} \lim_{y\to\infty} x_M(y) &= \lim_{\tilde{\omega}\to 0} x_M(\tilde{\omega}) = x_0(y), \\ \lim_{y\to 0} x_M(y) &= \lim_{\tilde{\omega}\to\infty} x_M(\tilde{\omega}) = x_\infty(y). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Из предыдущего вытекает, что общий вид эффективной линии Маха может быть представлен кривой M на фиг. 1.

Обычно в экспериментах на ударных трубах используются нелинейные методы измерения времени релаксации, например, по профилю изменения какого-либо физического параметра ($L(x)$) в релаксационной зоне за фронтом ударной волны. Определяемое таким образом время релаксации $\bar{\tau}$ является некоторым сложным функционалом от $L(x)$ между начальным состоянием N_1 (сразу за фронтом ударной волны) и конечным состоянием N_2 (в конце релаксационной зоны). В этом смысле $\bar{\tau}$ является «интегральным» временем релаксации. Характер теоретической зависимости $\bar{\tau}(L(x);\ N_1, N_2)$ далеко не всегда известен. По-видимому, единственным исключением является релаксация колебания, где эта зависимость, по крайней мере для низших уровней, достаточно хорошо известна [8].

Время же релаксации τ, определяемое линейно-акустическими методами является «локальным» в том смысле, что оно является функцией только состояния N, на фоне которого создается слабое возмущение.

В общем случае $\tau(N) \neq \bar{\tau}(N_1 N_2)$ и это обстоятельство следует учитывать в тех работах, где проводится сравнение времен релаксации τ и $\bar{\tau}$ (например, [9]).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Т. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964.
2. P. P. Wgener. Determination of reaction rates from measurements of the decay of weak disturbances. J. Chem. Phys., 1964, 41, 1512—1513.
3. Г. Д. Саламандра. Высокоскоростная съемка шлирен-методом, М., «Наука», 1965.
4. И. П. Стахонов, Е. В. Ступоченко. О некоторых вопросах гидродинамики релаксирующих сред. Ж. мат. и теор. физ., 1963, 2, 3—20.
5. Р. Г. Немков. Эффективный профиль линии Маха в релаксирующем газе. Сб. «Свойства газов при высоких температурах», М., «Наука», 1967.
6. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1964.
7. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука», 1967.
8. Е. В. Ступоченко, С. А. Лосев, А. И. Осипов. Релаксационные процессы в ударных волнах. М., «Наука», 1965.
9. J. E. Drewry. An experimental investigation of nonequilibrium corner expansion flows of dissociated oxygen. UTIAS Rep., 124, 1967.

Государственный н.-и. энергетический институт им. Г. М. Кржижановского
Москва

Поступила в редакцию
15 июня 1966 г.