АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 2

УДК 534.232

К ВОПРОСУ О РЕЗОНАНСНОЙ ГИПОТЕЗЕ МЕХАНИЗМА ГЕНЕРАЦИИ ЗВУКА ИЗЛУЧАТЕЛЕМ ГАРТМАНА

Ю. Я. Борисов

Предложен метод расчета частоты звука, генерируемого излучателем гартмановского типа, основанный на предположении о том, что резонансным элементом генератора является часть струи между отсоединенным скачком уплотнения и дном отражателя. Проведено сопоставление расчетных значений частоты с экспериментальными данными.

В настоящее время существуют две гипотезы о механизме генерации звука газоструйным излучателем, работающим в режиме истечения газа при давлениях выше критического. Гартман [1] предложил релаксационную теорию генерации, которая в конечном счете пренебрегает существованием в струе отсоединенного скачка уплотнения, возникающего при ее торможении. Однако Гартман отмечал то обстоятельство, что реально наблюдающиеся частоты оказываются по крайней мере на 10% ниже, чем расчетные значения, вытекающие из релаксационной теории. Так формула собственной частоты цилиндрического резонатора

$$f = \frac{c}{4(h+0{,}3d_{\text{р}})} \tag{1}$$

(где c — скорость звука в рабочем газе) для излучателя, у которого глубина резонатора h равна его диаметру $d_{\text{р}}$ и диаметру сопла $d_{\text{с}}$, позволяет рассчитать длину излучаемой звуковой волны

$$\lambda = 5{,}2\ d_{\text{с}}. \tag{2}$$

Однако минимальная длина волны, излучаемая при работе генератора, определяется выражением [1]

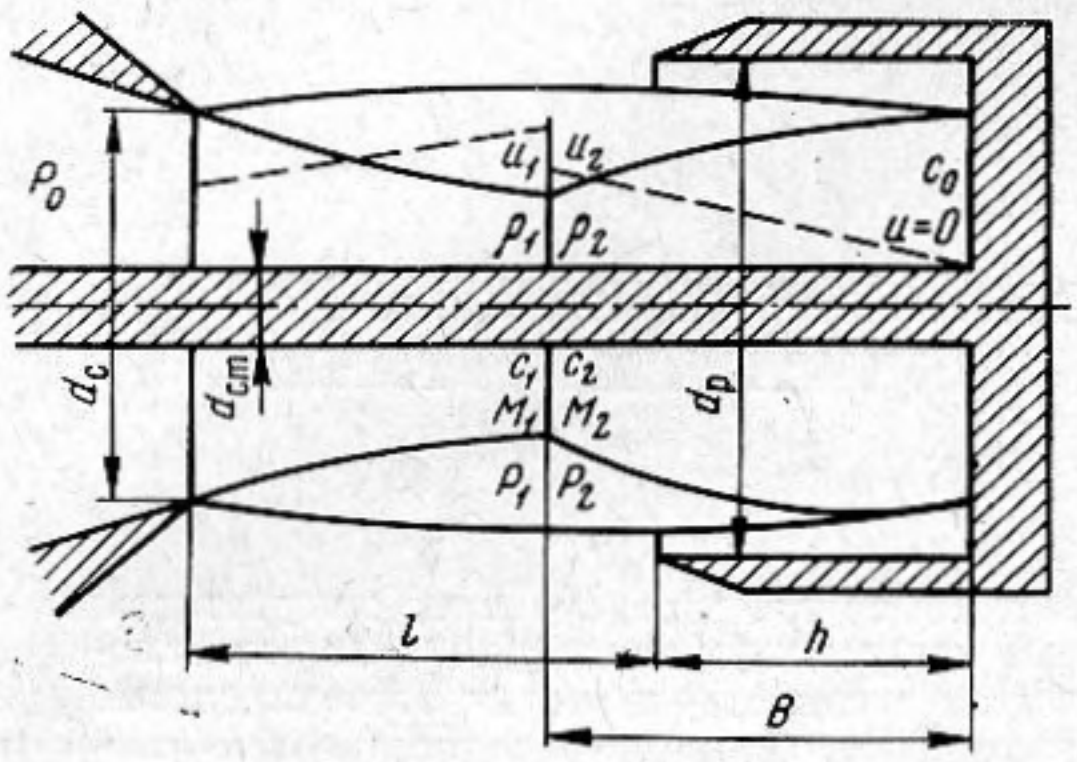
$$\lambda_{\min} = 5{,}8\ d_{\text{с}}. \tag{3}$$

При изменении расстояния между соплом и резонатором l это различие между собственной частотой резонансной камеры и частотой звука может достигать 25—30%. В соответствии с этим эмпирические формулы для вычисления частоты генерации содержат, кроме указанных параметров, также и величину l. В частности, для наиболее общего случая работы стержневого генератора со стержнем диаметром $d_{\text{ст}}$ (при рабочем давлении $P_0 = 3$ *ати*) формула для частоты имеет вид [2]

$$f = \frac{c}{4[h + 0{,}4l + (d_{\text{р}} - d_{\text{ст}})(0{,}4 - 0{,}2h/d_{\text{с}})]}. \tag{4}$$

Из этого следует, что генератор работает на частоте, определяемой не одним лишь резонатором, но также и некоторой частью входящей в него струи.

Мерх [3] предложил другую гипотезу о механизме генерации звука при торможении сверхзвуковой струи стенкой (частный случай генератора Гартмана с вырожденным резонатором); эту гипотезу будем называть резонансной. Новая теория исходит из предположения, что резонансным элементом в генераторе гартмановского типа является часть струи с дозвуковым течением между отражающей стенкой и отсоединенным скачком уплотнения. Не рассматривая самого механизма нарастания колебаний, Мерх полагает, что генерация возникает вследствие наличия флюктуаций давления в струе, которые усиливаются с помощью указанной резонансной системы.



Фиг. 1

Рассмотрим способ расчета собственной частоты резонансной системы в виде части тормозящейся струи за скачком уплотнения, что является решающим с точки зрения резонансной гипотезы. Для простоты предположим, что скорость струи между отсоединенным скачком и препятствием (дном резонатора) изменяется линейно в зависимости от координаты (фиг. 1). При выводе формулы воспользуемся следующими обозначениями: $M = u / c$ — число Маха, u — скорость газового потока, ρ — плотность газа, $\gamma = C_p / C_v$ — отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме. B — расстояние между скачком уплотнения и отражающей стенкой. Индексы 1 соответствуют параметрам газа перед скачком уплотнения, 2 — за скачком. Индексы 0 означают, что данные параметры относятся к неподвижной среде.

Отношение плотностей газа за и перед скачком уплотнения выражается зависимостью [4]

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2}{(\gamma - 1) M_2^2 + 2}. \tag{5}$$

Так как $M_2 < M_1$ (за скачком скорость дозвуковая, а перед ним сверхзвуковая) $\rho_2 > \rho_1$. Если учесть, что

$$\frac{c_2^2}{c_1^2} = 1 + \frac{2(\gamma - 1)(\gamma M_1^2 + 1)(M_1^2 - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_1} > 1, \tag{6}$$

то $\rho_1 c_1 < \rho_2 c_2$ и границу в виде скачка уплотнения (со стороны зоны тормозящейся струи) можно считать мягкой. Кроме того, так как $u_1 > c_1$ ($M_1 > 1$), то звуковые возмущения не могут распространяться навстречу потоку перед скачком; поэтому для возмущений, движущихся через скачок уплотнения, $c_1 = 0$, вследствие чего эту границу можно рассматривать как абсолютно мягкую.

Таким образом, пространство между скачком и отражающей стенкой представляет собой четвертьволновый цилиндрический резонатор с одной жесткой и одной мягкой границами.

Для простоты расчетов будем полагать, что скорость газа в струе изменяется лишь вдоль оси и не изменяется в радиальном направлении и что скорость звука так же, как и скорость потока, линейно снижается от значения c_2 за скачком до c_0 в полностью заторможенном потоке. Тогда средние значения скорости потока и скорости звука в промежутке между скачком и стенкой будут

$$u_{\text{ср}} = \frac{u_2}{2}; \qquad c_{\text{ср}} = \frac{c_2 + c_0}{2}, \tag{7}$$

Местная скорость звука в движущейся среде определяется выражением [4]:

$$c_2 = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} u_2. \tag{8}$$

Подставляя в (8) $u_2 = M_2 c_2$, получим

$$c_2 = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2 c_2. \tag{9}$$

После преобразований скорость звука за скачком определяется выражением:

$$c_2 = c_0 \left[1 + \frac{\frac{\gamma - 1}{2} M_2}{1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_2} \right], \tag{10}$$

а средняя скорость звука в пространстве между скачком и отражающей стенкой

$$c_{\text{ср}} = \frac{c_0}{2} \left[2 + \frac{M_2}{\frac{2}{\gamma - 1} - M_2} \right]. \tag{11}$$

Средняя скорость потока на том же участке

$$u_{\text{ср}} = \frac{c_0 M_2}{2 - (\gamma - 1) M_2}. \tag{12}$$

Время, необходимое для достижения возникшим возмущением, движущимся от скачка вниз по потоку, жесткой стенки

$$\tau_1 = \frac{B}{c_{\text{ср}} + u_{\text{ср}}}. \tag{13}$$

Подставляя выражения (11) и (12) в формулу (13), получим

$$\tau_1 = \frac{B}{c_0 \left[1 + \frac{M_2}{2\left(\frac{2}{\gamma - 1} - M_2\right)} \right] + \frac{c_0 M_2}{2 - (\gamma - 1) M_2}}. \tag{14}$$

Для воздуха $\gamma = 1{,}4$; тогда, вводя обозначение

$$\psi = \frac{M_2}{10 - 2M_2}, \tag{15}$$

выражение (14) преобразуется к виду

$$\tau_1 = \frac{B}{c_0 [1 + 6\psi]}. \tag{16}$$

Аналогичным образом можно показать, что время, необходимое для того, чтобы возмущение, двигаясь обратно против потока от препятствия к скачку, вернулось назад, будет

$$\tau_2 = \frac{B}{c_{\text{ср}} - u_{\text{ср}}} = \frac{B}{c_0 [1 - 4\psi]}, \tag{17}$$

тогда

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{2B(1 + \psi)}{c_0 (1 + 6\psi)(1 - 4\psi)} \tag{18}$$

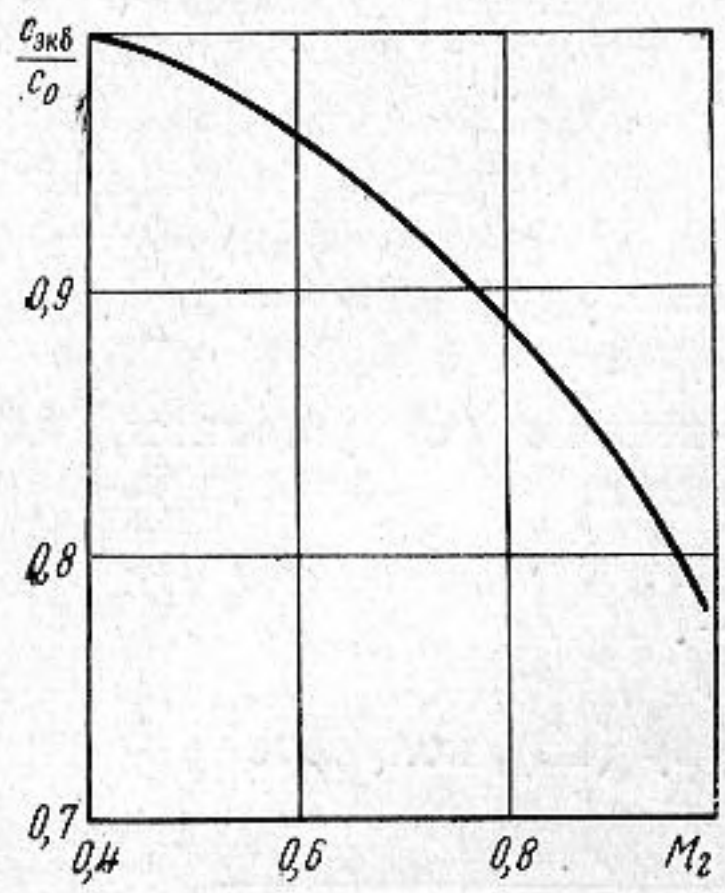
и эквивалентная средняя скорость движения возмущения, отнесенная к скорости звука в неподвижной среде, составляет

$$\frac{c_{\text{экв}}}{c_0} = \frac{(1+6\psi)(1-4\psi)}{1+\psi}. \tag{19}$$

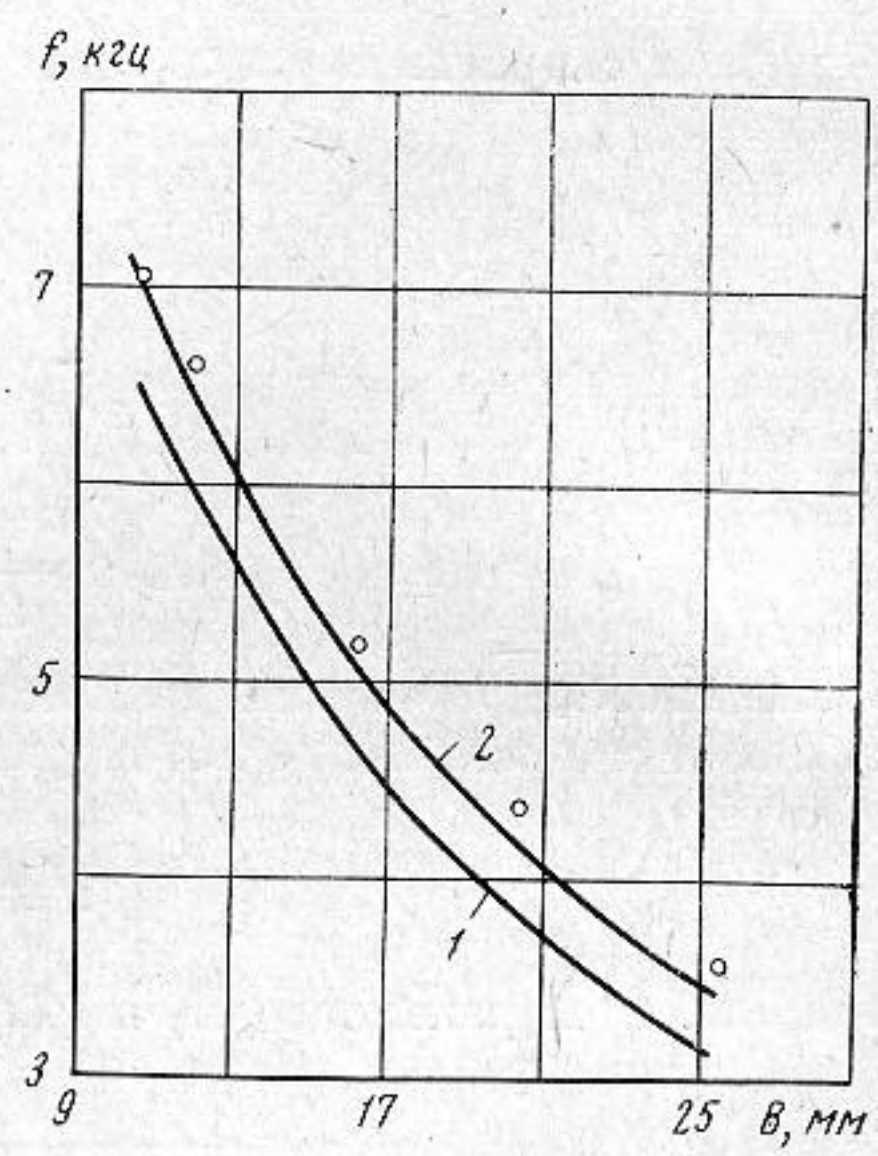
Полученная зависимость $c_{\text{экв}} / c_0$ от M_2 приведена на фиг. 2. Частота генерации может быть вычислена по формуле

$$f = \frac{c_{\text{экв}}}{4B}. \tag{20}$$

Для реальных режимов работы генератора Гартмана число Маха за скачком может изменяться в пределах от 0,5 до 0,98, при этом $c_{\text{экв}} = (0{,}98 \div 0{,}78)\, c_0$. При случае $M_2 = 1$, который может быть достигнут при сверхкритическом давлении, но при близком расположении резонатора к соплу, поток, вследствие большого противодавления в резонаторе, становится дозвуковым и скачок уплотнения исче-



Фиг. 2



Фиг. 3

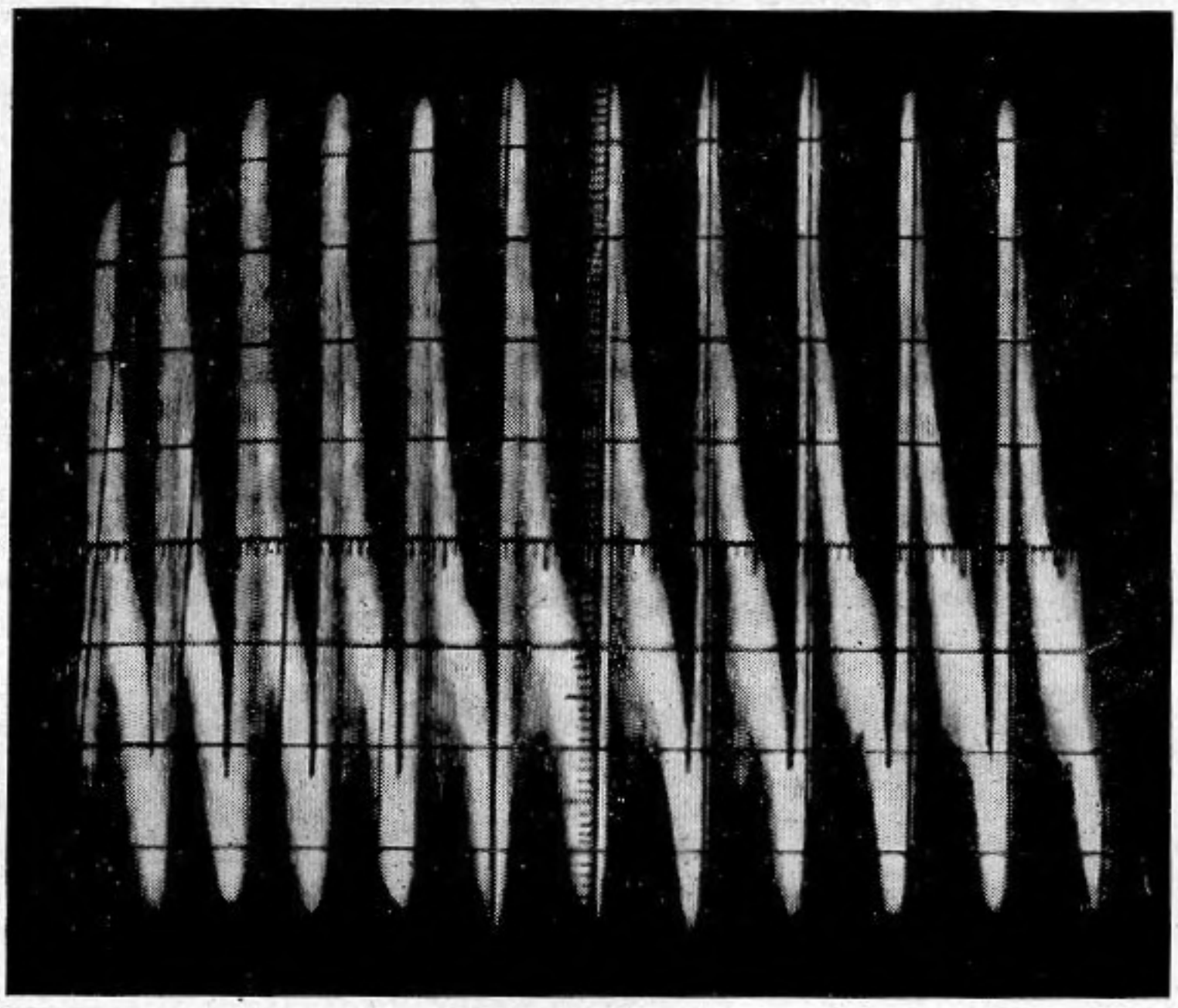
зает. Поэтому, уже начиная с расстояний l, при которых $M_2 > 0{,}98$, генерация срывается. При удалении резонатора на расстояние, при котором торможение потока происходит с образованием скачка уплотнения, генерация восстанавливается. Полученные нами зависимости начала возникновения генерации хорошо согласуются с резонансной теорией механизма звукообразования.

Резонансный характер возбуждения подтверждается также зависимостью рабочей частоты от давления сжатого газа. При уменьшении величины M_2 (т. е. при увеличении M_1) скорость движения возмущений увеличивается (фиг. 2), что приводит к повышению собственной частоты резонансной системы. Поэтому при увеличении давления воздуха частота звука, создаваемого газоструйным излучателем, повышается.

Для вычисления частоты по формуле (20) необходимо определить величины B и M_2; однако, расчетным образом их получить затруднительно, так как отход скачка от препятствия может быть определен лишь численным методом. Поэтому при проверке резонансной гипотезы о механизме генерации звука мы определяли указанные величины с помощью пневмометрической трубки, измеряющей статическое давление вдоль струи. Значение M_2 определялось на основании известных величин P_0 и P_1 по газодинамическим таблицам (например, работа [4]).

Расчет по формуле (20) показал хорошее совпадение с экспериментально наблюдаемыми частотами для излучателей с плоской отражающей стенкой (случай вырожденного резонатора с $h = 0$), когда излучаемая мощность невелика. В этом случае случайно возникшие возмущения нарастают за несколько периодов до слабой ударной волны, частота колебаний которой соответствует собственной частоте рассмотренной нами резонансной системы.

Когда излучатель работает в режимах, близких к оптимальному (при использовании резонансной камеры с $h \neq 0$), возможно появление умеренно сильных ударных волн, интенсивность которых достигает 20% и даже больше. В этом случае эксперимент дает частоты, превышающие рас-



Фиг. 4

четные величины. На фиг. 3 кривая *1* соответствует расчетным значениям частоты для излучения, характеризуемого следующими размерами: $d_c = 13$, $d_{ст} = 5$, $d_p = 18$ *мм* при $P_0 = 3$ *ати*, $h = 5{,}9 \div 14{,}6$ *мм*. Кружками показаны экспериментальные значения частоты.

Расхождение расчетных и опытных данных объясняется тем, что при вычислении $c_{экв}$ мы предполагали, что возмущения в струе распространяются со скоростью звука, т. е. со скоростью распространения волн малой амплитуды. В действительности же при хорошей настройке генератора в струе возникают волны, профиль которых соответствует пилообразному закону (на фиг. 4 приведена осциллограмма пилообразной волны, наблюдающейся внутри резонатора; измерения проводились миниатюрным пьезодатчиком). Такие ударные волны имеют скорость распространения $c_у$ большую, чем c_0, причем $c_у$ зависит от интенсивности, т. е. от $\Delta P / P_1$ [4]:

$$\frac{c_у}{c_0} = \left[\frac{\gamma - 1}{2\gamma} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma}\left(1 + \frac{\Delta P}{P_1}\right)\right]^{1/2}. \tag{21}$$

При $\gamma = 1{,}4$ мы получаем

$$\frac{c_у}{c_0} = \left(1 + 0{,}86\,\frac{\Delta P}{P_1}\right)^{1/2}, \tag{22}$$

Измерения перепада давлений в ударной волне, выполненные с помощью пьезодатчика, помещенного в резонаторе показали, что для излучателей, мощность которых превышает 100—200 *вт*. $\Delta P > 3 \cdot 10^5$ *бар* ($\Delta P / P_1 = 0{,}133-0{,}2$). При этом в соответствии с формулой (22) скорость ударной волны на 6—8% превышает скорость звука c_0. Если подставлять в формулу (19) вместо c_0 значения $c_у$, вычисленные по формуле (22), то расчетная кривая *2* фиг. 3, полученная в соответствии с формулой (20), весьма хорошо совпадает с экспериментальными точками.

Расчетные зависимости, приведенные на фиг. 3, относятся к таким режимам работы излучателя, при которых кривая распределения скорости вдоль струи приближается к линейной, как это и предполагалось нами при вычислении $c_{экв}$. В действительности, в большинстве случаев кривая спадания скорости за скачком имеет более сложную форму, в связи с чем предложенный упрощенный расчет дает отклонение на 5—8% от экспериментальных значений. Для более точных вычислений следует учитывать форму кривой распределения скорости струи. Для примера в таблице приведены некоторые результаты, полученные нами при работе стержневого излучателя с дистанционным управлением [2], при $d_с = 13$, $d_{ст} = 5$ и $d_р = 18$ *мм*. В последнем столбце таблицы приведены отношения расчетного значения частоты $f_т$ к экспериментальному.

$A=l+h$, *мм*	h, *мм*	B, *мм*	M_2	f, *кгц*	$f_т/f$	$A=l+h$, *мм*	h, *мм*	B, *мм*	M_2	f, *кгц*	$f_т/f$
32,8	10,9	23,3	0,64	3,6	0,99	16,4	5,5	11,0	0,80	6,9	1,05
	14,6	23,5	0,67	3,6	0,99		7,3	12,0	0,89	6,55	0,95
	16,4	27,0	0,69	3,55	0,91		8,0	12,0	0,91	6,3	0,98
	17,9	27,0	0,70	3,5	0,91		8,9	13,0	0,95	6,0	0,93
							9,8	13,0	0,99	5,7	0,95
26,3	8,8	20,0	0,70	4,55	0,93						
	11,7	20,0	0,73	4,4	0,95	13,2	5,9	10,2	0,96	7,05	1,02
	13,2	20,0	0,76	4,35	0,94		6,6	11,0	0,98	6,8	0,95
	14,3	21,0	0,78	4,3	0,91		7,2	11,0	0,99	6,55	0,96
	15,8	21,0	0,82	4,1	0,95						

Приведенные результаты показывают, что расчет, выполненный на основании резонансной гипотезы о механизме генерации звука, дает весьма удовлетворительное совпадение с экспериментальными значениями частоты. Что касается самого механизма усиления звука резонансной системой, то этот вопрос нуждается в дополнительном исследовании.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Hartmann. The acoustic air-jet generator. Ingeniørvidenskabelige skrifter, 1939, 4, 1—203.
2. Ю. Я. Борисов. Газоструйные излучатели гартмановского типа. В монографии «Источники мощного ультразвука», М., «Наука», 1967, 8—102.
3. K. A. Mørch. A theory for the mode of operation of the Hartmann air-jet generator. J. Fluid. Mech., 1964, 20, 1, 141—159. (Русск. пер. К. А. Мерч. Теория струйного генератора Гармана. Механика, 1965, 2 (90), 110—129).
4. Г. В. Липман, А. Рошко. Элементы газовой динамики. М., ИЛ, 1960.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
18 мая 1967 г.