АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 2

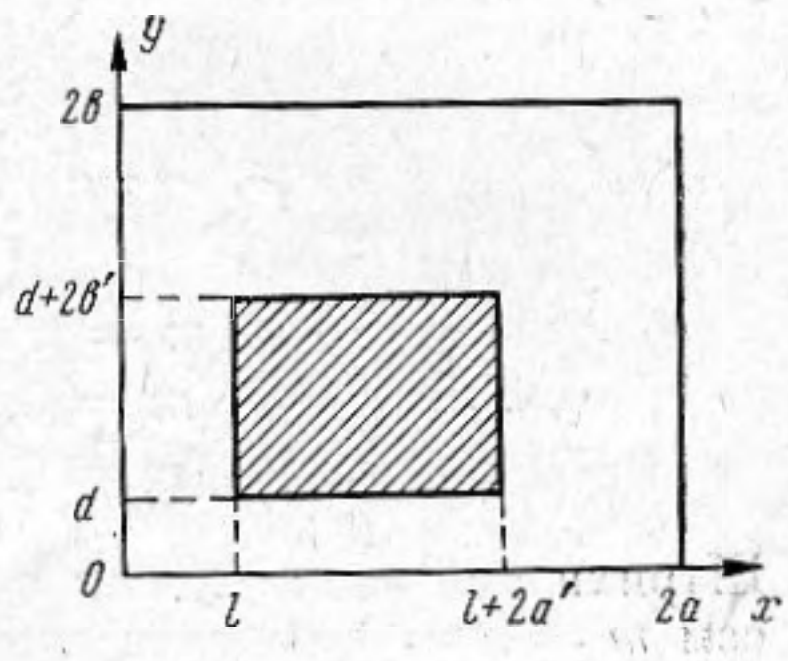
УДК 534.833.532

К ВОПРОСУ О КРАЕВОМ ЭФФЕКТЕ

О. А. Болдарева, К. А. Велижанина

Решена задача о влиянии краевого эффекта на величину коэффициента звукопоглощения, если исследуемый материал в виде образца в форме круга, прямоугольника или полосы расположен на жесткой стенке, замыкающей волновод. Показано, что в зависимости от знака реактивной компоненты импеданца материала возможно как увеличение, так и уменьшение коэффициента звукопоглощения. Теоретические расчеты подтверждаются экспериментом.

Известно, что результаты измерения коэффициента звукопоглощения методом акустического интерферометра и в реверберационной камере отличаются друг от друга. При измерениях в камере результаты зависят как от расположения образца, так и от его размеров, что обусловлено так называемым краевым эффектом. Вопросу исследования краевого эффекта посвящено много работ, краткий обзор которых дан, например, Брюдженом [1]. Для оценки краевого эффекта Костен [2] предложил представлять коэффициент звукопоглощения ограниченного образца в виде $\alpha = \alpha_\infty + b\varepsilon$, где α_∞ — коэффициент звукопоглощения образца вдали от границ, ε — относительная длина свободного края (отношение периметра к площади), b — некоторый коэффициент, зависящий от частоты и импеданца слоя материала. Брюджен [1] нашел выражение для коэффициента b в случае падения звука на границу между импеданцной и жесткой полуплоскостями и получил качественное согласие с данными Кюля [3] и Вольде [4]. Однако полученные им формулы чрезвычайно сложны.



Фиг. 1

Нами поставлена задача дать количественную оценку влияния краевого эффекта при измерениях в малой камере, представляющей собой полый параллелепипед с жесткими стенками, в котором возбуждаются те моды, когда колебания совершаются параллельно одной из граней [5]. Исследуемый материал или конструкция располагается на одной из стенок так, чтобы волна падала нормально. Если материал покрывает стенку частично, то результаты обычно отличаются от полученных на интерферометре. Количественные оценки краевого эффекта необходимы также при сравнении эффективности объемных поглотителей и плоских образцов равной площади [6].

Будем решать задачу, рассматривая камеру как прямоугольную трубу с сечением $S = 2a \cdot 2b$. В начальном сечении трубы при $z = 0$ помещается жесткая стенка, часть которой покрыта звукопоглощающим материалом площади S' (см. фиг. 1). Используя метод нормальных волн [7], напишем

потенциал скоростей падающей нормально на стенку звуковой волны в виде

$$\Phi = Ae^{j(\omega t - kz)} \tag{1}$$

и отраженной волны

$$\Phi_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b} e^{j(\omega t + k_p z)}, \tag{2}$$

где $k_m = m\pi / 2a$, $k_n = n\pi / 2b$ — волновые числа колебаний поперек, а k_p — вдоль оси трубы; $k_m^2 + k_n^2 + k_p^2 = k^2$, $k = \omega / c$. Граничные условия на перегородке в начальном сечении будут:

$$U = \begin{cases} p/Z|_{z=0} \\ 0 \end{cases} \quad \text{при} \quad \begin{cases} l < x < l + 2a' \\ d < y < d + 2b', \end{cases}$$

$$\text{при} \quad \begin{cases} x < l \quad x > l + 2a' \\ y < d \quad y > d + 2b'. \end{cases}$$

Откуда для коэффициентов B_{mn} получаем выражения:

$$B_{00} = \frac{ZS + S'(G-1)}{ZS + S'(G+1)} A, \qquad B_{mn} = -\frac{kF_{mn} 2S}{k_p \gamma_{mn} \{ZS + (G+1)S'\}} A.$$

Здесь $Z = Z_1 / \rho c$ — безразмерный удельный акустический импеданц бесконечно протяженного поглотителя в долях волнового сопротивления воздуха ρc,

$$G = \sum_{m=0}^{\infty}{}' \sum_{n=0}^{\infty}{}' \frac{k}{k_p} \frac{F_{mn}^2}{\gamma_{mn}},$$

$$F_{mn} = \frac{1}{S} \int_0^{l+2a'} \int_d^{d+2b'} \cos \frac{m\pi}{2a} x \cos \frac{n\pi}{2b} y \, dy \, dx, \tag{3}$$

$$\gamma_{mn} = \begin{cases} 1 \ (m = n = 0) \\ 1/2 \ (m = 0, \ n \neq 0; \ m \neq 0, \ n = 0) \\ 1/4 \ (m \neq 0, n \neq 0). \end{cases}$$

Штрихи при знаке суммы в выражении (3) означают, что член с индексом $m = n = 0$ выделен и при суммировании не учитывается. Для коэффициента отражения по давлению мы получаем выражение:

$$r_p = \frac{ZS - (G+1)S'}{ZS + (G+1)S'} = \frac{Z - (G+1)\eta}{Z + (G+1)\eta}; \qquad \eta = \frac{S'}{S}. \tag{4}$$

Если материал заполняет всю стенку, то $S' = S$; $G = 0$, и для коэффициента отражения r_p мы получаем обычное выражение $r_p = (Z - 1) / (Z + 1)$.

Формула (4) позволяет численно оценивать краевой эффект для различных случаев, если известно значение F_{mn}. Значение F_{mn} можно рассчитать, например, для прямоугольного поглотителя, расположенного несимметрично на прямоугольной жесткой стенке из соотношения

$$F_{mn} = \frac{\sin \frac{m\pi a'}{2a} \sin \frac{n\pi b'}{2b}}{\frac{m\pi}{2a} a' \frac{n\pi}{2b} b'} \cos \frac{m\pi}{2a} (l + a') \cos \frac{n\pi}{2b} (d + b').$$

Для круглого образца, ось которого совпадает с осью прямоугольной трубы,

$$F_{mn} = \frac{2}{r_1} I_1(r_1); \qquad r_1 = \pi r_0 \sqrt{(m/2a)^2 + (n/_2 b)^2},$$

где r_0 — радиус образца [8].

Более подробно нами был рассмотрен краевой эффект в случае полоски звукопоглощающего материала, расположенной симметрично на жесткой перегородке в прямоугольной трубе. Тогда

$$F_{mn} = F_{m0} = \frac{\sin m\pi\eta}{m\pi\eta}, \qquad \text{где} \qquad \eta = a'/a$$

и выражение для ряда G будет значительно проще:

$$G = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\sin m\pi\eta}{m\pi\eta}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1-(m\lambda/2a)^2}}. \tag{5}$$

На фиг. 2 показаны значения реактивной части ряда $G(G_j)$ (2, *а*) и активной (G_r) (2, *б*) в зависимости от частоты, рассчитанные для различных η.

На фиг. 3, *а* показаны результаты расчета коэффициента звукопоглощения в зависимости от η для слоя с частотной зависимостью импеданца, указанной на фиг. 3, *б* (микролит толщиной в 2 *см*), расположенного в виде симметричной полосы на жесткой прямоугольной стенке. Из графиков фиг. 3, *а* (кривая *1* $f = 688$ *гц*, *2* — 1032, *3* — 1376 *гц*) видно, что при малых η ($\eta < 0{,}1$) коэффициент звукопоглощения мал, так как в этом случае в выражении (4) величина $(G+1)\eta$ мала по сравнению с Z и коэффициент отражения будет по величине близок к единице. Если материал заполняет всю стенку ($\eta = 1$), величина коэффициента звукопоглощения совпадает со значением, полученным на интерферометре при данной частоте (прямые линии). Для остальных значений η коэффициент звукопоглощения будет больше, нежели в случае безграничного образца. При этих расчетах реактивная часть Y удельного импеданца слоя была отрицательна. В случае положительного реактанса слоя, как показывают расчеты, для всех значений η, меньших единицы, коэффициент звукопоглощения будет меньше значений, полученных для безграничного образца (фиг. 4). Расчет выполнен для частоты 1900 *гц*. Это можно объяснить, исходя из следующего: напишем формулу (4) в виде

$$r_p = \frac{R + jY - [G_r + jG_j + 1]\eta}{R + jY + [G_r + jG_j + 1]\eta}, \tag{4а}$$

$$r_p = \frac{\sqrt{[R-(G_r+1)\eta]^2 + [Y - G_j\eta]^2}}{\sqrt{[R+(G_r+1)\eta]^2 + [Y + G_j\eta]^2}} e^{j2\delta} = re^{j2\delta}, \tag{4б}$$

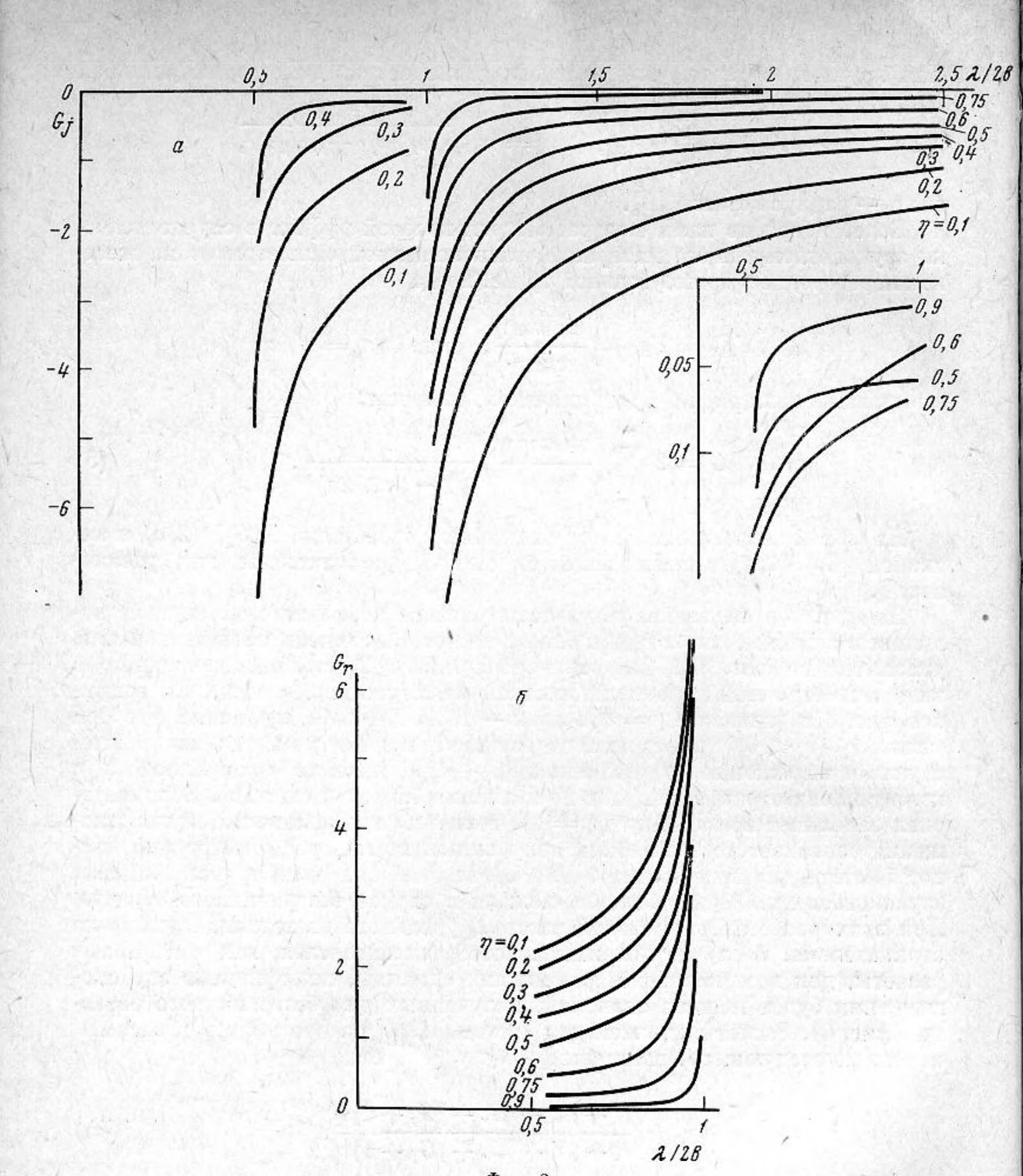
где $2\delta = \varphi_1 - \varphi_2$, а $\varphi_1 = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{Y - G_j\eta}{R - (G_r+1)\eta}$, $\varphi_2 = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{Y + G_j\eta}{R + (G_r+1)\eta}$.

Поскольку $\alpha = 1 - r^2$, то полное поглощение будет иметь место при условии

$$R = (G_r + 1)\eta, \tag{6а}$$

$$Y = G_j\eta. \tag{6б}$$

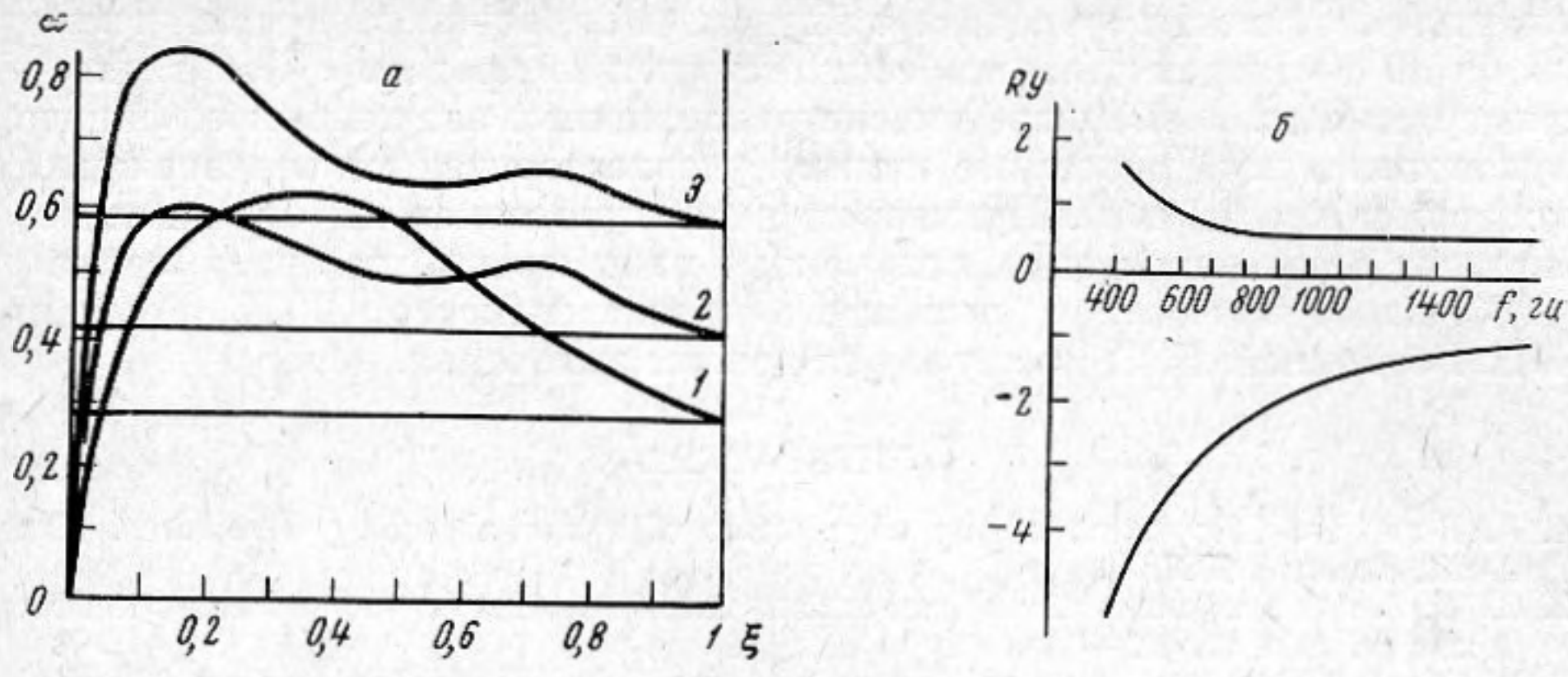
Как видно из фиг. 2, величина G_j — отрицательна, поэтому необходимо, чтобы реактивная компонента импеданца была также отрицательной. Если же условия (6а) и (6б) не удовлетворяются, но реактивная компонента



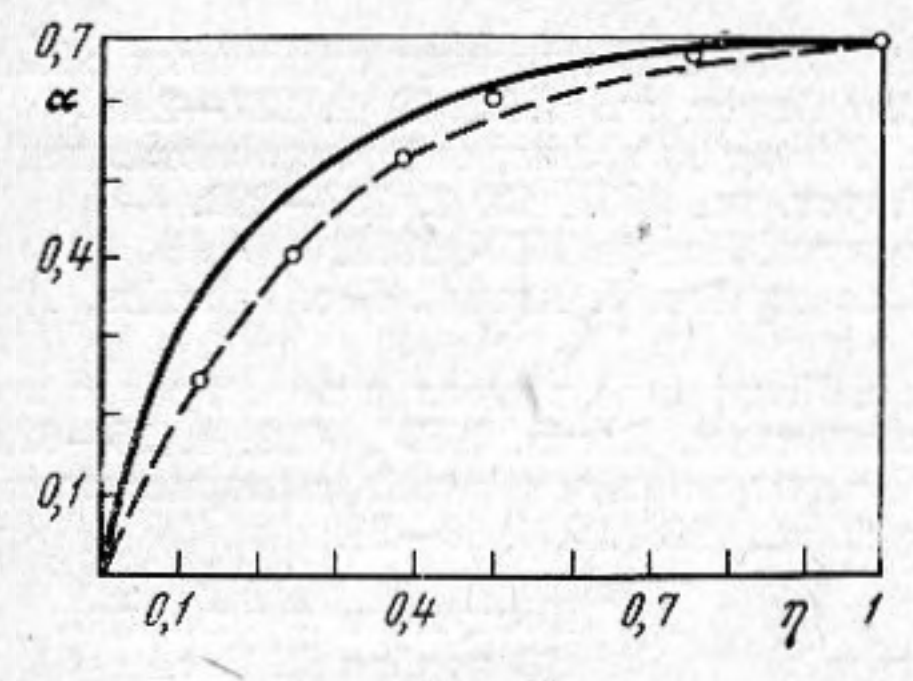
Фиг. 2

импеданца слоя отрицательна — опять коэффициент звукопоглощения ограниченного образца будет больше, нежели безграничного (как это видно из формулы (4б)). При положительном Y коэффициент звукопоглощения должен уменьшаться, но заметное уменьшение будет только в области сравнимых значений G_j и Y.

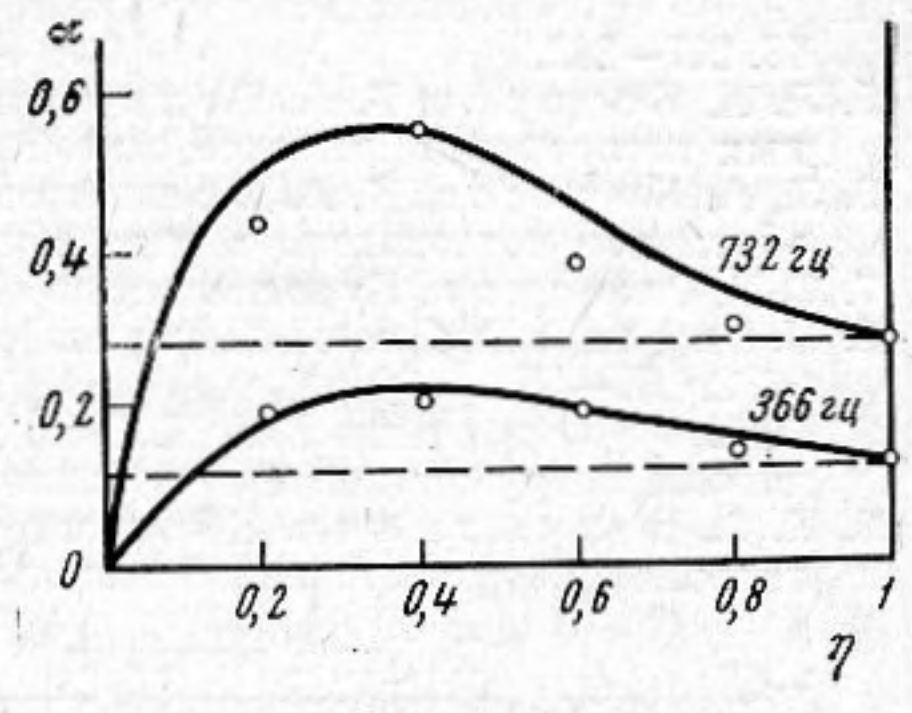
В свете вышеизложенного ясно, что при использовании звукопоглощающего материала не в виде сплошного слоя, а в виде отдельных кусков или полос, расположенных на жесткой стенке (как это делают на практике), характеристика звукопоглощения должна улучшаться в области низких частот. Действительно, в этом случае в импеданце доминирующую роль играет упругость, т. е. он имеет большой отрицательный реактанс. Для материала в виде кусков или полос вследствие дифракции реактивная компонента уменьшается и коэффициент звукопоглощения возрастает.



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Правильным подбором расстояния между кусками и величины их (т. е. выбором при данной частоте величин $2b$, $2a$ и η) можно значительно улучшить частотную характеристику. Однако этот вопрос требует дополнительных исследований. Величину изменения коэффициента звукопоглощения вследствие краевого эффекта можно определить и из формулы для входного импеданца слоя звукопоглощающего материала, плотно покрытого перфорированной панелью [8, 9]. Так, для щелевой перфорации безразмерный удельный импеданц будет

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\sigma\delta}{\eta\rho c} + j\frac{\omega}{c\eta}[l_0 + (1+m)\delta] + Z_l, \tag{7}$$

где Z_l — импеданц слоя, σ — сопротивление на продувание, m — структурный фактор материала, из которого изготовлен слой [10], δ — поправка на один конец, возникающая вследствие наличия присоединенной массы и равная для щели, например:

$$2\delta = 2b' \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin n\pi\eta}{n\pi\eta}\right]^2 1/jk_p.$$

Рассчитывая импеданц на единицу площади щели, мы получаем то же самое значение r_p, что и по формуле (4). Следует отметить, что формула (7) справедлива только при условии $\lambda_n \ll l$, где λ_n — длина волны моды (n), а l — толщина слоя.

Экспериментальная проверка теоретических расчетов проводилась в малой камере размером $(30 \times 40 \times 50)$ *см*³. Коэффициент звукопоглощения, как известно, определяется из измерений ширины резонансной кривой пустой камеры и камеры с поглотителем [5]. Полоски из звукопо-

глощающих материалов располагались симметрично на жесткой стенке так, что поверхности совпадали с внутренней поверхностью стенки камеры (для чего в стенках делались соответствующие прорези). Как видно, например, из фиг. 4 и 5, теоретически рассчитанные значения коэффициента звукопоглощения (сплошные линии) удовлетворительно подтверждаются экспериментом (точки). Пунктиром на фигуре показаны значения коэффициента звукопоглощения, полученные из измерений на интерферометре.

В заключение авторы выражают признательность С. Н. Ржевкину, Н. Н. Ворониной, В. С. Нестерову за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Bruijn. Calculation of the edge effect of sound absorbing structures. Thesis, Delft, Holland, 1967.
2. C. W. Kosten. International comparison measurements in the reverberation room. Acustica, 1960, 10, 400—401.
3. W. Kuhl. Der Einfluss der Kanten auf der Schallabsorption poröser Materialen. Acustica, 1961, 10, 264—276.
4. T. Wolde. Measurements on the edge effect in reverberation rooms. Acustica, 1967, 18, 207—212.
5. Л. А. Борисов, К. А. Велижанина. Способ исследования одиночных объемных поглотителей методом малой камеры. Акуст. ж., 1967, 13, 2, 287—289.
6. Л. А. Борисов, К. А. Велижанина. Расчет коэффициента звукопоглощения объемного поглотителя в виде сферы. Акуст. ж., 1967, 13, 2, 283—292.
7. С. Н. Ржевкин. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1962.
8. U. Ingard. Perforated facing and sound absorption. J. Acoust. Soc. America, 1954, 26, 2, 151—154.
9. К. А. Велижанина, Н. Н. Воронина. Излучение в щели в перегородке волновода, нагруженного произвольным импеданцем. Вестн. МГУ, 1969, 1, 55—62.
10. К. А. Велижанина. К вопросу о расчете звукопоглотителей из пористого материала с перфорированной панелью. Акуст. ж., 1968, 14, 1, 50—56.

Кафедра акустики
Московского государственного университета

Поступила в редакцию
13 ноября 1968 г.