АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XV 1969 Вып. 3

УДК 534.26

О СРЕДНЕМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ОТРАЖЕНИЯ ОТ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ОГРАНИЧИВАЮЩЕЙ НЕОДНОРОДНУЮ СРЕДУ

Ю. П. Лысанов

Получены приближенные граничные условия для среднего поля на статистически неровной поверхности, ограничивающей неоднородную среду. Рассчитан средний коэффициент отражения для случая, когда скорость звука в неоднородном слое либо растет (приповерхностный канал), либо убывает с глубиной (отрицательная рефракция). Показано, что в случае приповерхностного звукового канала, средний коэффициент отражения зависит не только от статистических характеристик неровной поверхности, но и свойств неоднородной среды.

Характерная особенность распространения звука в слоисто-неоднородной среде со статистически неровной границей состоит в том, что эффекты рефракции и рассеяния звука на неровной поверхности, вообще говоря, не аддитивны. Эта неаддитивность проявляется, например, в том случае, когда в среде образуется приповерхностный канал и звуковые лучи многократно отражаются от неровной поверхности. Настоящая работа посвящена выяснению влияния слоистости среды на средний коэффициент отражения от статистически неровной поверхности. В качестве первого шага в решении рассматриваемой задачи выводятся приближенные граничные условия для среднего поля на статистически неровной поверхности, ограничивающей слоисто — неоднородную среду.

Пусть существует неоднородный слой, ограниченный снизу плоскостью $z=0$, а сверху — неровной поверхностью $z=h+\zeta(x)$, где $\zeta(x)$ — статистическая однородная дифференцируемая функция координаты x. Неоднородные свойства среды в слое $0\leqslant z\leqslant h+\zeta(x)$ мы будем характеризовать волновым числом $k(z)$; волновое число в нижнем однородном полупространстве $z<0$ положим $k_0=\mathrm{const}$. Плотность среды ρ всюду при $z\leqslant h+\zeta(x)$ будем считать постоянной.

Потенциал скорости $\psi(x, z)$ звукового поля внутри слоя удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+k^2(z)\psi=0$$

и граничным условиям

$$\psi=0, \qquad \text{при } z=h+\zeta(x), \tag{1}$$

$$\psi=\psi_0; \quad \frac{\partial\psi}{\partial z}=\frac{\partial\psi_0}{\partial z}; \quad \text{при} \quad z=0, \tag{2}$$

где $\psi_0(x, z)$ — потенциал скорости звукового поля в нижнем полупространстве.

Полное поле в слое и в нижнем полупространстве представим в виде суммы среднего и рассеянного полей.

$$\psi=\bar\psi+f, \tag{3}$$

$$\psi_0=\bar\psi_0+f_0, \tag{4}$$

где черта обозначает статистическое усреднение. При выводе приближенного граничного условия для среднего поля мы воспользуемся методом малых возмущений в формулировке Басса [1]. Предполагая, что неровности малы по сравнению с длиной волны звука и достаточно пологи, заменим точное граничное условие (1) приближенным:

$$\psi + \zeta \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = h. \tag{5}$$

Подставляя выражение (3) в уравнение (5), усредняя и вычитая результат усреднения снова из уравнения (5), получим с точностью до членов второго порядка малости

$$\bar{\psi} + \overline{\zeta \frac{\partial f}{\partial z}} = 0; \quad f + \zeta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = h. \tag{6}$$

Граничные условия (2) принимают вид

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_0; \quad \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\psi}_0}{\partial z}; \quad f = f_0; \quad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f_0}{\partial z}. \tag{7}$$

Рассеянные поля будем искать в виде интегралов Фурье:

$$f(x, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A(u) F(z, u) e^{iux}\, du, \tag{8}$$

$$f_0(x, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} C(u) e^{-i\beta_0 z + iux}\, du, \tag{9}$$

где $F(z, u)$ есть общее решение уравнения

$$F''(z, u) + [k^2(z) - u^2] F(z, u) = 0, \tag{10}$$

а $\beta_0 \equiv \sqrt{k_0^2 - u^2}$. Здесь и в дальнейшем штрихом обозначается дифференцирование по z.

Воспользовавшись граничными условиями (6) и выражением (8), получим

$$\bar{\psi}(x, h) = \frac{\zeta_0^2}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{F'(h, u)}{F(h, u)} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right)_h N(x - x_1) e^{iu(x - x_1)}\, dx_1\, du, \tag{11}$$

где $N(x - x_1)$ и ζ_0^2 — нормированная автокорреляционная функция и среднеквадратичная высота неровностей соответственно. Выражение (11) является обобщением формулы Басса на случай, когда статистически неровная поверхность ограничивает неоднородную среду.

Выражение (11) целесообразно несколько преобразовать. Для этого общее решение уравнения (10) напишем в виде

$$F(z, u) = B(u) F_1(z, u) + F_2(z, u), \tag{12}$$

где функции $F_1(z, u)$ и $F_2(z, u)$ при больших значениях аргумента представляют собой волны, распространяющиеся в положительном и отрицательном направлениях оси z соответственно, а коэффициент $B(u)$, определяемый из граничных условий (7), равен

$$B(u) = -\frac{\beta_0 F_2(0, u) - i F_2'(0, u)}{\beta_0 F_1(0, u) - i F_1'(0, u)}. \tag{13}$$

Подставляя выражение (13) в формулу (12) и полагая $z = h$, получим

$$F(h, u) = F_2(h, u) [1 + V_2(u)], \tag{14}$$

где $$V_2(u) = -\frac{F_1(h,u)[\beta_0 F_2(0,u) - iF_2'(0,u)]}{F_2(h,u)[\beta_0 F_1(0,u) - iF_1'(0,u)]} \tag{15}$$

есть коэффициент отражения плоской волны от неоднородной среды, расположенной ниже плоскости $z = h$.

На основании соотношений (12) — (15) граничные условия для среднего поля в слое будут

$$\bar{\psi}(x,h) = \frac{\zeta_0^2}{2\pi}\int\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{[F_1(h,u)F_2'(h,u) + V_2(u)F_2(h,u)F_1'(h,u)]}{F_1(h,u)F_2(h,u)[1+V_2(u)]} N(x-x_1) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial z}\right)_h e^{iu(x-x_1)}\, dx_1\, du, \tag{16}$$

$$\bar{\psi}(x,0) = \bar{\psi}_0(x,0); \qquad \left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial z}\right)_0 = \left(\frac{\partial\bar{\psi}_0}{\partial z}\right)_0.$$

Выражения для средних полей будем искать в виде

$$\bar{\psi}(x,z) = A(\alpha)\left[\frac{F_1(z,\alpha)}{F_1(h,\alpha)} + V_1(\alpha)\frac{F_2(z,\alpha)}{F_2(h,\alpha)}\right] e^{i\alpha x}, \tag{17}$$

$$\bar{\psi}_0(x,\ z) = C(\alpha)\, e^{-i\varkappa_0 z + i\alpha x},$$

где $\varkappa_0 \equiv \sqrt{k_0^2 - \alpha^2}$. Из структуры выражений (17) видно, что $V_1(\alpha)$ имеет смысл среднего коэффициента отражения от неровной поверхности. Подставляя $\bar{\psi}(x, z)$ в первое из условий (16), находим

$$V_1(\alpha) = -\frac{1 - [\eta F_1'(h,\alpha)/k_h F_1(h,\alpha)]}{1 - [\eta F_2'(h,\alpha)/k_h F_2(h,\alpha)]}, \tag{18}$$

где

$$\eta \equiv \frac{k_h\zeta_0^2}{2\pi}\int\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{[F_1(h,u)F_2'(h,u) + V_2(u)F_2(h,u)F_1'(h,u)]}{F_1(h,u)F_2(h,u)[1+V_2(u)]} \times$$

$$\times N(\rho)\, e^{-i(u-\alpha)\rho}\, d\rho\, du, \tag{19}$$

k_h — волновое число при $z = h$. Подстановка выражений (17) во второе граничное условие (16) дает дисперсионное уравнение

$$V_1(\alpha)\, V_2(\alpha) = 1,$$

которое имеет вид совершенно обычный для неоднородного слоя [2].

Перейдем теперь к вычислению величины η. Способ вычисления ее в значительной мере зависит от вида коэффициента отражения $V_2(u)$. Рассмотрим сначала случай, когда модуль $V_2(u)$ равен единице в некотором интервале значений u. Разобьем интеграл (19) на два интеграла:

$$\eta = \frac{k_h\zeta_0^2}{2\pi} \times$$

$$\times \left\{\int\limits_{-\infty}^{0} N(\rho)\, e^{i\alpha\rho}\, d\rho \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{[F_1(h,u)F_2'(h,u) + V_2(u)F_2(h,u)F_1'(h,u)}{F_1(h,u)F_2(h,u)[1+V_2(u)]} e^{-iu\rho}\, du + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{0}^{\infty} N(\rho)\, e^{i\alpha\rho}\, d\rho \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{[F_1(h,u)F_2'(h,u) + V_2(u)F_2(h,u)F_1'(h,u)]}{F_1(h,u)F_2(h,u)[1+V_2(u)]} e^{-iu\rho}\, du\right\}. \tag{20}$$

Интегралы по переменной u можно представить в виде суммы вычетов в полюсах подынтегрального выражения, определяемых из уравнения

$$1 + V_2(u) = 0. \tag{21}$$

Обозначая корни уравнения (21) через u_l, находим

$$\eta = ik_h\zeta_0^2 \left\{ \sum \frac{W(u_l)}{F_1(h, u_l) F_2(h, u_l) \left(\dfrac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u_l}} \int\limits_0^\infty N(\rho)\, e^{i(u_l - \alpha)\rho}\, d\rho - \right.$$

$$\left. - \sum_l \frac{W(u_l)}{F_1(h, u_l) F_2(h, u_l) \left(\dfrac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u_l}} \int\limits_0^\infty N(\rho)\, e^{-i(u_l - \alpha)\rho}\, d\rho \right\}, \tag{22}$$

где $W(u_l) = F_1(h, u_l) F_2'(h, u_l) - F_2(h, u_l) F_1'(h, u_l)$ — вронскиан пары функций $F_1(z, u)$, $F_2(z, u)$. В формуле (22) в первом члене суммирование идет по полюсам, расположенным в верхней полуплоскости комплексного переменного u, а во втором — по полюсам, находящимся в нижней полуплоскости.

Дальнейшие расчеты проведем в предположении, что автокорреляционная функция является гауссовой, т. е. $N(\rho) = e^{-\rho^2/\rho_0^2}$, а волновое число в среде изменяется по закону

$$k^2(z) = \begin{cases} k_h^2[1 + 2a(z - h)] & \text{при } 0 \leqslant z \leqslant h \\ k_h^2(1 - 2ah) \equiv k_0^2 & \text{при } z < 0. \end{cases}$$

При $ah \ll 1$ это приближенно соответствует линейному возрастанию звука с глубиной в слое (приповерхностный канал).

В этом случае функции $F_1(z, u)$ и $F_2(z, u)$ будут

$$F_1(z, u) = w^{1/3} H_{1/3}^{(1)}(w), \quad F_2(z, u) = w^{1/3} H_{1/3}^{(2)}(w), \tag{23}$$

где $H_{1/3}^{(1,2)}(w)$ — функции Ганкеля первого и второго рода порядка $1/3$ от аргумента $w = \dfrac{1}{3ak_h^2}[k_h^2 - u^2 + 2ak_h^2(z - h)]^{3/2}$. Вронскиан пары функций $F_1(z, u)$ и $F_2(z, u)$ будет

$$W(u) = -\frac{4i}{\pi}(3ak_h^2)^{1/3}. \tag{24}$$

Для распространяющихся в приповерхностном канале нормальных волн выполняются следующие условия:

$$|w_h| \equiv |w|_{z=h} \geqslant 1, \qquad -\pi < \arg w_h < \pi, \tag{25}$$

$$|w_0| \equiv |w|_{z=0} \geqslant 1, \qquad 0 < \arg w_0 < 2\pi. \tag{26}$$

Воспользовавшись известными асимптотическими разложениями функций Ганкеля при условиях (25) и (26) [3], находим

$$V_2(u) \sim e^{2iw_h - \pi i/2}, \tag{27}$$

$$F_1(h, u) F_2(h, u) \sim \frac{2}{\pi w_h^{1/3}}; \quad \frac{F_1'(h, \alpha)}{F_1(h, \alpha)} \sim ik_h \sin\chi; \quad \frac{F_2'(h, \alpha)}{F_2(h, \alpha)} \sim -ik_h \sin\chi, \tag{28}$$

где χ — угол скольжения при $z = h$, который определяется из соотношения $\alpha = k_h \cos\chi$.

Для нормальных волн, уходящих из приповерхностного канала, соотношение (25) остается по-прежнему справедливым, а соотношение (26) заменяется следующим:

$$|w_0| \geqslant 1, \quad -\pi < \arg w_0 < \pi. \tag{29}$$

Асимптотическое выражение для коэффициента отражения $V_2(u)$ будет иметь вид

$$V_2(u) \sim \frac{1}{12\, iw_0} e^{2i(w_h - w_0)}. \tag{30}$$

Подставляя выражение (24) и первое из соотношений (28) в формулу (20), получим

$$\eta = 2k_h\zeta_0^2 \left\{ \sum_e \frac{(k_h^2 - u_l^2)^{1/2}}{\left(\frac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u_l}} \int_0^\infty N(\rho)\, e^{i(u_l - \alpha)\rho}\, d\rho - \right.$$

$$\left. - \sum_l \frac{(k_h^2 - u_l^2)^{1/2}}{\left(\frac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u_l}} \int_0^\infty N(\rho)\, e^{-i(u_l - \alpha)\rho}\, d\rho. \right.$$

Значения интегралов (31) существенно зависят от величины параметра $\rho_0(u_l - \alpha)$:

$$\int_0^\infty e^{-\rho^2/\rho_0^2 \pm i(u_l - \alpha)\rho}\, d\rho = \begin{cases} \dfrac{\rho_0\sqrt{\pi}}{2}, & \rho_0\,|u_l - \alpha| \ll 1 \\[2ex] \dfrac{\pm i}{(u_l - \alpha)}, & \rho_0\,|u_l - \alpha| \gg 1. \end{cases} \tag{32}$$

Совершенно очевидно, что для мелкомасштабных неровностей всегда выполняется первое из неравенств. В этом случае

$$\eta = 2\sqrt{\pi}\, k_h \rho_0 \zeta_0^2 \sum_l \frac{(k_h^2 - u_l^2)^{1/2}}{\left(\frac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u_l}}, \tag{33}$$

причем суммирование проводится уже только по полюсам, расположенным в верхней полуплоскости u. Что касается крупномасштабных неровностей, то здесь могут быть различные случаи. Наиболее простой результат получается для очень больших радиусов корреляции, когда $\rho_0(u_l - u_{l+1}) \gg 1$. При этом условии в формуле (31) достаточно удержать только один член номера m, для которого $u_m = \alpha$; если $\alpha > 0$, то этот член берется из первой суммы, а если $\alpha < 0$ — то из второй суммы. Считая, что α соответствует одной из распространяющихся волн и полагая $u_m = \alpha$, находим

$$\eta = -\frac{i\sqrt{\pi}\, a\rho_0 (k_h\zeta_0)^2}{2\cos\chi} \tag{34}$$

При этом мы воспользовались соотношением $\left(\frac{\partial V_2}{\partial u}\right)_\alpha = \frac{6ik_h \cos\chi\, w_h^{1/2}}{(3ak_h^2)^{1/3}}$, которое непосредственно следует из формулы (27).

Подставляя выражение (34) в (18) и учитывая вторые соотношения (28), получим для среднего коэффициента отражения следующее выражение:

$$V_1(\chi) = -\frac{1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} a\rho_0 (k_h\zeta_0)^2 \operatorname{tg}\chi}{1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} a\rho_0 (k_h\zeta_0)^2 \operatorname{tg}\chi}. \tag{35}$$

Следует отметить, что средний коэффициент отражения $V_1(\chi)$ зависит не только от статистических характеристик неровной поверхности, но также и от свойств неоднородной среды, в частности, от относительного градиента скорости звука для принятой зависимости $k(z)$.

При малых неровностях $(k_h^2\zeta_0^2 \ll 1)$ или малых относительных градиентах скорости звука $(a\rho_0 \ll 1)$ выражение для среднего коэффициента отражения упрощается:

$$V_1(\chi) = -1 + \sqrt{\pi}\, a\rho_0 (k_h\zeta_0)^2 \operatorname{tg}\chi. \tag{36}$$

Зная коэффициент отражения от неровной поверхности, легко определить и коэффициент пространственного затухания средней интенсивности звука по одному из лучей, распространяющихся по приповерхностному каналу. Если коэффициент отражения близок к единице, то коэффициент затухания γ можно определить по следующей формуле [4]:

$$2\gamma = \frac{1 - |V_1(\chi)|^2}{D(\chi)}, \tag{37}$$

где $D(\chi)$ — длина цикла луча, равная для принятой зависимости $k(z)$

$$D(\chi) = \frac{\sin 2\chi}{a}. \tag{38}$$

Подставляя выражения (36) и (38) в формулу (37), находим

$$2\gamma = \frac{\sqrt{\pi}\, a^2\rho_0 (k_h\zeta_0)^2}{\cos^2\chi}$$

или, при малых углах скольжения,

$$2\gamma = \sqrt{\pi} a^2\rho_0 (k_h\zeta_0)^2. \tag{39}$$

В данном случае коэффициент затухания γ пропорционален квадрату относительного градиента скорости звука.

Если бы неровная поверхность с теми же статистическими свойствами ограничивала однородное полупространство, а не слоистую среду, то средний коэффициент отражения при крупномасштабных неоднородностях выражался бы так:

$$\tilde{V}_1(\chi) = -1 + 2(k_h\zeta_0 \sin\chi)^2, \tag{40}$$

а соответствующий ему коэффициент затухания имел бы вид

$$2\tilde{\gamma} = 2a(k_h\zeta_0)^2 \operatorname{tg}\chi. \tag{41}$$

Видно, что в этих двух случаях коэффициенты отражения и затухания существенно отличаются друг от друга. Аналогичный результат был получен и в работе [5] для частного случая рассеяния одной нормальной волны в однородном волноводе с абсолютно отражающими границами, одна из которых предполагается статистически неровной в правом полуволноводе.

Интересно оценить отношение коэффициентов затухания для указанных двух случаев. С помощью соотношений (39) и (41) находим

$$\frac{\gamma}{\tilde{\gamma}} = \frac{\sqrt{\pi}\,\rho_0}{D(\chi)}. \tag{42}$$

Таким образом, отношение коэффициентов затухания пропорционально отношению радиуса корреляции к длине цикла луча.

Выясним физический смысл неравенства $\rho_0(u_l - u_{l+1}) \gg 1$, при котором справедливы полученные выше результаты. Для распространяющихся в приповерхностном канале нормальных волн из выражений (21) и (27) находим

$$w_h = \pi(l - {}^1/_4),\ u_l = k_h\sqrt{1 - \left(\frac{3a\pi}{k_h}\right)^{2/3}(l - {}^1/_4)^{2/3}},\ l = 1, 2, 3\ldots. \tag{43}$$

Для всех распространяющихся в канале нормальных волн величина $\left(\frac{3a\pi}{k_h}\right)^{2/3}(l - {}^1/_4)^{2/3}$ много меньше единицы, поэтому u_l приближенно можно представить в виде $u_l \simeq k_h\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{3a\pi}{k_h}\right)^{2/3}(l - {}^1/_4)^{2/3}\right]$. Тогда при $l \gg 1$ имеем

$$u_l - u_{l+1} = \frac{k_h}{3l^{1/3}}\left(\frac{3a\pi}{k_h}\right)^{2/3}. \tag{44}$$

Но, согласно формуле (43),

$$l^{1/3} \simeq (w_h / \pi)^{1/3}$$

или

$$l^{1/3} = (k_h / 3a\pi)^{1/3}\sin\chi_l, \tag{45}$$

где χ_l — угол скольжения нормальной волны номера l при $z = h$. Подставляя выражение (45) в формулу (44), находим $u_l - u_{l+1} = \pi a / \sin\chi_l$. При малых углах скольжения $\frac{\sin\chi_l}{a} \simeq \frac{D(\chi_l)}{2}$ и, следовательно, $\rho_0(u_l - u_{l+1}) = \frac{2\pi\rho_0}{D(\chi_l)}$ Таким образом, применимость полученных результатов определяется условием* $2\pi\frac{\rho_0}{D(\chi_l)} \gg 1$. При выполнении этого неравенства отношение $\gamma / \tilde{\gamma}$ должно быть равно или больше единицы, т. е. влияние неоднородностей среды проявляется в данном случае в некотором увеличении пространственного затухания. При меньших значениях радиуса корреляции расчет среднего коэффициента отражения следует проводить на основе общей формулы (31).

Рассмотрим для сравнения другой тип распределения скорости звука с глубиной, при котором лучи отражаются от неровной поверхности только один раз. Пусть волновое число в среде изменяется по закону

$$k^2(z) = \begin{cases} k_h^2[1 - 2a(z - h)], & 0 \leqslant z \leqslant h \\ k_h^2(1 - 2ah) \equiv k_0^2, & z < 0. \end{cases}$$

В этом случае все полученные выше точные соотношения будут по-прежнему справедливы, если только в них произвести замену a на $-a$. При такой замене аргумент w_0 оказывается всегда лежащим в интервале $(-\pi,$

* На необходимость условия такого вида внимание автора обратил В. М. Кудряшов.

π), а коэффициент отражения $V_2(u)$ будет определяться формулой (30). Пренебрегая $V_2(u)$ по сравнению с единицей, получим

$$\eta = \frac{ik_h\zeta_0^2}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{k_h^2 - u^2}\,N(\rho)\,e^{-i(u-\alpha)\rho}d\rho\,du.$$

При крупномасштабных неровностях и гауссовой автокорреляционной функции последнее выражение принимает вид

$$\eta = i(k_h\zeta_0)^2\sin\chi. \tag{46}$$

Подставляя выражение (46) в формулу (18) и учитывая последнее из соотношений (28), находим $V_1(\chi) = -1 + 2(k_h\zeta_0\sin\chi)^2$, что полностью совпадает с выражением (40) для коэффициента отражения от неровной поверхности, ограничивающей однородную среду с волновым числом k_h. Таким образом, если при данной зависимости $k(z)$ не происходит многократного отражения звука от неровной поверхности, то наличие неоднородностей в среде никак не сказывается на величине среднего коэффициента отражения; неоднородности оказывают значительное влияние только в том случае, если образуется приповерхностный канал и существуют захваченные им нормальные волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Г. Басс. К статистической теории распространения волн (докт. дисс.). Институт радиофизики и электроники АН УССР. Харьков, 1962.
2. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР. 1957.
3. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
4. Ю. П. Лысанов. Об усредненном законе спадания в приповерхностном звуковом канале с неровной границей. Акуст. ж., 1966, 12, 4, 489—491.
5. А. Д. Лапин. Расчет среднего поля в волноводе с шероховатыми стенками. Доклады VI Всесоюзной акустической конференции. А14, 1968.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
12 июня 1968 г.