стержнях с профилем поверхности в виде резьбы. В процессе экспериментов проводились измерения вибраций поверхности трубки с помощью виброщупа.

На фиг. 1 приведены результаты экспериментов с трубками. Данные, относящиеся к скорости потока для *1* — 9,3; *2* — 7; *3* — 4,7; *4* — 3 *м/сек*. Результаты опытов относятся к поверхностям с шероховатостями высотой $1{,}2\cdot 10^{-2}$ *см* и периодом 10^{-1} *см*.

Можно видеть, что для пульсаций давления в случае регулярной, двумерной шероховатости характерны большие спектральные надбавки, причем их максимальное значение соответствует числу Струхаля $Sh_1 \sim 0{,}2$—$0{,}4$.

Выше уже отмечалось, что наряду со спектральными характеристиками изучались корреляционные свойства пристеночных пульсаций давления у шероховатой поверхности. На фиг. 2 приведены кривые нормированного взаимного спектра Γ мощности пульсаций давления у гладкой стенки и шероховатой поверхности ($k = 6\cdot 10^{-2}$ *см*) в функции числа Струхаля $Sh_2 = \frac{f\xi}{U_c}$, где ξ — расстояние между приемниками U_c — скорость переноса вихрей, которая была близка к средней скорости потока. Эти кривые строились по результатам экспериментального изучения пространственно-временных корреляционных функций и данным измерений скорости переноса вихрей аналогично тому, как это делалось в работе [5] при изучении пульсаций давления на гладкой стенке. Если для гладкой стенки экспериментальные точки (они показаны светлыми кружочками) практически совпадают с известной кривой Бейквелла [5], то для шероховатой поверхности показатель степени в экспоненте увеличивается до 2,3. При этом следует отметить, что поскольку корреляция наблюдалась лишь на частотах меньших 1—2 *кгц*, полученные корреляционные кривые следует интерпретировать как результат влияния шероховатости стенки на внешнюю часть пограничного слоя, заполненную крупномасштабными вихрями.

Итак, результаты измерений показывают, что основное действие равномерной микрошероховатости сводится к повышению высокочастотных турбулентных пульсаций давления в придонном слое, соответствующих пульсирующему течению во впадинах шероховатости [6]. Шероховатость воздействует также и на внешнюю часть пограничного слоя, при этом происходит некоторое повышение низкочастотных пульсаций давления на стенке, соответствующее усилению крупномасштабной турбулентности [7]. Причем, оказывается, что крупномасштабные вихри при наличии шероховатости вырождаются быстрее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. «Подводная акустика», М., «Мир», 1965, стр. 329.
2. L. W. Wilson. Experimental investigation of the noise generated by the turbulent flow around a rotating cylinder. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 10, 1203—1207.
3. W. W. Willmarth, G. E. Woodrige. Measurements of the fluctuating pressure at the wall beaneth a thick turbulent boundary layer. J. fluid. Mech., 1962, 14, 2, 187—210.
4. И. К. Никитин. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. Киев, Изд-во АН УССР, 1963.
5. H. P. Bakewell. Longitudinal space-time correlation function in turbulent airflow. J. Acoust. Soc. America, 1963, 35, 6, 936—937.
6. М. В. Ханин. Исследование течения потока газа около шероховатой стенки. Пр. матем. и теор. физ., 1966, 6. 88—93.
7. Б. А. Фидман. О влиянии шероховатости стенок на структуру турбулентного потока. Изв. АН СССР, сер. георг. и геофиз., 1948, 12, 3, 255—260.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
1 марта 1968 г.

УДК 534.222:532.526.4

К ВОПРОСУ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗВУКА ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

И. И. Долгова

Рассмотрим влияние упругой пластины на излучение звука турбулентным пограничным слоем. Предположим, что пластина лежит в плоскости XOY. Пусть p_1 — давление в пограничном слое толщиной δ над пластиной при $z > 0$, а p_2 — звуковое давление в полупространстве под пластиной при $z < 0$. Для функции p_1 справедливо уравнение распространения звука в турбулентной среде [1]:

$$\Delta p_1(\mathbf{r}) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_1(\mathbf{r})}{\partial t^2} = f(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где

$$f(\mathbf{r}) = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij}(\mathbf{r}), \qquad T_{ij} = \rho u_i u_j + p_{ij} - \rho c^2 \delta_{ij}.$$

В работе [2] показано, что давление p_1 может быть вычислено по формуле:

$$p_1(\mathbf{r}_0) = \iiint\limits_v f(\mathbf{r})\, G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)\, dv, \tag{2}$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ — поле дифракции точечного источника на пластине.

Функцию Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ удобно написать в виде разложения по плоским волнам:

$$G(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = \frac{i}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \{\exp[ik_x(x - x_0) + ik_y(y - y_0) + ik_z(z - z_0)] +$$

$$+ V(k_x, k_y) \exp[ik_x(x - x_0) + ik_y(y - y_0) - ik_z(z - z_0)]\}, \tag{3}$$

где $V(k_x k_y)$ — коэффициент отражения плоской волны от пластины.

Подставляя выражение (3) в формулу (2), получаем для давления $p_1(x_0, y_0, z_0)$ над пластиной выражение:

$$p_1(x_0, y_0, z_0) = \frac{i}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0)[\exp(ik_z z_0) + \tag{4}$$

$$+ V(k_x, k_y) \exp(-ik_z z_0)] \iiint\limits_v dv \cdot f(x, y, z) \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z).$$

Сравним это выражение с аналогичным выражением для поля излучения свободного турбулентного потока. Очевидно, что в последнем случае функция Грина представляет собой функцию источника для свободного пространства (см., например, [3]). Для акустического давления свободного турбулентного потока имеем

$$p_1(x_0, y_0, z_0) = \frac{i}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0 + ik_z z_0) \iiint\limits_v dv \times$$

$$\times f(x, y, z) \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z). \tag{5}$$

Из сопоставления формул (4) и (5) видно, что упругая пластина играет пассивную роль при излучении звука пограничным слоем, отражая звуковое поле, создаваемое свободным турбулентным потоком с характеристиками, аналогичными характеристикам турбулентного пограничного слоя. Над пластиной поле несколько больше, чем поле излучения свободной турбулентности, но никаких новых источников в этом случае не появляется. Наличие пластины не меняет квадрупольного характера излучения звука пограничным слоем.

Рассмотрим теперь поле излучения по другую сторону пластины, где турбулентный поток отсутствует. Поле под пластиной естественно представить в виде суперпозиции плоских волн с амплитудой $W = 1 - V$, W — коэффициент прохождения плоской звуковой волны через пластину

$$p_2(x_0, y_0, z_0) = \frac{i}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0 + ik_z z_0)\, W(k_x, k_y) \iiint\limits_v dx \times$$

$$\times dy dz f(x, y, z) \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z). \tag{6}$$

Выражение (6) определяет поле излучения турбулентного пограничного слоя, если известно распределение источников по толщине слоя. В частности, для того, чтобы вычислить функцию корреляции звукового давления в поле излучения, нужно знать пространственно-временные корреляционные характеристики пульсаций скорости по всей толщине слоя.

Хотя в настоящее время и существуют данные о тензоре корреляции флюктуаций скорости в пограничном слое, гораздо более подробно изучены функции корреляции пристеночных пульсаций давления. Покажем, что для вычисления звукового поля под пластиной достаточно знать функцию корреляции пульсаций давления на поверхности пластины в турбулентном пограничном слое. Полагая в формуле (4) $z_0 = 0$, напишем выражение для давления на поверхности пластины:

$$p_1(x_0, y_0, 0) = \frac{i}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} [1 + V(k_x, k_y)] \exp(ik_x x_0 +$$

$$+ ik_y y_0) \iiint\limits_v dxdydz f(x, y, z) \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z). \tag{7}$$

Пользуясь преобразованием Фурье, найдем

$$\widetilde{p}_1(k_x, k_y) = \frac{1 + V(k_x, k_y)}{k_z} \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0) \iiint\limits_v dxdydz f(x, y, z) \exp(-ik_x x -$$

$$- ik_y y - ik_z z). \tag{8}$$

Из равенства (8) и выражения (6), получаем для звукового давления под пластиной выражение:

$$p_2(x_0, y_0, z_0) = \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \frac{W(k_x, k_y)}{1 + V(k_x, k_y)} \widetilde{p}_1(k_x, k_y). \tag{9}$$

Если пренебречь влиянием колебаний границы на формирование пограничного слоя, можно считать, что функция корреляции пристеночных пульсаций давления на поверхности пластины такая же, как на жесткой неподвижной границе. Тогда, полагая в выражении (7) коэффициент отражения равным единице, получаем выражение для пульсаций давления на поверхности пластины:

$$p_1(x_0, y_0, 0) = \frac{i}{\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0) \iiint\limits_v dxdydz f(x, y, z) \exp(-ik_x x -$$

$$- ik_y y - ik_z z).$$

Для звукового давления в нижнем полупространстве в этом случае мы получаем формулу:

$$p_2(x_0, y_0, z_0) = \frac{1}{4\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \exp(ik_x x_0 + ik_y y_0 + ik_z z_0) W(k_x, k_y) \widetilde{p}_1(k_x, k_y).$$

А для среднего квадрата флюктуаций давлений — формулу:

$$\overline{p_2^2}(x_0, y_0, z_0) = \frac{1}{8\pi} \iint\limits_{\infty}^{\infty} dk_x dk_y \, |W(k_x, k_y)|^2 \exp(ik_z z - ik_z^* z) \widetilde{R}(k_x, k_y), \tag{10}$$

где

$$\widetilde{R}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} dxdy \, \langle \overline{p(x', y', 0)} \, p^*(x + x', y + y', 0) \rangle \exp(-ik_x x - ik_y y).$$

Выражение (10) удобно переписать в виде суммы двух слагаемых $\overline{p_2^2} = I_1 + I_2$.

$$I_1 = \frac{1}{8\pi} \iint\limits_{k_x^2 + k_y^2 < k^2} dk_x dk_y \, |W(k_x, k_y)|^2 \widetilde{R}(k_x, k_y); \tag{11}$$

$$I_2 = \frac{1}{8\pi} \iint\limits_{k_x^2 + k_y^2 > k^2} dk_x dk_y \, |W(k_x k_y)|^2 \widetilde{R}(k_x k_y) \exp(-\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2 z}).$$

Заметим, что интеграл I_2 — представляет ближнее поле — поле неоднородных волн, I_1 — поле вдали от границы, т. е. чисто звуковое поле.

Оценим мощность излучения звука пограничным слоем. Для этого рассмотрим поле под полностью звукопрозрачной пластиной, т. е. предположим, что коэффициент прохождения плоской звуковой волны не зависит от угла падения и равен единице. В качестве функции корреляции пристеночных пульсаций давления возьмем выражение, полученное в работе [4].

$$\langle p(x', y', 0) \, p^*(x + x', y + y', 0) \rangle = \Phi(\omega) A(x) B(y) \exp\left(-i \frac{\omega}{u_c} x\right),$$

$$A(x) = \exp\left(-0{,}1 \frac{\omega}{u_c} |x|\right); \quad B(y) = \exp\left(-0{,}5 \frac{\omega}{u_c} |y|\right), \tag{12}$$

Здесь $\Phi(\omega)$ — спектр мощности пристеночных пульсаций давления. Подставляя значение функции корреляции в выражение (11), получим поле на бесконечности

$$\overline{p_{зв}^2} = \Phi(\omega) \frac{1}{16\pi^2} \iint\limits_{\xi_1^2+\xi_2^2<\frac{\omega^2}{c^2}} d\xi_1 d\xi_2 A'(\xi_1) B'(\xi_2),$$

где

$$A'(\xi_1) = \frac{0{,}2}{0{,}01 + \left(1 + \frac{\xi_1 u_c}{\omega}\right)^2}; \qquad B'(\xi_2) = \frac{1}{0{,}25 + \left(\xi_2 \frac{u_c}{\omega}\right)^2}.$$

Для отношения мощности звукового поля к мощности пристеночных пульсаций давления получается соотношение

$$\frac{\overline{p_{зв}^2}}{\Phi(\omega)} \approx 0{,}016 M^2; \qquad M = \frac{u_c}{c}. \tag{13}$$

Из последнего выражения следует, что спектр звукового давления, излучаемого турбулентным пограничным слоем, повторяет спектр пристеночных пульсаций давления при условии, что пластина полностью звукопрозрачна и коэффициент прохождения плоской волны не зависит от угла падения на пластину и частоты. При скорости потока равной 15 *м/сек*, уровень звука, излучаемого турбулентным пограничным слоем, на 55 *дб* ниже уровня пристеночных пульсаций давления.

Пользуюсь случаем выразить благодарность Л. М. Лямшеву за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. J. Lighthill. On the sound generated aerodynamically. Part 1. General Theory. Pros. Roy. Soc. (London), 1952, **A211**, 564.
2. Л. М. Лямшев. Излучение звука упругими оболочками, возбуждаемыми турбулентным аэродинамическим потоком. Акуст. ж., 1961, **7**, 1, 59—66.
3. Л. М. Лямшев. К расчету акустического излучения турбулентного аэродинамического потока. Акуст. ж., 1960, 6, 4, 472—477.
4. C. M. Corcos. Resolution of pressure in turbulence. J. Acoust. Soc. America, 1963, **35**, 192—199.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
12 мая 1968 г.

УДК 534.29

О ВЛИЯНИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА КИНЕТИКУ РОСТА ПУЗЫРЬКОВ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ

О. А. Капустина

Рассмотрение вопроса о влиянии поверхностно-активных веществ на кинетику роста и растворения пузырьков газа в жидкости представляет интерес с точки зрения решения ряда практических задач, связанных с ускорением аэрации и дезаэрации жидкостей.

В настоящей работе излагаются некоторые результаты исследования кинетики роста одиночного пузырька газа в жидкости с различным поверхностным натяжением без звука и в звуковом поле.

При определенной концентрации газа в жидкости C_0, ее значение C_s у стенки пузырька данного радиуса R_0 при постоянной температуре и статическом давлении P_0 зависит только от поверхностного натяжения:

$$C_s = C_p(1 + 2\sigma / R_0 P_0), \tag{1}$$

где C_p — равновесная концентрация газа в жидкости, σ — коэффицент поверхностного натяжения.