АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 1

УДК 534.222.2

О НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ ФОРМИРОВАНИЯ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ

С. М. Когарко, А. В. Любимов

Рассмотрено несколько задач о дифракции плоской звуковой волны, инициируемой в жидкости при помощи газовой детонации в плоском канале, у края канала. Решение доведено до расчетных формул для конкретных двухмерных дифракционных волн на основе метода конического течения и конформного преобразования поля давления в круге единичного радиуса. Для исследованных задач приведены дифракционные картины с расчетными линиями постоянного давления.

В последние годы газовая детонация нашла практическое применение как источник слабых ударных (акустических) волн в жидкости [1, 2]. Эффективность работы промышленных установок, использующих для инициирования акустических волн сжатия в жидкости газовую детонацию в трубах, определяется, во-первых, результатом самого процесса взаимодействия фронта детонационной волны в трубе с поверхностью жидкости при нормальном падении волны с образованием слабой плоской ударной волны в жидкости в трубе и, во-вторых, дифракционным процессом при выходе образовавшейся слабой ударной волны из трубы в пространство, заполненное жидкостью. Реальный трехмерный вариант формирования акустической волны в жидкости от детонации в круглой трубе не поддается аналитическому расчету; поэтому для исследования выбран модельный плоский вариант формирования при образовании акустической волны в жидкости в плоском канале с последующим ее выходом в плоское пространство, заполненное жидкостью. Под плоским каналом подразумевается пространство, ограниченное двумя параллельными плоскими поверхностями, в котором осуществляется плоское течение. Теоретически проанализированы следующие варианты формирования: а) канал погружен глубоко в жидкость; жидкость высоко поднята в канале; б) вариант, аналогичный предыдущему, но акустическая волна выходит в жидкое полупространство, ограниченное сверху жесткой стенкой; в) канал глубоко погружен в жидкость, взрывчатая смесь подходит к срезу канала; г) вариант, аналогичный предыдущему, но акустическая волна выходит в жидкое полупространство, ограниченное сверху жесткой стенкой (см. фиг. 1). Предполагается, что за детонационным фронтом в газовой смеси давление $p_д$, равное давлению в плоскости Чепмена—Жуге, остается постоянным в продолжение характерных времен формирования акустических волн в жидкости. Ударные волны, возникающие в жидкости при взаимодействии детонационной волны в газе с поверхностью жидкости, можно считать акустическими. Хотя увеличение давления p_1 / p_0 (где p_0 — начальное давление, p_1 — давление в волне) в таких ударных волнах имеет порядок 100, увеличение плотности жидкости составляет всего $\rho_1 / \rho_0 \simeq 1{,}005$. В таблице сведены результаты расчета взаимодействия детонационных волн в различных газовых смесях с поверхностью воды при нормальном падении волны на поверхность. Расчет выполнен по методу Станюковича [3]. Обозначения в таблице следующие: D_0 — скорость детонационной

Состав смеси	Параметры волн					
	D_0, *м/сек*	$p_Д$, *атм*	$v_Д$, *м/сек*	p_1, *атм*	v_1, *м/сек*	p_2, *атм*
$CH_2 + 2O_2$	2320	30	1000	75	5	110
$2H_2 + O_2$	2820	18	1180	42	2,8	70
$2H_2 + O_2 + 6H_2$	3500	13	1460	30	2	

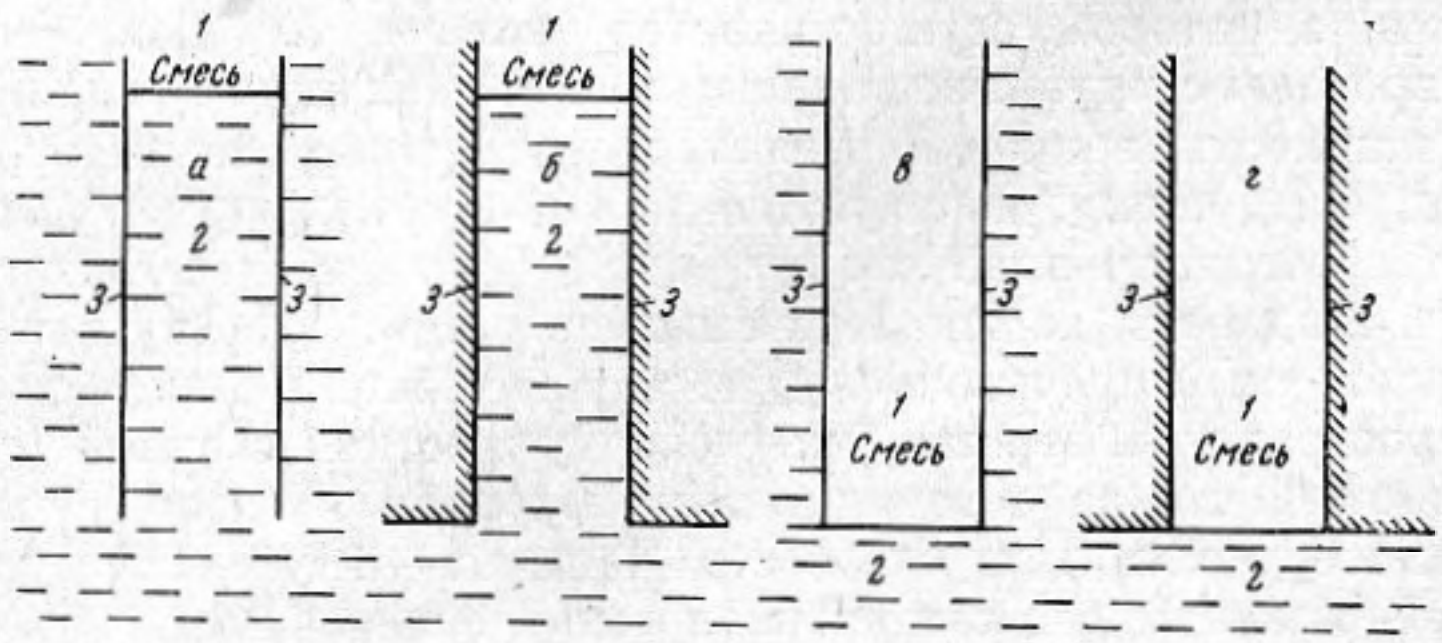
волны в смеси, $p_Д$ и $v_Д$ — давление и скорость газов за фронтом детонационной волны, p_1 и v_1 — давление и скорость жидкости за фронтом акустической волны, в жидкости. В таблице для сравнения приведены расчетные значения давления при отражении детонационной волны от жесткой стенки p_2. Начальное давление смеси $p_0 = 1$ *атм*.

Для всех выбранных вариантов формирования акустических волн в жидкости можно рассчитать дифракционные картины при выходе образовавшейся акустической волны из плоского канала в пространство, заполненное жидкостью. Расчет выполнен по методу конического течения с использованием конформного преобразования поля давления в дифракционной волне (см. [4—8]). Поле давления в области дифракционной волны рассчитывается путем интегрирования волнового уравнения с заданными граничными условиями на фронте дифракционной волны и на границах раздела.

Плоская картина течения дает возможность применить преобразование Буземана и свести волновое уравнение для давления к уравнению Лапласа в полярных координатах, а последнее проинтегрировать в круге единичного радиуса с кусочно-постоянными значениями неизвестной на границе.

Задача о дифракции при выходе плоской звуковой волны (в виде длинного импульса) из канала в пространство уже рассматривалась в работе [9]. Решение для поля потенциала скорости движения в этой работе было найдено при помощи разложения плоского звукового импульса на гармонические составляющие, пользуясь интегральным представлением Фурье. Предлагаемое в настоящей работе решение дифракционной задачи выглядит более просто.

Проведем коротко расчет для одного случая формирования акустической волны при выходе ее из плоского канала в неограниченное плоское

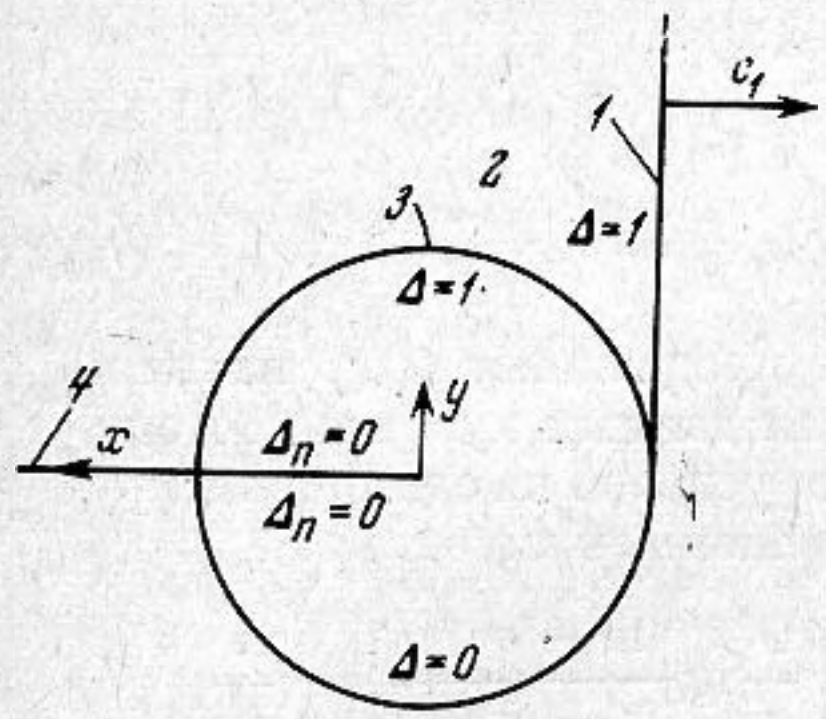


Фиг. 1

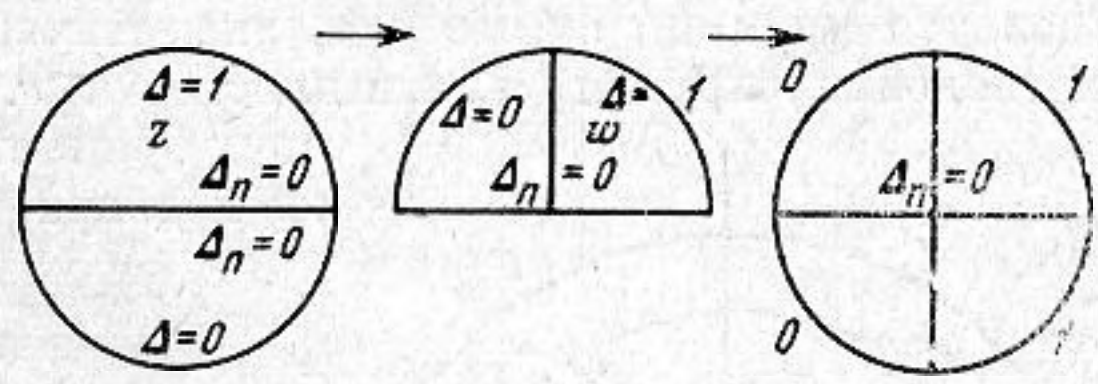
пространство (фиг. 1,*а*). Для остальных случаев напишем только граничные условия для дифракционной волны, выполним конформные преобразования и получим конечные выражения для давления в области дифракционной волны.

Если граница раздела взрывчатая смесь — жидкость находится высоко внутри плоского канала (фиг. 1,*а*), то к краю канала после взаимодейст-

вия детонационной волны с поверхностью жидкости подходит плоская акустическая волна в виде длинного импульса с давлением за фронтом p_1. Рассмотрим выход этой волны из канала в плоское неограниченное пространство. На фиг. 2 показана дифракционная картина у одного края канала. На этой и последующих фигурах используются следующие обозначения: *1* — падающая волна, *2* — жидкость, *3* — дифракционная волна, *4* — стенка канала, *5* — фронт детонационной волны, *6* — граница раздела жидкость — газ, *7* — продукты детонации. Аналогичная дифракционная картина возникает и у другого края канала. Образующаяся ди-



Фиг. 2



Фиг. 3

фракционная волна — цилиндрическая акустическая волна, для которой можно использовать волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2\Delta}{\partial t^2} = c_1^2\left(\frac{\partial^2\Delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Delta}{\partial y^2}\right). \tag{1}$$

Здесь $\Delta = p / p_1$, где p_1 — давление в падающей плоской звуковой волне, p — давление в дифракционной волне. Граничные условия на внешнем фронте дифракционной волны — $\Delta = 0$, на внутреннем фронте волны — $\Delta = 1$, на поверхности стенок канала проекция градиента относительного давления на нормаль к стенке $\frac{\partial\Delta}{\partial n} = \Delta_n = 0$. Переход к новым автомодельным переменным $\sigma = x / c_1 t$ и $\eta = y / c_1 t$ и преобразование Буземана

$$\rho = \frac{(\sigma^2 + \eta^2)^{1/2}}{1 + (1 - \sigma^2 - \eta^2)^{1/2}}, \quad \theta = \operatorname{arctg}\frac{\eta}{\sigma} \tag{2}$$

сводит волновое уравнение для Δ в переменных (x, y, t) к уравнению Лапласа в переменных ρ и θ:

$$\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\right) + \frac{\partial^2\Delta}{\partial\theta^2} = 0. \tag{3}$$

Граничные условия на поверхности круга радиуса $c_1 t$ (см. фиг. 2) преобразуются в граничные условия на поверхности круга единичного радиуса:

$$\begin{gathered}\Delta = 1 \text{ на } \rho = 1,\ 0 \leqslant \theta \leqslant \pi,\\ \Delta = 0 \text{ на } \rho = 1,\ \pi \leqslant \theta \leqslant 2\pi,\\ \frac{\partial\Delta}{\partial n} = \Delta_n = 0 \quad \text{на } 0 \leqslant \rho \leqslant 1,\quad \theta = 0,\quad \theta = 2\pi.\end{gathered} \tag{4}$$

Проведем решение уравнения Лапласа (3) с такими граничными условиями на единичном круге (4) по методу, изложенному в работах [4, 6, 7] (см. фиг. 3). Решением должен быть коэффициент мнимой части аналитической функции $f(z)$, где $z = \rho e^{i\theta}$

$$\Delta = \operatorname{Im}\{f(z)\}. \tag{5}$$

Конформно преобразуем круг единичного радиуса в плоскости переменной z в полукруг единичного радиуса в верхней полуплоскости переменной $w = r_1 e^{i\varphi}$

$$w = z^{1/2}. \tag{6}$$

В новой области w граничные условия для Δ выглядят так:

$$\Delta = 1 \text{ на } r_1 = 1,\ 0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2,$$

$$\Delta = 0 \text{ на } r_1 = 1,\ \pi/2 \leqslant \varphi \leqslant \pi,$$

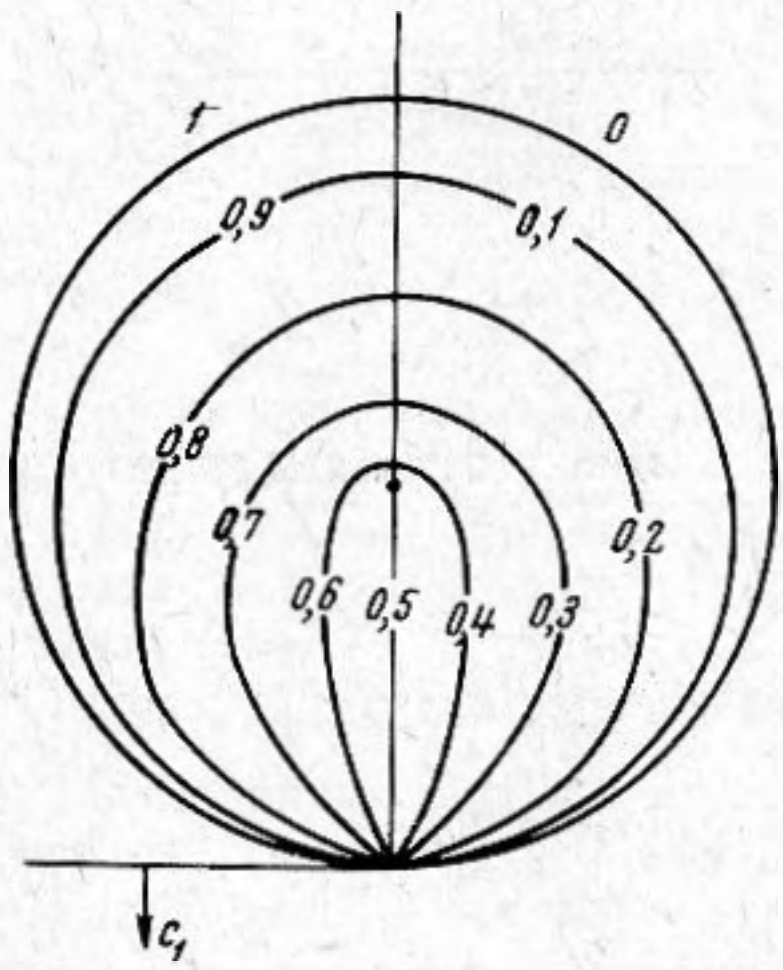
$$\Delta_n = 0 \text{ на } 0 \leqslant r_1 \leqslant 1,\ \varphi = 0,\ \varphi = \pi. \tag{7}$$

Используя принцип симметрии, аналитически продолжаем $f(w)$ на нижнюю половину круга $r_1 \leqslant 1$ в плоскости w. Для данных кусочно-постоянных граничных условий на единичном круге подбираем решение в виде

$$\Delta = \operatorname{Im}\left\{\frac{1}{\pi}\lg\frac{w - e^{i\pi/2}}{w - e^{-i\pi/2}}\right\} - \frac{1}{2}, \tag{8}$$

или в переменных r_1 и φ

$$\Delta = \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{-2r_1\cos\varphi}{r_1^2 - 1} - \frac{1}{2}. \tag{9}$$



Фиг. 4

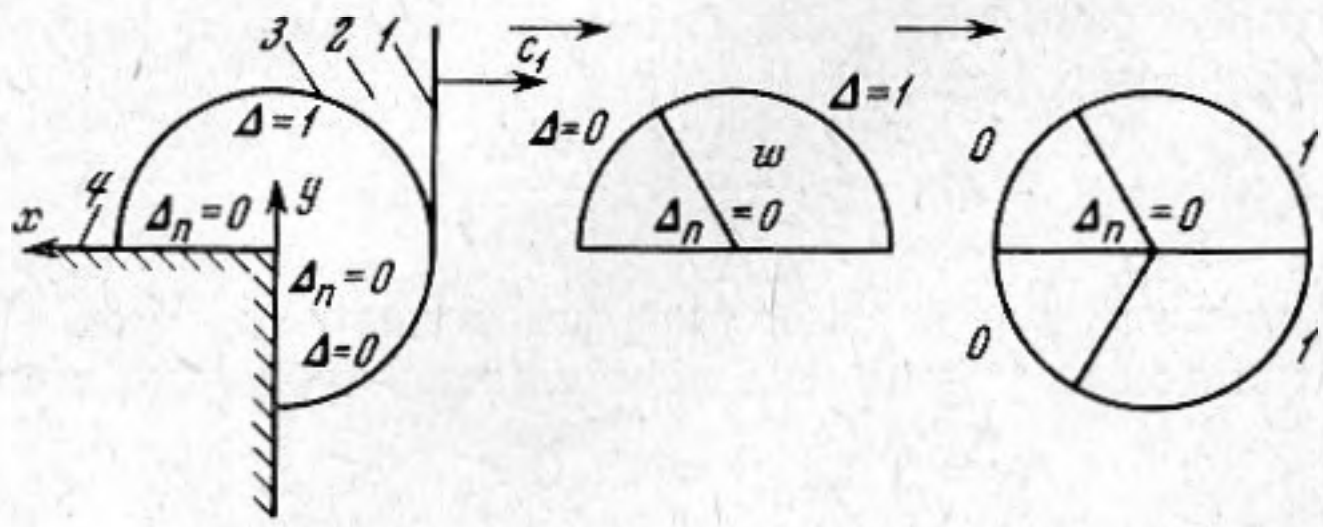
Для перехода к переменным x, y, t удобно пользоваться обратной формой преобразования Буземана:

$$\sigma^2 + \eta^2 = \left(\frac{r}{c_1 t}\right)^2 = \left(\frac{2\rho}{\rho^2 + 1}\right)^2,$$

$$\frac{r}{c_1 t} = \frac{2\rho}{\rho^2 + 1} = \frac{2r_1^2}{r_1^4 + 1},\quad \theta = 2\varphi. \tag{10}$$

Окончательный результат удобно выразить графически в виде поля давления в круге радиуса $r / c_1 / t = 1$. На фиг. 4 построены линии постоянного давления в области дифракционной волны у края канала.

На фиг. 5 показана дифракционная картина у одного края канала при выходе плоской акустической волны в плоское полупространство (см.



Фиг. 5

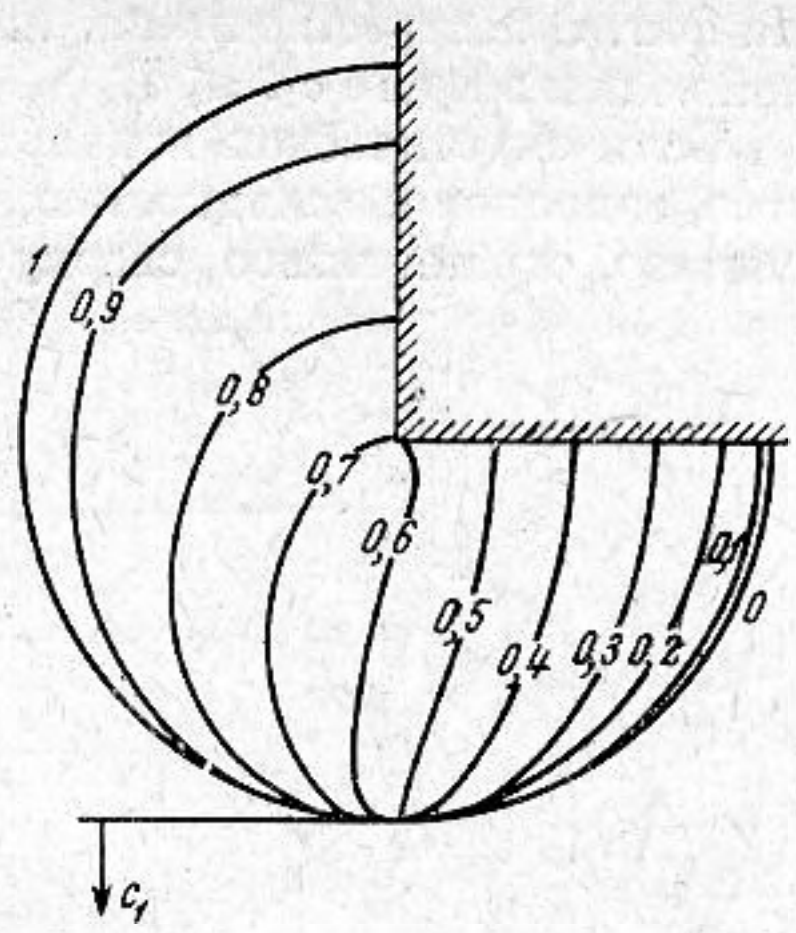
фиг. 1,*б*), построены граничные условия и дана последовательность конформных преобразований при интегрировании уравнения Лапласа (3) в круге. Решение в переменных r_1 и φ получаем в виде

$$\Delta = \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{-0.866(2r_1\cos\varphi + 1)}{r_1^2 + r_1\cos\varphi - 0{,}5} - \frac{2}{3}. \tag{11}$$

Автомодельная переменная r/c_1t и θ связаны r_1 и φ соотношениями:

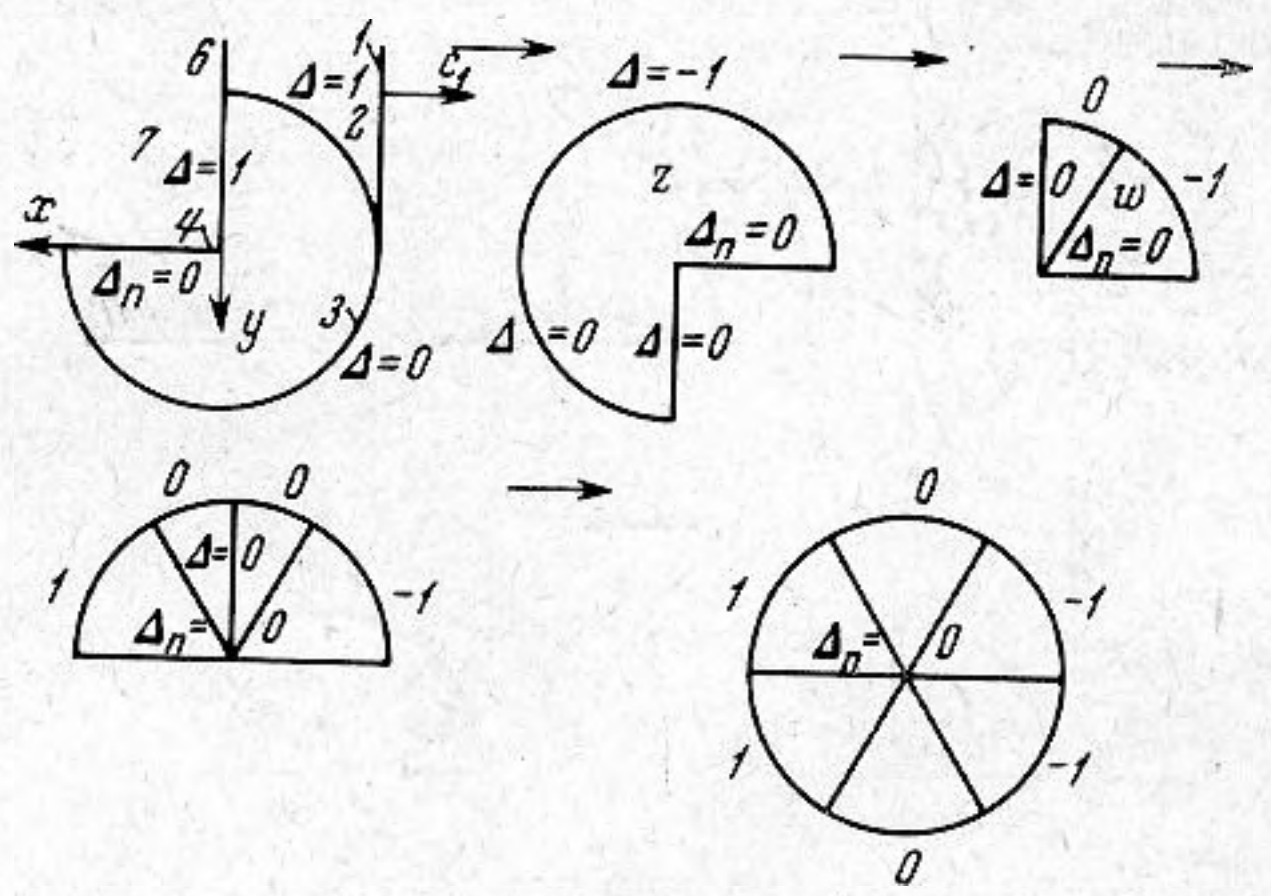
$$\frac{r}{c_1t}=\frac{2r_1^{3/2}}{r_1^3+1},\quad \theta=\frac{3}{2}\varphi. \qquad (12)$$

На фиг. 6 построены линии постоянного давления в области дифракционной волны в круге радиуса $\frac{r}{c_1t}=1$.



Фиг. 6

Если канал заполнен детонационной смесью до самого конца, то при взаимодействии детонационной волны с поверхностью жидкости образовавшаяся слабая ударная волна сразу же дифрагирует у краев канала (см. фиг. 1, *в*). Область дифракционной волны в этом варианте граничит не с жесткой стенкой, как в первом варианте, а со свободной поверхностью. Считаем, что давление на этой поверхности в процессе формирования акустической волны в жидкости поддерживается постоянным и равным $p_1(\Delta=1)$. На фиг. 7 показана дифракционная картина у одного края канала с выходом в пространство,



Фиг. 7

заполненное жидкостью, и последовательность конформных преобразований при интегрировании. Решение получаем в виде

$$\Delta=3-\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{\pi}\lg\frac{w-e^{i\pi/3}}{w-e^{-i\pi/3}}\right\}-\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{\pi}\lg\frac{w-e^{i2\pi/3}}{w-e^{-i2\pi/3}}\right\}, \qquad (13)$$

или в переменных r_1 и φ

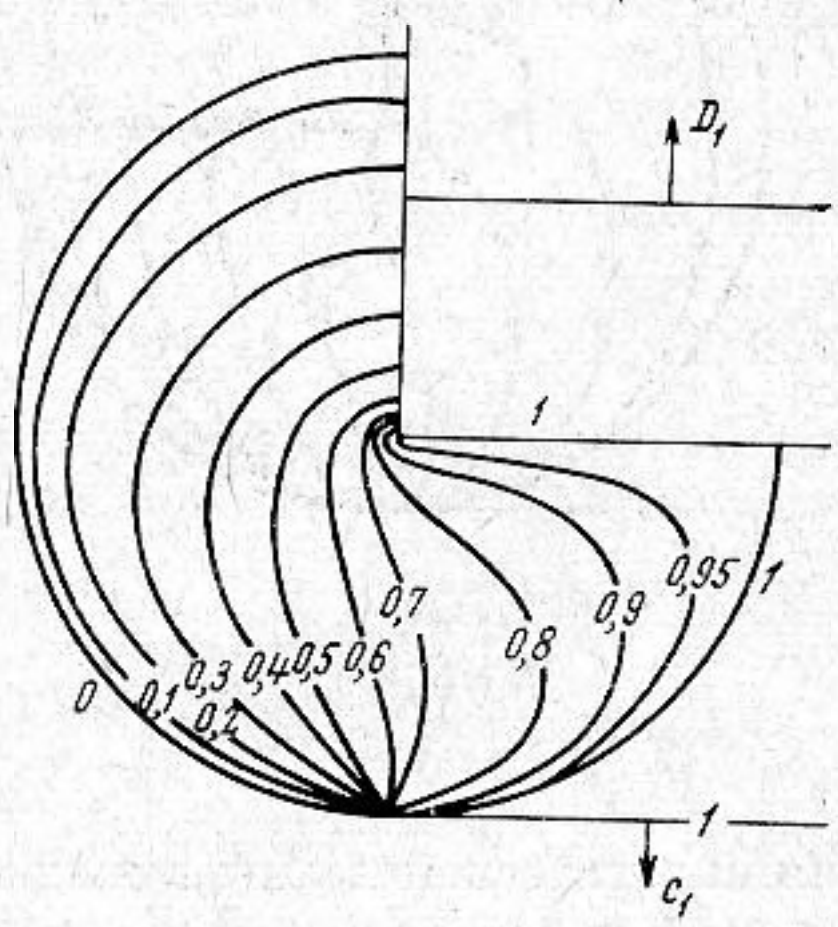
$$\Delta=3-\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{0.876(1-2r_1\cos\varphi)}{r_1^2-0.5(2r_1\cos\varphi+1)}-$$
$$-\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{-0.876(1+2r_1\cos\varphi)}{r_1^2+0.5(2r_1\cos\varphi-1)}. \qquad (14)$$

Автомодельная переменная r/c_1t и θ связаны с r_1 и φ выражениями:

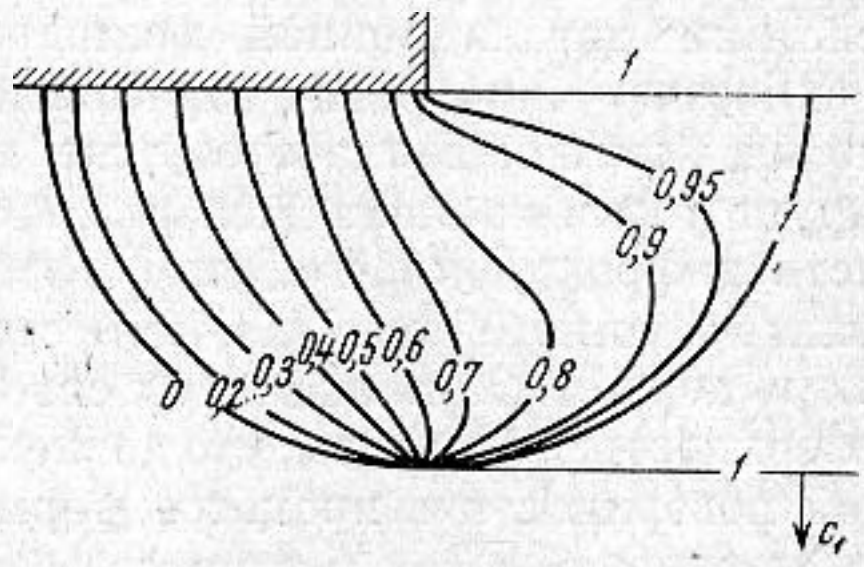
$$\frac{r}{c_1t}=\frac{2r_1^3}{r_1^6+1},\qquad \theta=3\varphi. \qquad (15)$$

На фиг. 8 построены линии постоянного давления в области дифракционной волны в круге $c_1 t \leqslant 1$.

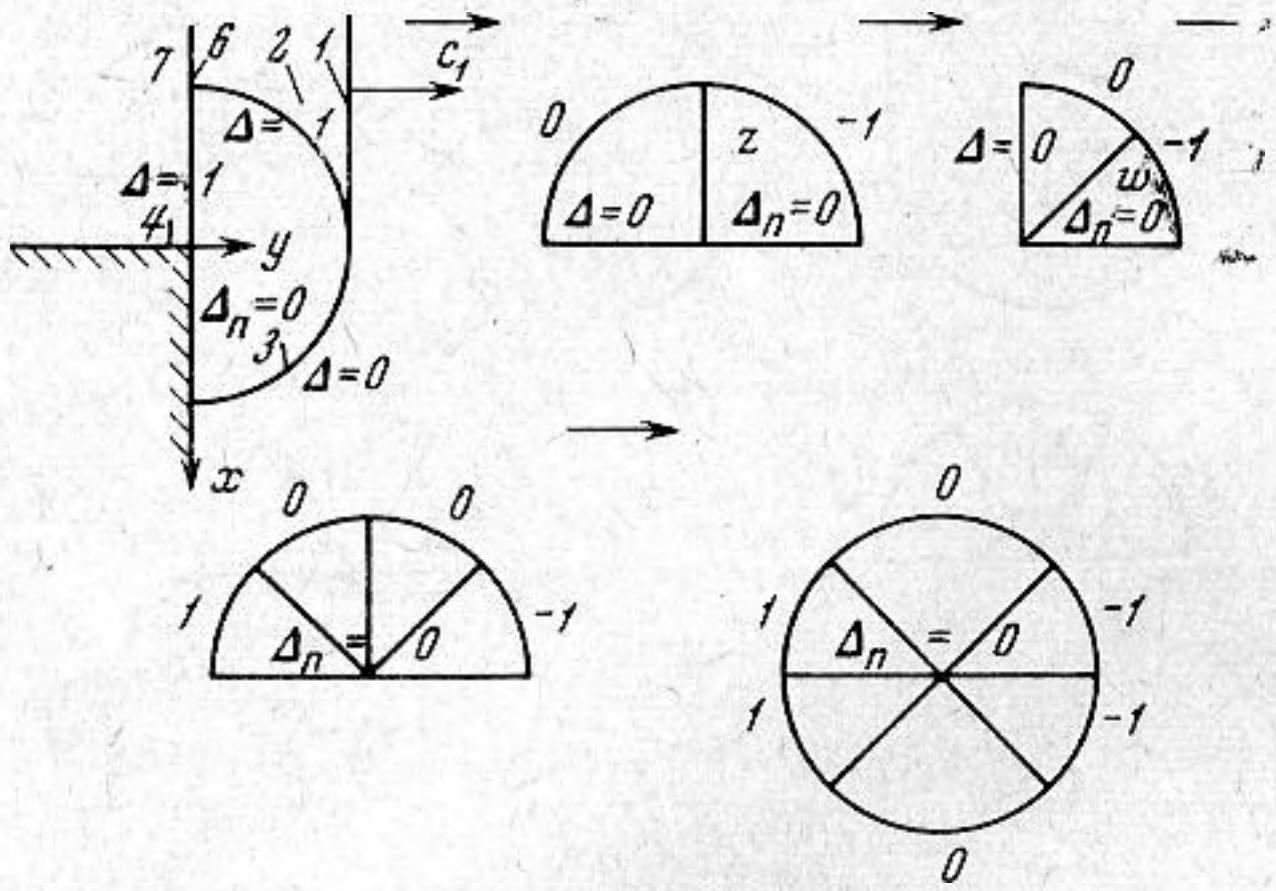
Если акустическая волна при формировании выходит не в пространство, заполненное жидкостью, как в предыдущем случае, а в полупространство, ограниченное сверху жесткой поверхностью (см. фиг. 1, *г*), то



Фиг. 8



Фиг. 10



Фиг. 9

дифракционная картина и последовательность конформных преобразований для этого варианта отличаются от предыдущего варианта (см. фиг. 10). Решение получаем в виде

$$\Delta = 3 - \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{1 - 2r_1\cos\varphi\cdot 0.707}{r_1^2 - 2r_1\cos\varphi\cdot 0.707} - \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{-1 - 2r_1\cos\varphi\cdot 0.707}{r_1^2 + 2r_1\cos\varphi\cdot 0.707}. \quad (16)$$

Автомодельная переменная $r / c_1 t$ и θ связаны с r_1 и φ выражениями:

$$\frac{r}{c_1 t} = \frac{2r_1^2}{r_1^4 + 1}, \qquad \theta = 2\varphi. \quad (17)$$

На фиг. 10 построены линии постоянного давления в области дифракционной волны в круге $r = c_1 t \leqslant 1$.

Полученные дифракционные картины в жидкости автомодельны. Эта автомодельность сохраняется до момента столкновения двух дифракционных волн, движущихся от двух краев канала или до момента взаимодействия дифракционной волны с поверхностью жидкости вне канала.

Рассмотренные выше случаи формирования слабых ударных волн в жидкости в плоском варианте являются модельными. Они дают возможность качественно судить о картине формирования слабых ударных волн в жидкости от газовой детонации в реальных трехмерных вариантах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Евдокимов, Б. Л. Каплан, С. М. Когарко, С. А. Ловля, А. С. Новиков, Л. Н. Солодилов. К вопросу о возбуждении упругих колебаний при детонации газовых смесей под водой. Докл. АН СССР, 1962, **143**, 5.
2. Б. Л. Каплан, С. М. Когарко, П. П. Золотарев, С. А. Ловля, В. В. Майоров, Л. Н. Солодилов. Способ ведения взрывных работ при морской сейсморазведке. Авт. свид. № 129838 от 3. VIII 1959 г. Бюл. изобретений, 1960, 13.
3. К. П. Станюкович. Неустановившееся движение сплошной среды. М., ГТТИ, 1955.
4. J. B. Keller, A. Blank. Diffraction and refrection of pulses by wedges and corners. Comm. on Pure and Appl. Mathem. 1951, **4**, 1, 75.
5. J. Ligthill. The diffraction of blast, I. Proc. Roy. Soc., A, 1949, **198**, 1055, 454.
6. Г. Ф. Лудлоффф. Аэродинамика взрывных волн. Сб. «Пробл. механики» М., ИЛ., 1955.
7. Д. Е. Левит. Определение поля давлений при дифракции относительно клина. Инженер. ж., 1962, **2**, 2, 379.
8. А. Я. Сагомонян. Пространственные задачи по неустановившемуся движению сжимаемой жидкости. Вестн. МГУ, 1962.
9. А. А. Харкевич. Неустановившиеся волновые явления. М., ГТТИ, 1950.

Институт химической физики АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
12 апреля 1965 г.