что любая практически осуществляемая скорость скольжения оказывается слишком высокой для реализации описываемого срастания микрокристаллов и проявления отрицательного сопротивления.

Осциллограммы акустических сигналов, излучаемых деформируемым образцом, приведенные Стивенсом (Великобритания) в докладе «Излучение упругих волн при деформации твердых тел» на пленарном заседании 6-й Всесоюзной акустической конференции (1968 г.), наводят на следующие представления об их происхождении. В стационарном состоянии, пока образец не подвергается деформации, инициирующий щелчок вспомогательного электромеханического преобразователя возбуждает в образце множество собственных колебаний всевозможных «мод». Эти колебания отличаются друг от друга частотой, направлением распространения, поляризацией и т. п., зависящими как от упругих (комплексных) констант материала образца, так и от его формы, размеров и соответствующих граничных условий (закреплений), способа и места инициирования и т. п., а также и приходящимся на их долю запасом энергии (начальной интенсивностью). Осциллограммы понятным образом показали, что все эти колебания затухают со временем.

В противовес этому другие осциллограммы показали, что в образце, подвергающемся непрерывной деформации, одно колебание, начиная с неразличимо малых амплитуд, нарастает по экспоненциальному закону со временем, достигает расплывчатого максимума и затем более или менее быстро затухает. Некоторые такие колебания возникают самопроизвольно, как бы не дожидаясь инициирующего щелчка. Совокупность всех акустических сигналов, сопровождающих процесс механического испытания образцов на машинах (например на прессе Гагарина), как известно, часто можно слышать ухом как своеобразное шуршание.

Сопоставление этих осциллографических результатов с эффектом «отрицательного сопротивления» при скольжении приводит к заключению, что та пластическая деформация (часто с образованием «шейки»), которая наблюдается при испытаниях образцов, представляет по сути ту же физическую картину, что и трение твердых тел. И совершенно так же, как визг колес на закруглении рельсов отражает самовозбуждение только одного из видов собственных колебаний вагонного ската, так и нарастающее (а потом затухающее) колебание одной частоты деформируемого образца по осциллограммам отражает преимущественно высокий инкремент только одной из множества мод колебаний зажатого в прессе образца. Именно она каким-то случайным образом попала в выгодную позицию относительно того места в образце, на долю которого выпало в данный момент осуществить микроскольжение. Окажется ли это место в узле или в пучности скорости осчастливленной моды?

Это сопоставление нацеливает исследователей на совместное изучение вопросов о трении твердых тел и об их прочности как о двух смежных сторонах механических свойств одного и того же твердого состояния. Особенно интересным представляется применение этих идей к проблеме прогнозирования землетрясений, высказанное Стивенсом в своем докладе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хютте. Справочник для инженеров, техников и студентов. М.—Л., ОНТИ, 1936, т. 1, стр. 371.

Ленинградский государственный университет

Поступило в редакцию 18 марта 1968 г.

УДК 534—16

ПОПЕРЕЧНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАСТИНЕ КУБИЧЕСКОГО КРИСТАЛЛА

Д. А. Турсунов

В работе [1] показано, что в пластине кристалла кубической системы вдоль осей [100] и [110] могут распространяться упругие волны, у которых смещение перпендикулярно направлению распространения и параллельно граничным поверхностям пластины. Изучение свойств этих волн представляет интерес для создания ультразвуковых дисперсионных линий задержки с линейной зависимостью времени задержки от частоты. В настоящей работе рассмотрены их фазовая скорость и коэффициент затухания в функции частоты и толщины пластины.

Из работы [1] следует, что поперечная нормальная волна может быть представлена в виде линейной комбинации двух неоднородных волн:

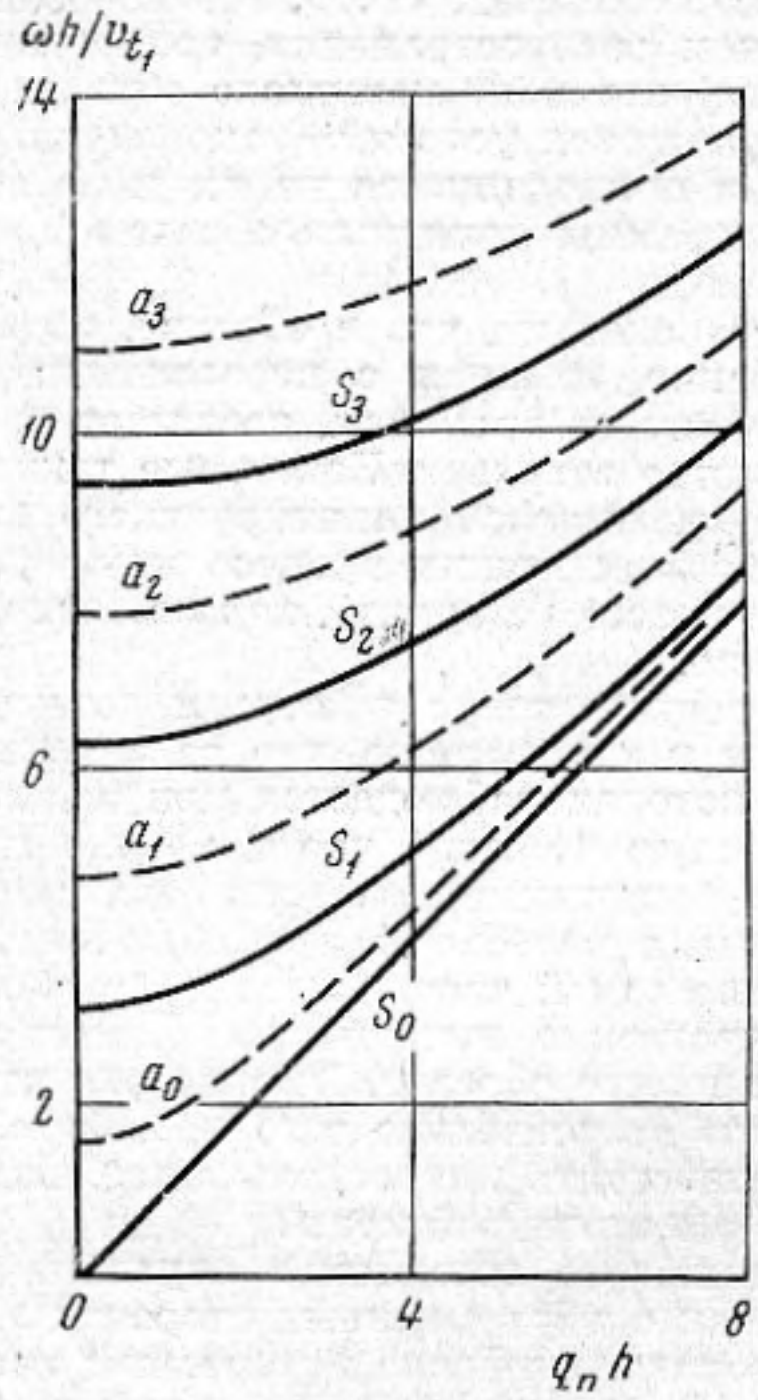
$$v = [(V_1 + V_2)\cos\beta z + i(V_1 - V_2)\sin\beta z]\exp i[q_n(lx + my) - \omega t], \qquad (1)$$

где l, m — направляющие косинусы (для оси [100] $l = 1$, $m = 0$, а для [110] $l = m = \sqrt{2}/2$), β — постоянная, характеризующая изменение смещения по толщине пла-

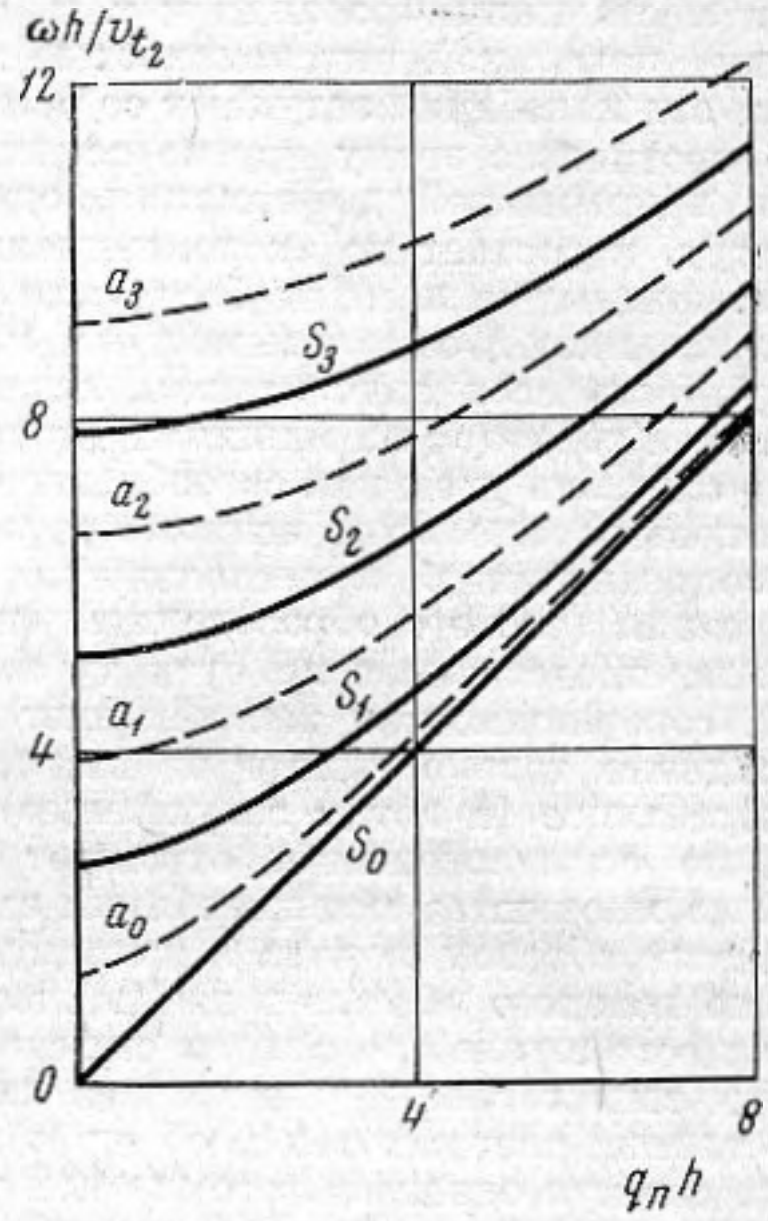
стины (по оси z), формулы для ее определения получают из условия нетривиальности уравнений движения:

$$\beta_{[100]} = \pm [q_{t_1}^2 - q_n^2]^{1/2}, \quad \beta_{[110]} = \pm \frac{q_{t_1}}{q_{t_2}} [q_{t_2}^2 - q_n^2]^{1/2}, \tag{2}$$

q_n, q_{t_1}, q_{t_2} — волновые числа соответственно нормальной и поперечных волн (скорости поперечных волн равны $v_{t_1} = (c_{44} / \rho)^{1/2}$, $v_{t_2} = (c_{11} - c_{12} / 2\rho)^{1/2}$), c_{ik} — упругие модули, ρ — плотность среды. Для получения дисперсионных уравнений поперечных



Фиг. 1



Фиг. 2

нормальных волн в пластине кубического кристалла толщиной $2h$ используем граничные условия:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zy} = \sigma_{zx|z=\pm h} = 0. \tag{3}$$

Подстановка решения (1) в выражения для компонент напряжения, содержащихся в граничных условиях, приводит к двум независимым уравнениям, отвечающим различным типам колебаний:

$$(V_1 + V_2) \sin \beta h = 0, \tag{4}$$

$$(V_1 - V_2) \cos \beta h = 0. \tag{5}$$

Из выражения (1) следует, что смещение $(V_1 - V_2)$ изменяет знак на обратный при переходе через плоскость $z = 0$, в то время как $(V_1 + V_2)$ — сохраняет знак. Сопоставляя формулу (1) с уравнениями (4) и (5), видим, что первое из них описывает распространение симметричных, а второе — антисимметричных поперечных волн. Уравнения (4) и (5) имеют ненулевые решения, когда

$$\beta h = n\pi, \tag{6}$$

где $n = n'$, $n' = 0, 1, 2, 3 \ldots$ — для симметричных волн, $n = n' + 1/2$ — для антисимметричных. Подставляя в формулу (6) значения β из формул (2), после простых преобразований найдем зависимость между угловой частотой $\omega h / v_{t_{1,2}}$ и волновым числом $q_n h$, написанными в безразмерной форме.

$$\text{Для оси [100]:} \quad \pi n = [(\omega h / v_{t_1})^2 - (q_n \cdot h)^2]^{1/2}, \tag{7}$$

$$\text{Для оси [110]:} \quad \pi n = \frac{v_{t_2}}{v_{t_1}} [(\omega h / v_{t_2})^2 - (q_n \cdot h)^2]^{1/2}. \tag{8}$$

Тогда безразмерные фазовая и групповая скорости могут быть определены соответственно как $(\omega h / v_{t_{1,2}}) / q_n \cdot h$ и $d(\omega h / v_{t_{1,2}}) / d(q_n h)$ и дисперсионные уравнения

принимают вид

$$\frac{v_n}{v_{t_{1,2}}} = \frac{\omega h / v_{t_{1,2}}}{q_n \cdot h} = \left[1 - \left(\frac{\pi n}{\omega h / v_{t_1}}\right)^2\right]^{-1/2}, \tag{9}$$

$$\frac{v_n^{\text{гр}}}{v_{t_{1,2}}} = \left[1 - \left(\frac{\pi \cdot n}{\omega h / v_{t_1}}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{10}$$

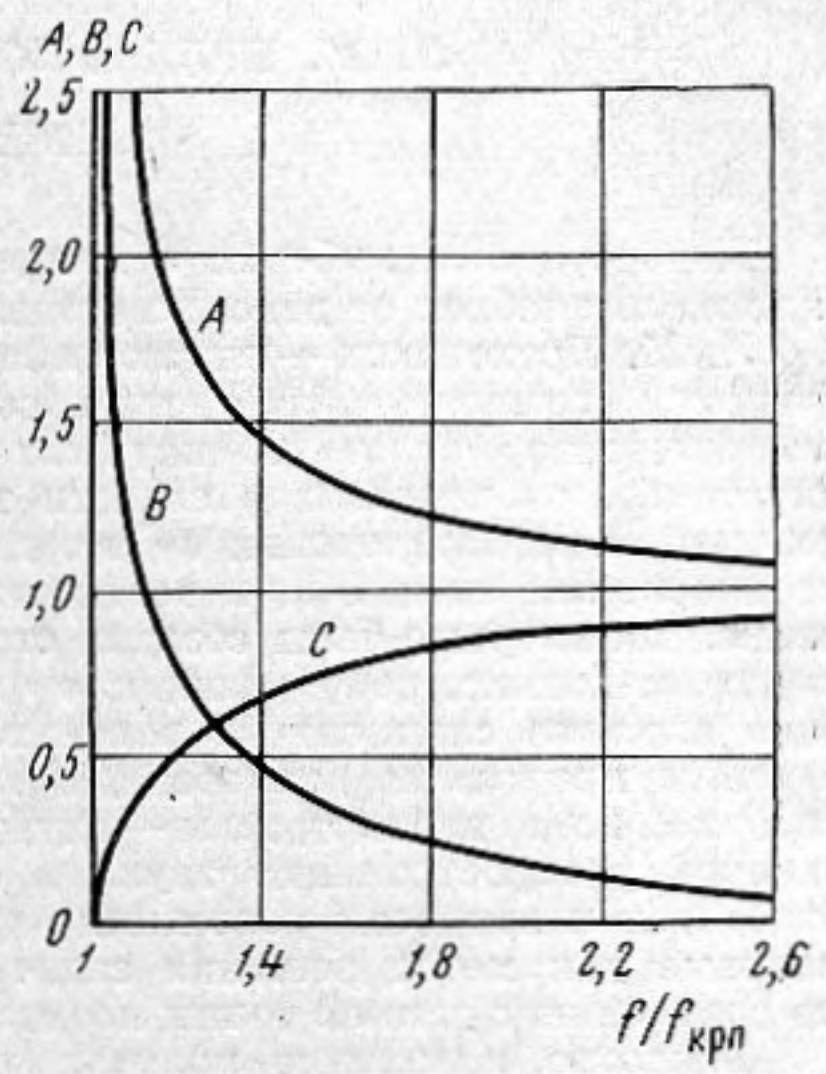
Критические частоты (или толщины пластинки) находятся из условия $\pi n = \omega h / v_t$, и оказываются одинаковыми для волн, распространяющихся вдоль направлений [100] и [110]. Из формул (9) и (10) видно, что фазовые и групповые скорости волн сдвига в пластине являются функциями частоты, за исключением нулевой симметричной волны s_0, для которой $n = n' = 0$ и $v_{s_0} = v_{t_{1,2}}$. На фиг. 1 и 2 для осей [100] и [110] построена зависимость безразмерной угловой частоты $\omega h / v_{t_{1,2}}$ от безразмерного волнового числа $q_n \cdot h$. Расчеты ограничены первыми четырьмя симметричными (s_0 — — s_3) и антисимметричными (a_0 — a_3) модами; для направления [110] взято $v_{t_1} / v_{t_2} = 0{,}836$, что соответствует кристаллу NaCl. Частотные кривые, кроме кривой s_0, являются гиперболами, начинающимися для [100] и [110] соответственно в точках $\omega h / v_{t_1} = \frac{n'+1}{2}\pi$, $q_n \cdot h = 0$

и

$$\omega h / v_{t_2} = \frac{v_{t_1}}{v_{t_2}}(n'+1) \cdot \frac{\pi}{2}, \quad q_n \cdot h = 0$$

и асимптотически стремящихся к прямым

$$\frac{\omega h}{v_{t_{1,2}}} = q_n \cdot h \quad \text{при} \quad \frac{\omega h}{v_{t_{1,2}}} \to \infty.$$



Фиг. 3

Для учета затухания введем мнимую часть в волновые числа

$$q_n = q_n' + i\alpha_n, \quad q_{t_{1,2}} = q_{t_{1,2}}' + i\alpha_{t_{1,2}} \tag{11}$$

где α_n, $\alpha_{t_{1,2}}$ — амплитудные коэффициенты затухания соответственно нормальной и поперечных волн, α_n, $\alpha_{t_{1,2}} \ll q_n'$, $q_{t_{1,2}}$ и поправкой на фазовую скорость можно пренебречь. Подставим (11) в формулы (7) и (8), и отбрасывая члены второго порядка малости, разделим уравнения на вещественные и мнимые части. Последние характеризуют затухание поперечных нормальных волн. Окончательные формулы после ряда упрощений принимают вид для оси [100]:

$$\alpha_n = \frac{v_n}{v_{t_1}} \cdot \alpha_{t_1} = \left[1 - \left(\frac{f_{\text{кр.}n}}{f}\right)^2\right]^{-1/2} \cdot \alpha_{t_1} = A \cdot \alpha_{t_1} \tag{12}$$

для оси [110]:

$$\alpha_n = \left(\frac{v_{t_1} \cdot v_n}{v_{t_2}^2} - \frac{v_{t_1}}{v_n}\right)\alpha_{t_1} + \frac{v_{t_2}}{v_n} \cdot \alpha_{t_2} = \left[\left(1 - \frac{f_{\text{кр.}n}^2}{f^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{f_{\text{кр.}n}^2}{f^2}\right)^{1/2}\right]\alpha_{t_1} +$$

$$+ \left[1 - \frac{f_{\text{кр.}n}^2}{f^2}\right]^{1/2} \cdot \alpha_{t_2} = B\alpha_{t_1} + C\alpha_{t_2}. \tag{13}$$

Здесь n номер $f_{\text{кр.}n}$ — критическая частота n-й нормальной поперечной волны, f — частота. Таким образом, коэффициент затухания поперечной нормальной волны является линейной функцией коэффициентов затухания волны v_{t_1} для кристаллографического направления [100] и волн v_{t_1}, v_{t_2} для оси [110]. Величины коэффициентов A, B, C определяются номером волны и отношением частоты к критической частоте. Для волны s_0, распространяющейся вдоль [100] и [110], $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$ и соответственно $\alpha_{s_0} = \alpha_{t_{1,2}}$. На фиг. 3 даны расчетные значения коэффициентов A, B, C в функции от $f / f_{\text{кр.}n}$. Когда отношение $f / f_{\text{кр.}n} \to 1$, величины A, $B \to \infty$ и $C \to 0$; с ростом $f / f_{\text{кр.}n} \to \infty$ коэффициенты A, $C \to 1$, $B \to 0$ и $\alpha_n \to \alpha_{t_{1,2}}$ для направлений [100] и [110].

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Турсунов. Обобщенные поверхностные волны в кубических кристаллах. Акуст. ж., 1967, 13, 1, 100—105.

Донецкий н.-и. институт черной металлургии

Поступило в редакцию 6 декабря 1967 г.