

УДК 534.232

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ КРАЕВ СФЕРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ
НА ИЗЛУЧАЕМОЕ ПОЛЕ*Т. С. Белле*

Проведено обобщение метода Браунбека, используемого при решении задач дифракции для уточнения метода Кирхгофа, на случай задач об излучении. Рассмотрена задача об излучении нормально колеблющегося сферического излучателя и выведены выражения для потенциала поля сферического излучателя с учетом обобщенной добавки Браунбека, учитывающей влияние края излучателя на излучаемое поле. Проведено исследование этих выражений для точек наблюдения, лежащих на произвольных расстояниях от излучателя.

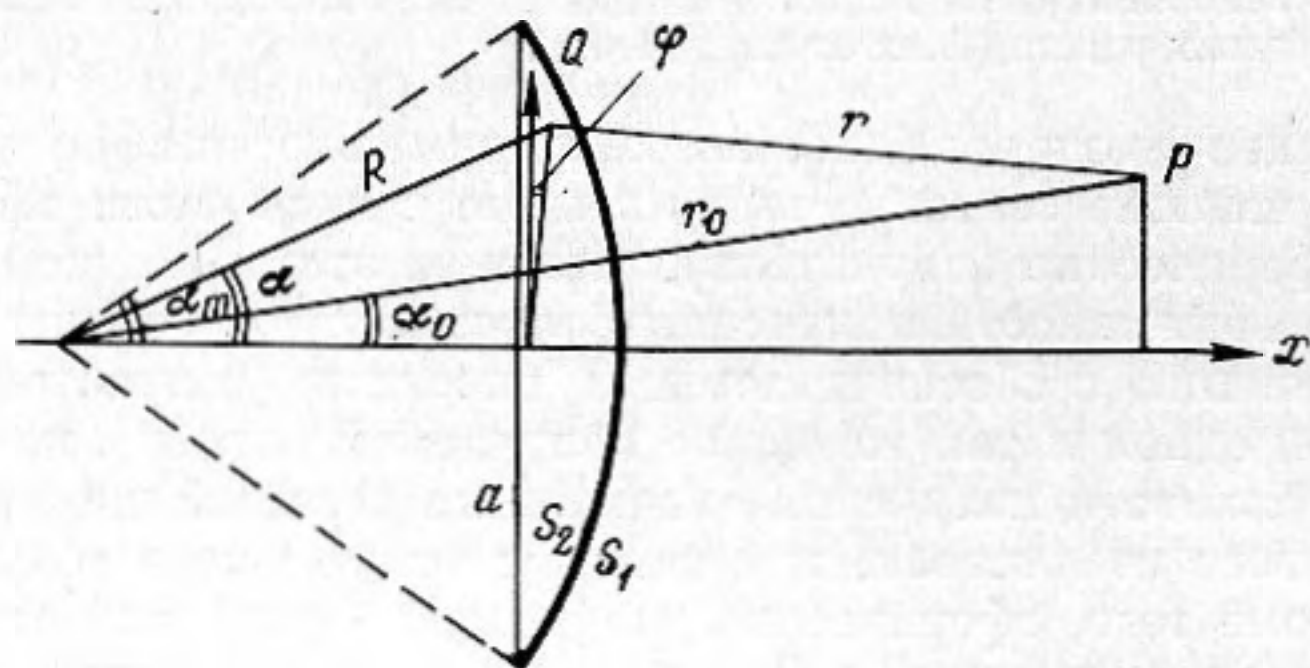
В настоящее время все более широко применяются сферически симметричные излучающие системы, выполненные в виде части сферы (так называемые сферические излучатели). Причина этого, с одной стороны, заключается в возможности получения больших углов облучения пространства по сравнению с обеспечиваемыми плоскими излучателями тех же размеров при одной и той же длине излучаемой волны λ и, с другой стороны, в возможности излучения значительно большей энергии, чем с помощью плоского излучателя, при одном и том же угле облучения пространства. Кроме того, сферические излучатели, в отличие от цилиндрических, в силу симметричности формы позволяют осуществлять обзор пространства неискажающимися при качании характеристиками направленности с сохранением неизменным коэффициента концентрации в любом направлении.

Сферический излучатель может служить как для излучения сферически расходящегося поля, так и для фокусирования звука. Фокусирующие излучатели исследовались как теоретически, так и экспериментально многими авторами (например, в работах [1—6]), причем теоретический расчет велся только в приближении Кирхгофа. Расчет поля, создаваемого выпуклой стороной излучателя, проводился в работе [7] для случая, когда сферический излучатель располагался в сферическом экране. Такое расположение излучателя дает возможность получить строгое решение волнового уравнения методом разделения переменных в виде бесконечных рядов по полиномам Лежандра. Полученное в этой форме решение позволяет вести расчет поля при $kR = 30 \div 50$ (k — волновое число, R — радиус кривизны излучателя). При больших значениях kR этот расчет становится практически невозможным из-за необходимости учета очень большого числа членов рассматриваемого ряда и при этом расчета каждого члена ряда с большим числом значащих цифр.

Исследованию поля, создаваемого выпуклым сферическим излучателем с $kR \gg 1$, свободно расположенном в пространстве, посвящены работы [8—10]. В работах [8 и 9] проводится теоретический расчет поля слабо выпуклого сферического излучателя с $kR \gg 1$ в обычном приближении Кирхгофа, основанном на представлении излучающей поверхности в виде набора точечных источников, излучающих синфазно и не взаимодействующих друг с другом. Изогнутость излучающей поверхности учитывается в этом приближении только благодаря интегрированию по ней, влиянием края излучателя на излучаемое поле пренебрегается. В работе [10] расчет поля сферического излучателя проводится в модифицированном приближении Кирхгофа, дающем добавочный учет искривленности излу-

чающей поверхности, влиянием края излучателя здесь также пренебрегается.

Как обычное, так и модифицированное приближения Кирхгофа состоят в том, что при применении интегральной формулы Грина оба фигурирующие в ней краевые значения заменяются некоторыми разумно выбранными величинами. В результате обычная краевая задача заменяется некоторой другой, более просто решаемой задачей (задачей с заданным разрывом или краевой задачей с ошибочными краевыми условиями), которая не имеет ничего общего с исходной краевой задачей, соответствующей физике явлений. Несмотря на это, результаты, полученные этими методами в предельном случае, когда размеры тела велики по сравнению с длиной волны, в дальней зоне хорошо согласуются с опытом. В то же время эти методы совершенно непригодны вблизи ребра тела, так как решение, полученное в приближении Кирхгофа, имеет особенность, не согласующуюся с условиями на ребре. Аналитически трудно оценить возникающую при подобном подходе ошибку. Одним из методов, позволяющих уменьшить



Фиг. 1

эту ошибку в дифракционных задачах, является метод Браунбека [11—13]. Основная идея метода Браунбека при решении задач дифракции волн на экране заключается в попытке найти более точные краевые значения поля на поверхности экрана. Браунбек исходит из обычной формулы Грина и заменяет в ней кирхгофовские краевые значения, которые соответствуют нулевому значению потенциала поля на поверхности экрана вплоть до его ребра, некоторой функцией $\psi_{\text{диф}}$. Эта функция в окрестности ребра совпадает с зоммерфельдовским точным решением задачи дифракции на полуплоскости, а при удалении от ребра экрана переходит в значения, определяемые теорией Кирхгофа. Это допустимо лишь в том случае, когда радиус кривизны ребра экрана всюду больше длины волны. Тогда каждый элемент ребра заменяется касательной полуплоскостью, для которой задача дифракции строго разрешима, а затем проводится суммирование по всем элементам. При решении задач дифракции метод Браунбека позволяет получить первый член асимптотического разложения точного решения по убывающим степеням волнового числа. Найденные при помощи этого метода формулы правильно описывают поле в окрестности ребра и при удалении от ребра экрана переходят в выражения, определяемые теорией Кирхгофа.

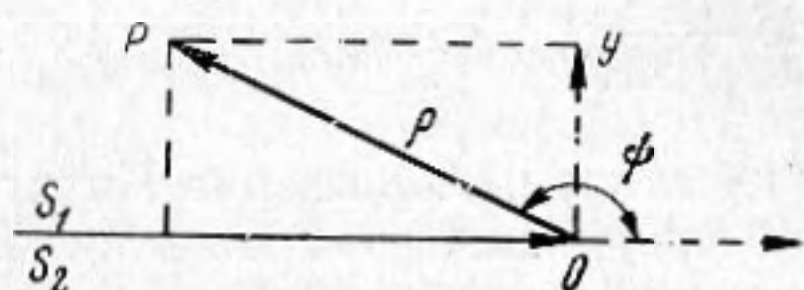
При решении задач об излучении нормально колеблющимися сферическими излучателями ни обычное приближение Кирхгофа, ни модифицированное приближение Кирхгофа не учитывают особенности поля вблизи ребра излучателя. Для того, чтобы учесть это, применим идеи метода Браунбека к случаю задачи об излучении. По аналогии с методом Браунбека зададим значение потенциала (или его нормальной производной) на поверхности излучателя таким образом, чтобы в окрестности ребра оно совпадало с точным решением задачи об излучении или полуплоскости (когда рассматривается излучение бесконечно тонкого сферического из-

лучателя), или клина (когда излучатель расположен в экране произвольной формы), а при отходе от ребра переходило в те краевые значения, которые использовались в зависимости от рассматриваемого приближения в работах [8—10].

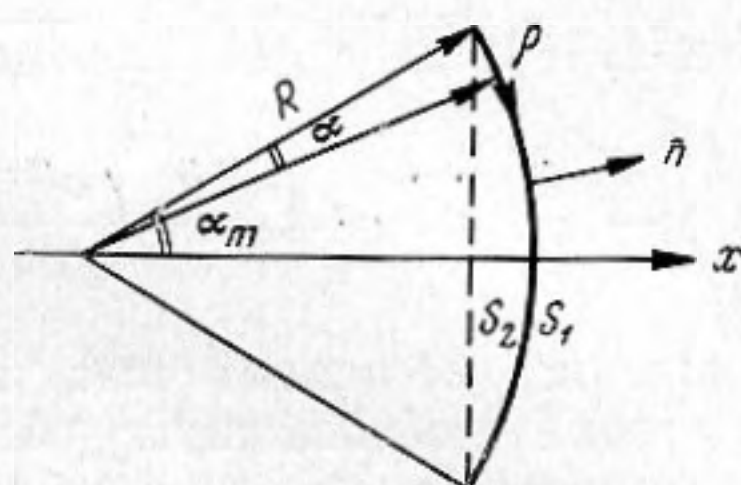
Для обобщения метода Браунбека на задачи об излучении вернемся к двучленной формуле Грина:

$$\begin{aligned} \varphi(r_0, \alpha_0) = & -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \left[\varphi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) + \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} \right] dS + \\ & + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_2} \left[\varphi_2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) - \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} \right] dS, \end{aligned} \quad (1)$$

где S_1 — излучающая поверхность бесконечно тонкого сферического излучателя (фиг. 1) (каждая точка S_1 колеблется по нормали с постоянной



Фиг. 2



Фиг. 3

амплитудой U_0), S_2 — поверхность излучателя, находящаяся в покое, r_0, α_0 — координаты точки наблюдения P ; r — расстояние от точки наблюдения P до произвольной точки поверхности излучателя, φ_1 и $\partial \varphi_1 / \partial n$ — значения потенциала и его нормальной производной на поверхности S_1 , φ_2 и $\partial \varphi_2 / \partial n$ — значения потенциала и его нормальной производной на поверхности S_2 , n — внешняя нормаль к поверхности S_1 .

В таблице сопоставлены краевые значения потенциала и его нормальной производной на поверхности излучателя для случая, когда S_1 колеблется поршнеобразно, а S_2 находится в покое, т. е. $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = U_0 = \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$, $\frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = 0$.

В первой строке даны приближенные краевые значения, выбранные по методу Кирхгофа, во второй — приближенные значения, используемые в модифицированном приближении Кирхгофа, в третьей и четвертой строках

	$\varphi _s$		$\frac{\partial \varphi}{\partial n} _s$	
	φ_2	φ_1	$\frac{\partial \varphi_2}{\partial n}$	$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$
Обычное приближение Кирхгофа	0	φ_0	0	$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$
Модифицированное приближение Кирхгофа	0	$\frac{R}{ikR-1} \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$	0	$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$
Обычное приближение Кирхгофа с учетом добавки Браунбека	φ_2 диф	$\varphi_0 + \varphi_1$ диф	0	$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$
Модифицированное приближение Кирхгофа с учетом добавки Браунбека	φ_2 диф	$\frac{R}{ikR-1} \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} + \varphi_1$ диф	0	$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}$

приведены краевые значения, полученные при обобщении метода Браунбека на случай рассматриваемой задачи для обычного приближения Кирхгофа и модифицированного приближения Кирхгофа соответственно. Легко видеть из выражения (1) и таблицы, что используя приближение Кирхгофа с учетом обобщенной добавки Браунбека, мы получаем выражения для потенциала поля сферического излучателя в виде

$$\varphi(r_0, \alpha_0) = \frac{U_0}{2\pi} \int_{S_1} \int \frac{e^{ikr}}{r} dS - \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \int \varphi_{1 \text{ диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) dS + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \int \varphi_{2 \text{ диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) dS, \quad (2)$$

а учитывая добавку Браунбека в модифицировании приближения Кирхгофа, получаем

$$\varphi(r_0, \alpha_0) = - \frac{U_0}{4\pi} \int_{S_1} \int \left(\frac{R}{ikR - 1} \right) \frac{e^{ikr}}{r} dS + \frac{U_0}{4\pi} \int_{S_1} \int \frac{e^{ikr}}{r} dS - \\ - \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \int \varphi_{1 \text{ диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \int \varphi_{2 \text{ диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) dS. \quad (3)$$

В выражении (2) первый член дает обычное приближение Кирхгофа, второй и третий — обобщенную добавку Браунбека, в выражении (3) — первый и второй член дают модифицированное приближение Кирхгофа, третий и четвертый — обобщенную добавку Браунбека. Два последних члена в выражениях (2) и (3) тождественны, таким образом учет особенности поля на ребре излучателя в обоих приближениях приводит к одинаковым добавочным членам.

Дальнейшей нашей задачей является исследование двух последних членов формул (2) и (3) и тех областей, где вклад, даваемый этими членами в выражении (2) и (3), максимален. Величины $\varphi_{1 \text{ диф}}$ и $\varphi_{2 \text{ диф}}$ находим, используя результаты работ [14—15]. Пусть S_1 и S_2 — верхняя и нижняя стороны полуплоскости (фиг. 2), причем все точки поверхности S_1 колеблются синфазно по нормали с постоянной амплитудой U_0 , а поверхность S_2 находится в покое. Полное выражение для поля, создаваемого такой полуплоскостью, можно записать в виде

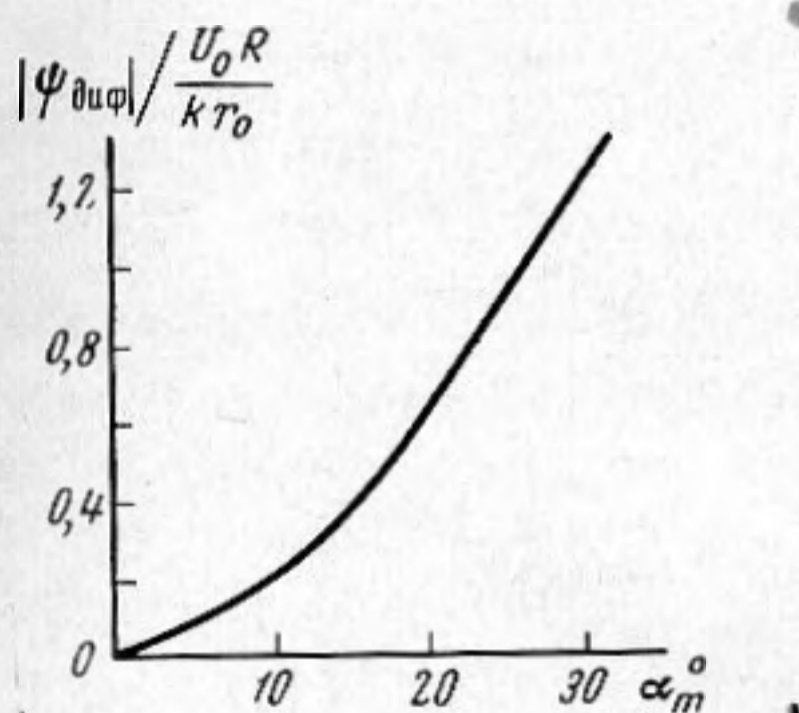
$$\Pi(\rho, \psi) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{U_0}{ik} e^{ik\rho \sin \psi} \text{ при } \pi > \psi > \pi/2 \\ 0 \text{ при } -\pi > \psi > -\pi/2 \end{array} \right\} - \\ - \frac{U_0}{4\pi ik} \times \int_0^\infty e^{ik\rho \text{ch } t} \left\{ \frac{\sin \frac{\psi - \pi/2}{2}}{\text{ch } \frac{t}{2} - \cos \frac{\psi - \pi/2}{2}} + \frac{\sin \frac{\psi + \pi/2}{2}}{\text{ch } \frac{t}{2} + \cos \frac{\psi + \pi/2}{2}} \right\} dt, \quad (4)$$

где ρ, ψ — координаты точки наблюдения P (см. фиг. 2). Первый член в выражении (4) дает геометрическое приближение, второй — интересующий нас диффракционный член. Так как на поверхности S_1 $\psi = \pi$, а на S_2 — угол $\psi = -\pi$, мы получаем из формулы (4) следующие выражения для $\varphi_{1 \text{ диф}}$ и $\varphi_{2 \text{ диф}}$:

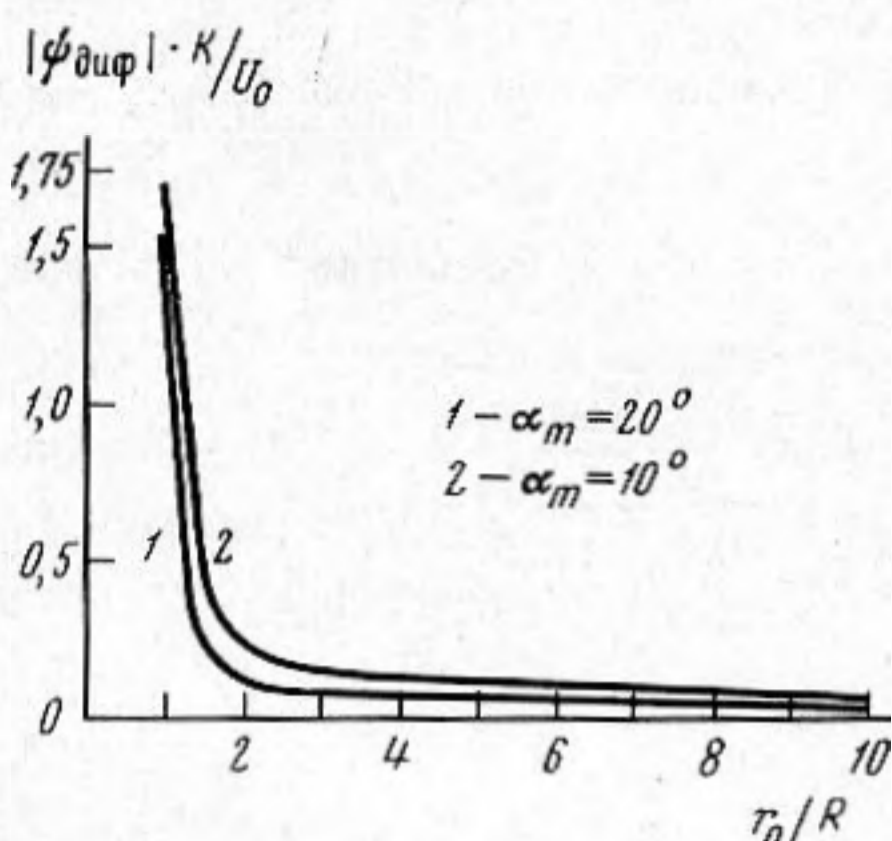
$$\varphi_{1 \text{ диф}} = - \frac{U_0}{2\pi ik} \int_0^\infty \frac{e^{ik\rho \text{ch } t} \sin \pi/4}{\text{ch } t/2 - \cos \pi/4} dt, \quad (5)$$

$$\varphi_{2 \text{ диф}} = \frac{U_0}{2\pi ik} \int_0^\infty \frac{e^{ik\rho \text{ch } t} \sin \pi/4}{\text{ch } t/2 + \cos \pi/4} dt. \quad (6)$$

Заменяем каждый элемент ребра излучателя касательной полуплоскостью (см. фиг. 3). Как видно из выражений (5) и (6), значения $\Psi_{1\text{диф}}$, $\Psi_{2\text{диф}}$ убывают при больших ρ , как $1/\sqrt{k\rho}$, и имеют быстро меняющуюся фазу. Это указывает на то, что основной вклад они дают только в окрестности ребра



Фиг. 4



Фиг. 5

$\rho = 0$. Полагая $\rho = R(\alpha_m - \alpha)$ и вводя бесконечно дифференцируемую функцию η от α , определяемую следующим образом:

$$\eta(\alpha_m - \alpha) = \begin{cases} 1 & \text{в окрестности } \alpha = \alpha_m, \\ 0 & \text{вне окрестности } \alpha = \alpha_m, \end{cases}$$

получаем выражение для обобщенной добавки Браунбека в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{диф}} &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \Psi_{1\text{диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) dS + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_2} \Psi_{2\text{диф}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{2} \right) dS = \\ &= \frac{U_0 R^2 e^{-i\pi/4}}{ik\pi \sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\partial}{\partial R} \int_0^{\alpha_m} \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \eta \sin \alpha \, d\alpha \, d\varphi \int_{\sqrt{kR(\alpha_m - \alpha)}}^{\infty} e^{it^2} dt + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{kR}}{2R} \int_0^{\alpha_m} \int_0^{2\pi} \frac{e^{ik[r+R(\alpha_m - \alpha)]}}{r} \eta \sqrt{\alpha_m - \alpha} \sin \alpha \, d\alpha \, d\varphi \right\}, \end{aligned}$$

где

$$r = \sqrt{R^2 + r_0^2 - 2Rr_0[\cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0 \cos \varphi]}.$$

Вычислим обобщенную добавку Браунбека для точек наблюдения, лежащих на оси излучателя. Используя метод стационарной фазы, получаем для этого случая

$$\Psi_{\text{диф}} = \frac{U_0 R}{ikr_0} \frac{(r_0 \cos \alpha_m - R)}{l_m} \times \left[\frac{\sqrt{l_m}}{\sqrt{l_m} - r_0 \sin \alpha_m} - 1 \right] e^{ikl_m}, \quad (7)$$

где

$$l_m = \sqrt{R^2 + r_0^2 - 2Rr_0 \cos \alpha_m}.$$

Обобщая результаты работ [8—10], мы можем написать выражение, описывающее поведение поля на оси излучателя, в одной форме для

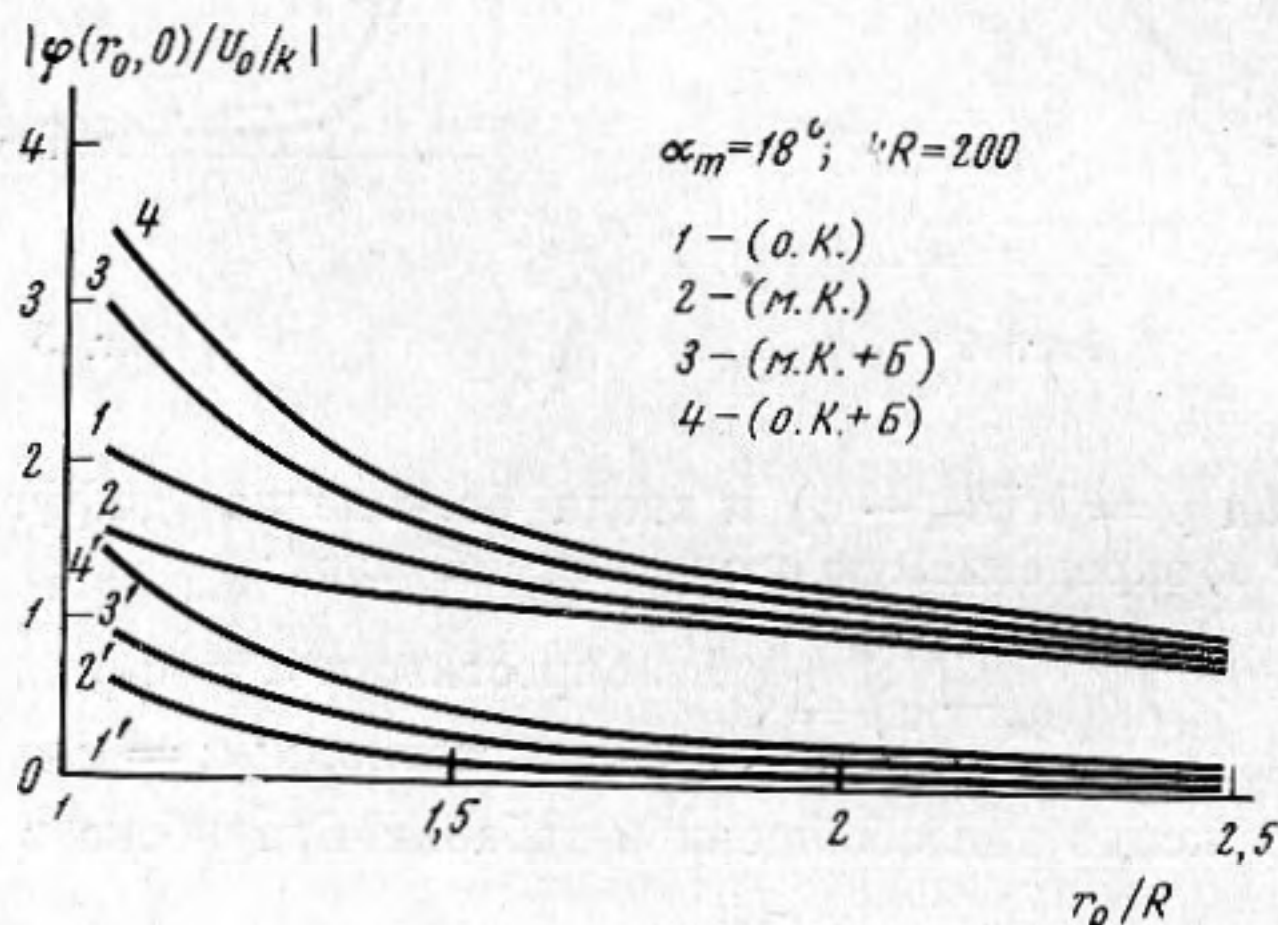
всех рассматриваемых приближений:

$$\varphi(r_0, 0) \sim \frac{U_0 R}{i k r_0} [\xi e^{i k l_m} - e^{i k l_0}], \quad (8)$$

где $l_0 = r_0 - R$, а $\xi = 1$ соответствует обычному приближению Кирхгофа (обозначим его через *о.К.*); $\xi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{r_0 \cos \alpha_m - R}{l_m} \right)$ — модифици-

рованному приближению Кирхгофа (*м.К.*); $\xi = 1 + \frac{r_0 \cos \alpha_m - R}{l_m}$ —

$\times \left(\sqrt{\frac{l_m}{l_m - r_0 \sin \alpha_m}} - 1 \right)$ — обычному приближению Кирхгофа с учетом

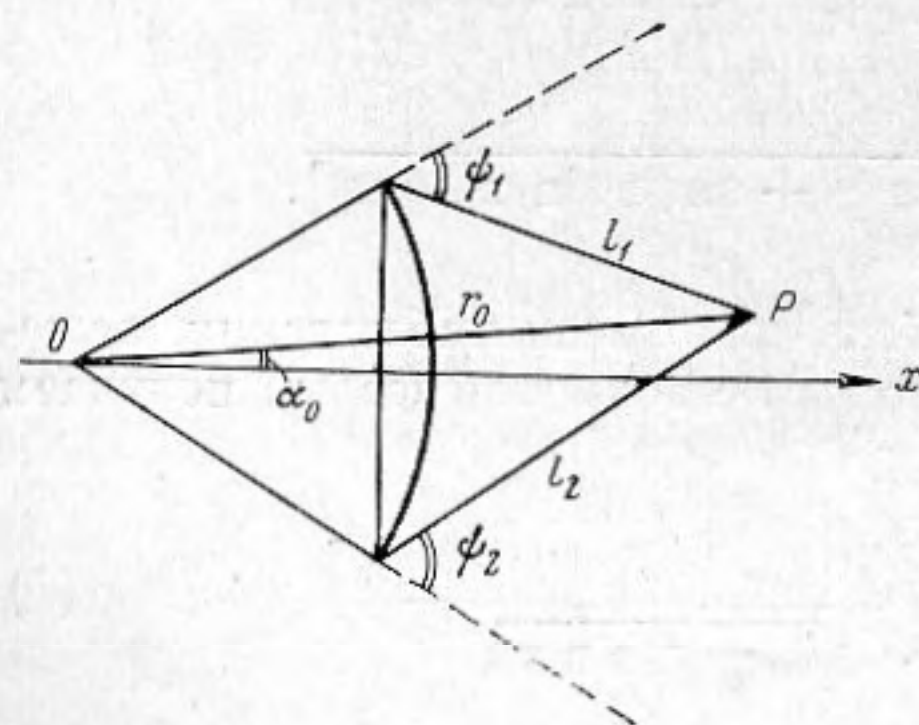


Фиг. 6

обобщенной добавки Браунбека (*о.К.+Б.*) и $\xi = \frac{r_0 \cos \alpha_m - R}{2 l_m} \times$

$\times \left(\frac{2 \sqrt{l_m}}{\sqrt{l_m - r_0 \sin \alpha_m}} - 1 \right) + \frac{1}{2}$ — модифицированному приближению Кирх-

гофа с учетом обобщенной добавки Браунбека (*м.К.+Б.*). Для оценки об-



Фиг. 7

ластей изменений α_m и r_0/R , где вклад от $\psi_{\text{диф}}$ максимален, приведены кривые, описывающие зависимость $\psi_{\text{диф}}$ от α_m при $r_0/R = \text{const}$ (фиг. 4) и от r_0/R при $\alpha_m = \text{const}$ (фиг. 5). Следует отметить, что при переходе от выпуклого излучателя к плоскому с сохранением диаметра излучателя постоянным (т. е. при $R \rightarrow \infty$ и $\alpha_m \rightarrow 0$ при $R \sin \alpha_m = \text{const}$), выражение (7) становится тождественным добавке Браунбека, вычисленной для случая дифракции плоской волны при нормальном падении на круглый диск (или отверстие), когда точка наблюдения лежит на оси [13].

Из выражения (8) видно, что во

всех рассматриваемых приближениях характер поведения поля на оси излучателя, число осцилляции, расположение максимума и минимума модуля потенциала поля описывается идентично. Однако соотношения абсолютных величин $|\varphi(r_0, 0)|_{\text{max}}$ и

$|\varphi(r_0, 0)|_{\min}$ существенно зависит от рассматриваемого приближения. Очевидно, что

$$|\varphi(r_0, 0)|_{\max} = \left| \frac{U_0 R}{k r_0} (1 + \xi) \right|, \quad (9)$$

$$|\varphi(r_0, 0)|_{\min} = \left| \frac{U_0 R}{k r_0} (1 - \xi) \right|. \quad (10)$$

На фиг. 6 приведены кривые, описывающие поведение $|\varphi(r_0, 0)|$ в зависимости от изменения r_0/R , построенные по формулам (9) и (10) при $\alpha_m = 18^\circ$ и $kR = 200$ для всех рассматриваемых значений ξ , причем кривые с индексами 1—4 являются огибающими максимальных значений $|\varphi(r_0, 0)|$, а с индексами 1'—4' огибающими минимальных значений $|\varphi(r_0, 0)|$.

Для точек наблюдения, лежащих на конечных расстояниях от излучателя и не на оси последнего, при помощи метода стационарной фазы мы получаем следующие выражения для $\psi_{\text{диф}}$ при $0 < \alpha_0 < \alpha_m$:

$$\psi_{\text{диф}} \sim \frac{U_0 R e^{-i\pi/4}}{\sqrt{k r_0}} \sqrt{\frac{\sin \alpha_m}{2\pi k R \sin \alpha_0}} \left[\frac{e^{i k l_1}}{\sqrt{k l_1}} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin \psi_1}}{\sin \psi_1} - \text{ctg } \psi_1 \right) - \right. \\ \left. - i \frac{e^{i k l_2}}{\sqrt{k l_2}} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin \psi_2}}{\sin \psi_2} - \text{ctg } \psi_2 \right) \right],$$

и при $\alpha_0 = \alpha_m$

$$\psi_{\text{диф}} \sim - \frac{U_0 R e^{i k l_2 + i\pi/4}}{\sqrt{k r_0}} \frac{1}{\sqrt{2\pi k R l_2} \sin 2\alpha_m} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin \psi_2}}{\sin \psi_2} - \text{ctg } \psi_2 \right),$$

где $l_1 = \sqrt{R^2 + r_0^2 - 2Rr_0 \cos(\alpha_m - \alpha_0)}$; $l_2 = \sqrt{R^2 + r_0^2 - 2Rr_0 \cos(\alpha_m + \alpha_0)}$, ψ_1 — угол между направлением l_1 и границей $\alpha_0 = \alpha_m$, ψ_2 — угол между направлением l_2 и границей $\alpha_0 = \alpha_m$ (см. фиг. 7). Также, как и для точек наблюдения, лежащих на оси, выражение для потенциала поля в этом случае получается в однотипном виде для всех рассматриваемых приближений при $0 < \alpha_0 < \alpha_m$.

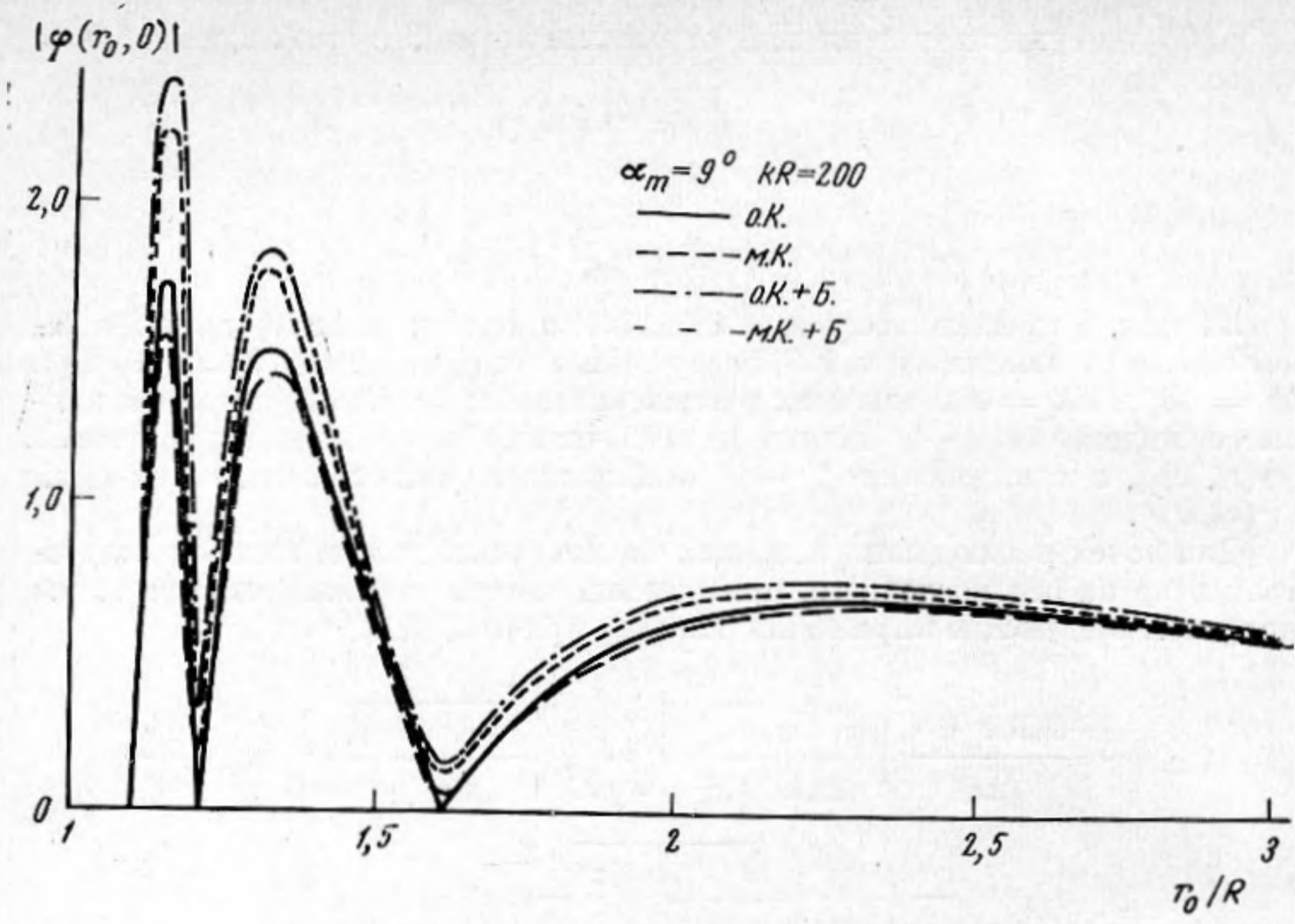
$$\varphi(r_0, \alpha_0) \sim i \frac{U_0 R}{k r_0} e^{i k (r_0 - R)} + \frac{U_0 R e^{-i\pi/4}}{\sqrt{k r_0}} \sqrt{\frac{\sin \alpha_m}{2\pi k R \sin \alpha_0}} \times \\ \times \left[\frac{e^{i k l_1}}{\sqrt{k l_1}} \chi(\psi_1) - i \frac{e^{i k l_2}}{\sqrt{k l_2}} \chi(\psi_2) \right],$$

а при $\alpha_0 = \alpha_m$

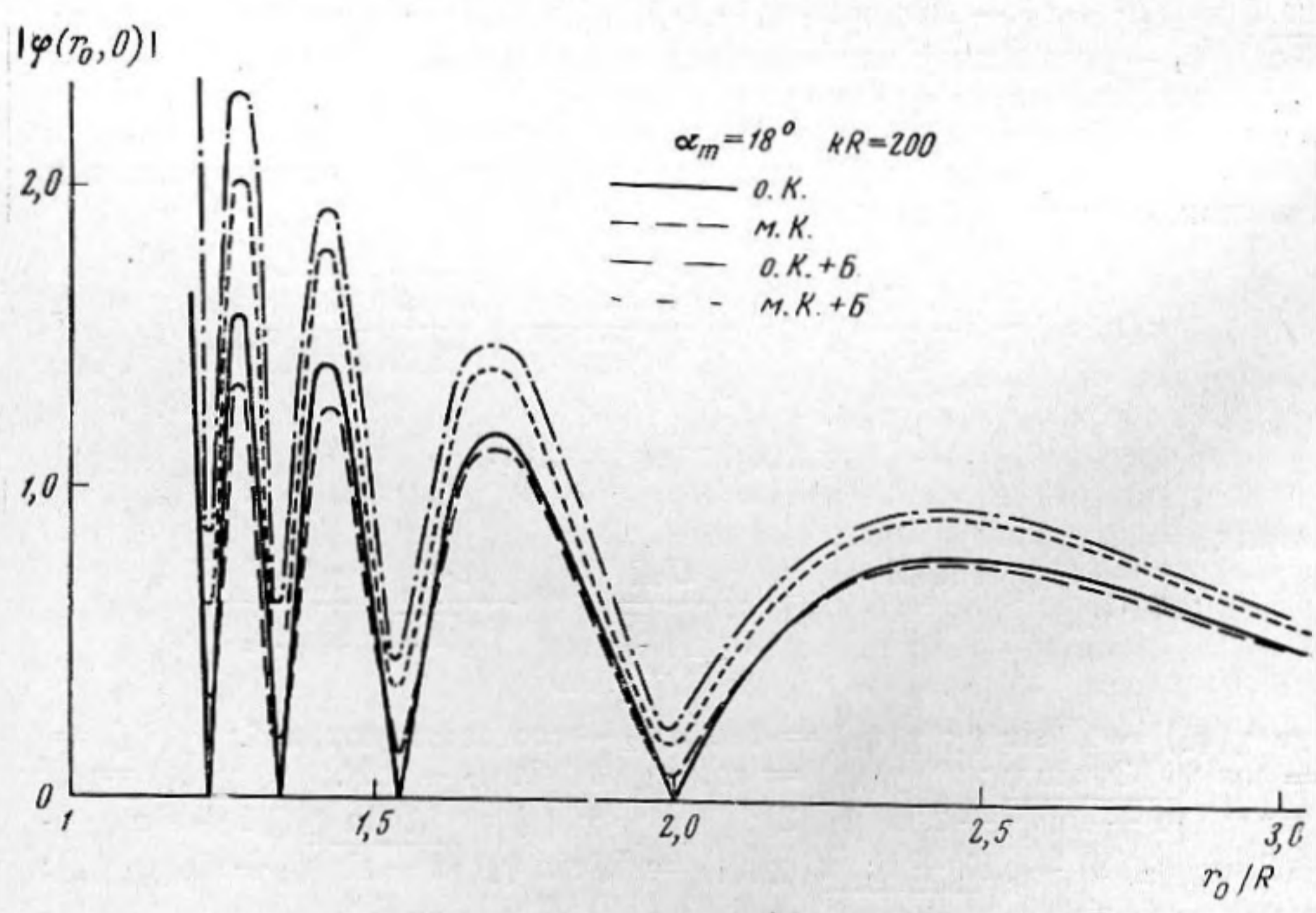
$$\varphi(r_0, \alpha_0) \sim i \frac{U_0 R}{2k r_0} e^{i k (r_0 - R)} + \frac{U_0 R}{\sqrt{k r_0}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{i k l_2}}{\sqrt{2k R k l_2}} \frac{\chi(\psi_2)}{\sin 2\alpha_m},$$

где $\chi(\psi_1) = 1 / \sin \psi_1$; $\chi(\psi_2) = 1 / \sin \psi_2$ — соответствуют о.К.; $\chi(\psi_1) = \cos^2 \psi_1 / 2 / \sin \psi_1$; $\chi(\psi_2) = \cos^2 \psi_2 / 2 / \sin \psi_2$ — м.К.; $\chi(\psi_1) = 1 / \sin \psi_1 (\sqrt{1 + \sin \psi_1} + 2 \sin^2 \psi_1 / 2)$; $\chi(\psi_2) = 1 / \sin \psi_2 (\sqrt{1 + \sin \psi_2} + 2 \sin^2 \psi_2 / 2)$ — о.К. + Б; и $\chi(\psi_1) = 1 / \sin \psi_1 (\sqrt{1 + \sin \psi_1} + \sin^2 \psi_1 / 2)$; $\chi(\psi_2) = 1 / \sin \psi_2 (\sqrt{1 + \sin \psi_2} + \sin^2 \psi_2 / 2)$ — м.К. + Б.

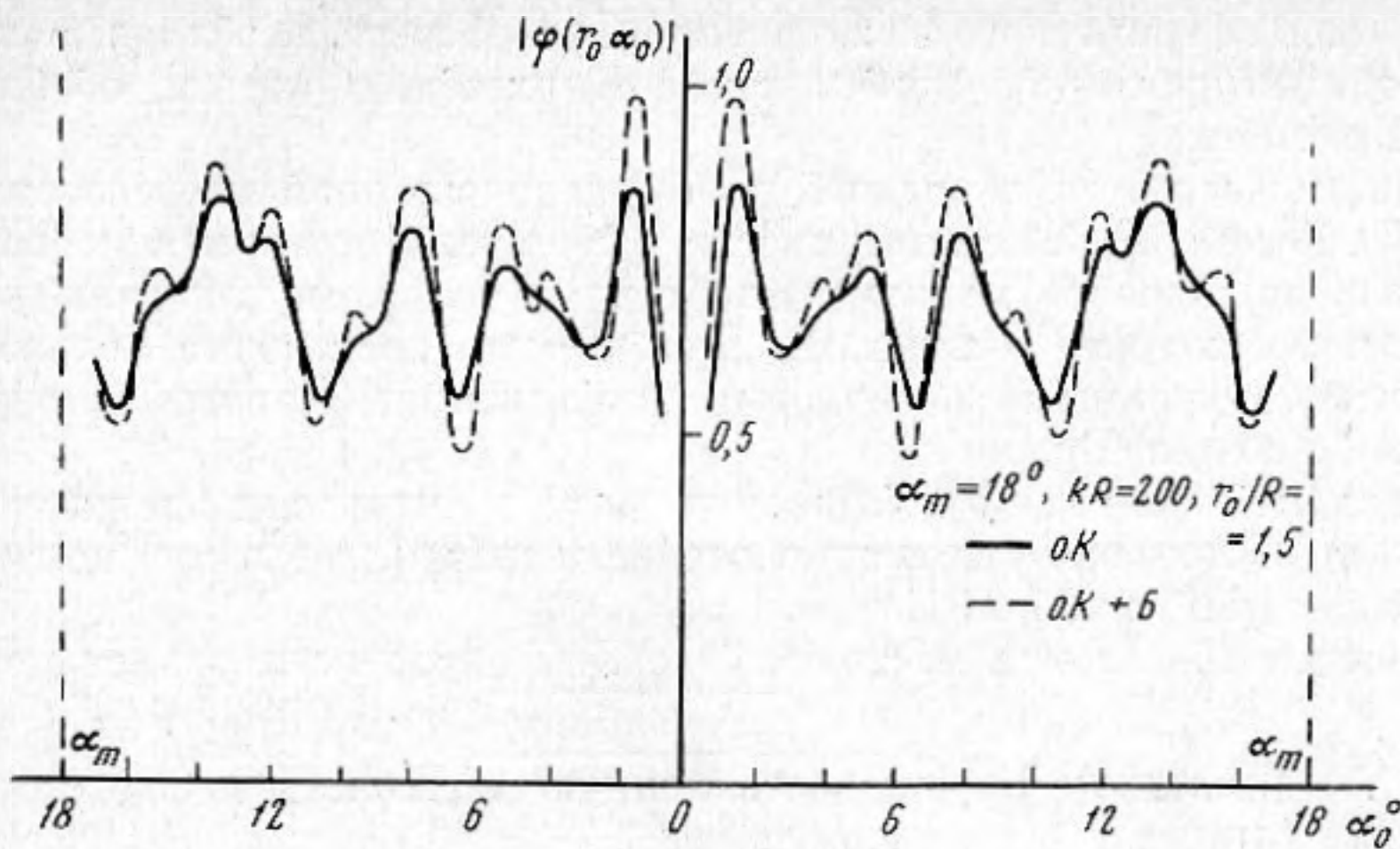
На фиг. 8 и 9 приведены кривые распределения $|\varphi(r_0, 0)|$ на оси сферических излучателей с $kR = 200$ и $\alpha_m = 9$ и 18° соответственно, построенные для всех четырех приближений. На фиг. 10 и 11 приведены



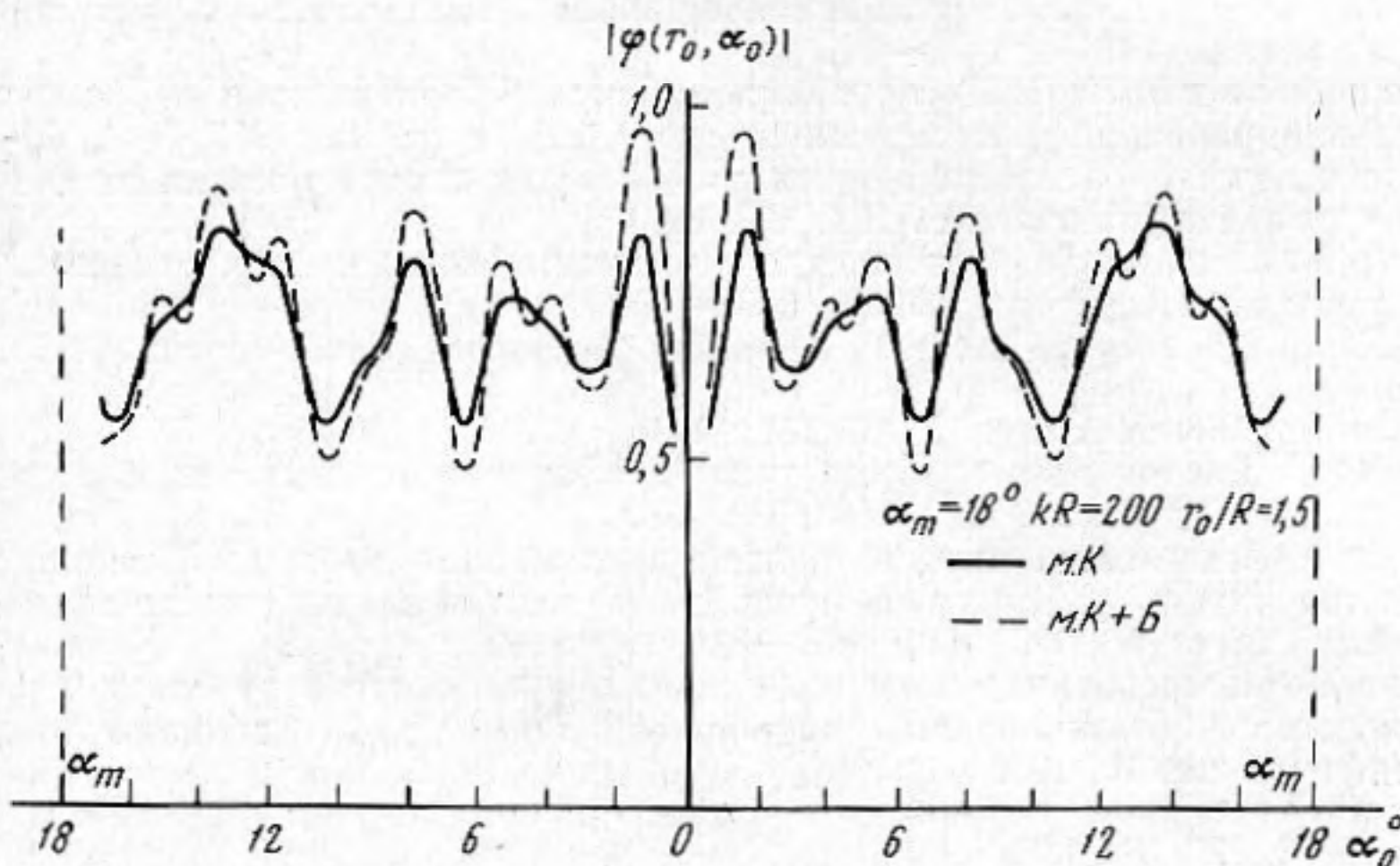
Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10



Фиг. 11

разрезы поля по углу α_0 на расстоянии $x = 0,5 R$ (т. е. при $r_0 / R = 1,5$) от поверхности излучателя с углом раскрытия $\alpha_m = 18^\circ$ и $kR = 200$.

Анализ полученных выражений позволяет сделать следующие заключения:

1. Поле имеет осциллирующий характер, как вдоль r_0 при $\alpha_0 = \text{const}$, так и при изменении α_0 при $r_0 = \text{const}$, причем число осцилляций и месторасположения максимума и минимума потенциала поля во всех приближениях описываются одинаково. Изменяются только соотношения между значениями минимумов и максимумов $|\varphi(r_0, \alpha_0)|$, которые зависят от функции $\chi(\psi_{1,2})$. Наиболее резкое расхождение между этими величинами наблюдается в ближней зоне, где, как и следовало ожидать, влияние края и изогнутости излучающей поверхности на излучаемое поле сказывается наиболее сильно. Так, интенсивность в точке на оси, где $r_0 \sin \alpha_0 = l_m$, вычисленная в модифицированном приближении Кирхгофа с учетом влияния края, \sim в 2,2 раза превосходит величину интенсивности в этой же точке, вычисленную в обычном приближении Кирхгофа.

2. При расчете поля в ближней зоне до расстояний $(0,6 \div 0,7) a^2 / \lambda$ необходимо учитывать как изогнутость излучающей поверхности, так и

наличие края сферического излучателя. Для расчета необходимо использовать модифицированное приближение Кирхгофа с учетом обобщенной добавки Браунбека.

3. При расчете поля в средней зоне, расположенной на расстоянии от $(0,6 \div 0,7) a^2 / \lambda$ до a^2 / λ от поверхности излучателя, влиянием изогнутости излучающей поверхности можно пренебречь, в то время как наличие края излучателя необходимо учитывать. Для расчета достаточно пользоваться формулами, полученными в обычном приближении Кирхгофа с учетом обобщенной добавки Браунбека.

4. В дальней зоне все приближения дают практически идентичные результаты, т. е. при расчете можно ограничиться формулами, полученными в обычном приближении Кирхгофа.

В процессе подготовки настоящей работы автор пользовался ценными советами Г. Д. Малюжинца и Л. Д. Розенберга. Автор приносит благодарность А. А. Тужилину за предоставленную возможность ознакомления с неопубликованными материалами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг. Звуковые фокусирующие системы. М., Изд-во АН СССР, 1949.
2. Л. Д. Розенберг. Расчет усиления звуковых цилиндрических фокусирующих систем. Акуст. ж., 1955, 1, 1, 70—77.
3. И. Н. Каневский, Л. Д. Розенберг. Расчет звукового поля в фокальной области цилиндрической фокусирующей системы. Акуст. ж., 1957, 3, 1, 46—61.
4. И. Н. Каневский. Исследование цилиндрических фокусирующих систем (канд. дис.). Акустический институт АН СССР, 1960.
5. Б. Д. Тартаковский. Звуковое поле в фокальной плоскости сходящихся сферических пучков. Акуст. ж., 1960, 6, 1, 96—100.
6. Н. Т. O'Neil. Theory of focusing radiators. J. Acoust. Soc. America, 1949, 21, 5, 516—526.
7. Ф. Морз. Колебание и звук. М., ГТТИ, 1949.
8. Т. С. Белле. Расчет поля слабо выпуклого сферического излучения в приближении Кирхгофа. Акуст. ж., 1968, 14, 3, 351—359.
9. Т. С. Белле. Применение интегрального представления функции Макдональда для вычисления интеграла Кирхгофа при расчете поля слабо выпуклого сферического излучателя. Акуст. ж., 1968, 14, 4, 519—525.
10. Т. С. Белле. Исследование поля выпуклого сферического излучателя с радиусом кривизны много большим длины излучаемой волны. Тр. VI Всесоюзной акустической конференции. М., 1968.
11. W. Braunbek. Neue Naherungsmethode für die Beugung am ebenen Schirm. Z. Phys., 1950, 127, 381, 390.
12. P. Wolfe. A new approach to edge diffraction. SIAM J. Appl. Math., 1967, 15, 5, 1434—1469.
13. Ю. Хенли др. Теория дифракции. М., «Мир», 1964.
14. Г. Д. Малюжинец. Излучение звука колеблющимися гранями произвольного клина, ч. 1. Акуст. ж., 1955, 1, 2, 144—164.
15. Г. Д. Малюжинец. Излучение звука колеблющимися гранями произвольного клина, ч. 2. Акуст. ж., 1955, 1, 3, 226—234.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
7 октября 1968 г.