

## ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

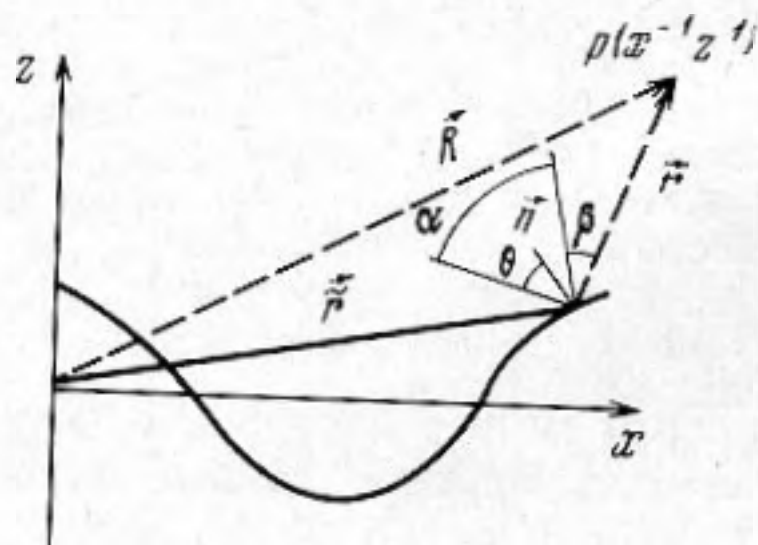
Т. Л. Гутман

Пусть на поверхность, колеблющуюся относительно некоторой плоскости  $p$ , падает плоская монохроматическая волна. Выберем систему координат так, чтобы плоскость  $xz$  совпадала с плоскостью падения волны, а ось  $z$  была перпендикулярна к плоскости  $p$ . В этой системе координат уравнение поверхности примем в виде  $z = a \cos (sx + vt + \delta)$  (плоский случай), а потенциал падающей волны в виде  $\varphi = e^{i(kx \sin \alpha - kz \cos \alpha - \omega t)}$ , где  $\alpha$  — угол падения (см. фигуру). Нас будет интересовать поле в произвольной точке  $P(x'z')$  в некоторый момент времени  $t'$ .

Для расчета дифрагированного поля воспользуемся формулой, являющейся обобщением известной формулы Кирхгофа на случай поверхности, движущейся произвольным образом:

$$\varphi(x', z', t') = \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{1}{r(1 - \beta_{nr})} - \varphi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(1 - \beta_{nr})} + \right. \\ \left. + \frac{\text{grad}_t r}{c(1 - \beta_{nr})} \frac{\partial}{\partial t} \frac{n_i \varphi}{r(1 - \beta_{nr})} - \frac{\beta_n}{cr(1 - \beta_{nr})} \frac{\partial}{\partial t} (\beta_n \varphi) \right\} d\sigma. \quad (1)$$

Здесь  $\varphi$ ,  $\partial \varphi / \partial t$ ,  $\partial \varphi / \partial n$  — значения поля и его производных на поверхности  $\sigma$ ,  $\mathbf{n}$  — единичная нормаль к поверхности,  $\beta_n$  — отношение скорости движения поверхности по направлению ее нормали к скорости распространения падающего излучения,  $r$  — расстояние от точки наблюдения до точки на поверхности,  $\beta_{nr}$  — проекция нормальной скорости поверхности на направление  $r$ . Все величины под интегралом и сама поверхность берутся в момент времени  $t = t' - r/c$ . Интегрирование производится по всей озвученной площадке.



Формула (1) легко может быть получена методом, предложенным в работе [1]\*. Для использования ее необходимо знать  $\varphi$ ,  $\partial \varphi / \partial n$ ,  $\partial \varphi / \partial t$  на поверхности  $\sigma$ . Для получения этих величин предположим, что отражение в каждой точке поверхности происходит приблизительно так же, как и от бесконечной плоскости, совпадающей с касательной плоскостью в данной точке. Для выполнения этого предположения необходимо, чтобы на касательной плоскости в каждой точке поверхности, можно было выделить площадку, достаточно близкую к поверхности, с линейными размерами, большими по сравнению с длиной падающей волны. Условия выполнения этих предположений подробно рассмотрены в работе [3].

Мы будем предполагать, что поверхность  $\sigma$  идеально отражающая, т. е.  $\varphi / \sigma = 0$ , и для нахождения  $\partial \varphi / \partial n$  и  $\partial \varphi / \partial t$  на поверхности рассмотрим отражение от плоскости касательной к поверхности в некоторой точке и движущейся параллельно себе [4]. С точностью до членов порядка  $\beta_n$  мы получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\sigma} = -2ik(\cos \theta + \beta_n) e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{\sigma} = 0,$$

где  $\theta$  — угол между падающим лучом и нормалью к поверхности,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки на поверхности. Считая, что наблюдение происходит в зоне Фраунгофера, будем пренебрегать членами порядка  $1/r^2$  и выше по сравнению с  $1/r$ . Если озвучена колеблющаяся площадка конечных размеров —  $2D$ , то, поместив начало координат в центр этой площадки и обозначив через  $R$  расстояние от начала до точки наблюдения, положим

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{R}; \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \approx \mathbf{k} \cdot \mathbf{R} - \mathbf{x} \cdot \mathbf{k}, \quad \text{где } \mathbf{x} \text{ — вектор,}$$

по модулю равный  $k$  и направленный из начала координат в точку наблюдения.

Итак, в нулевом приближении, пренебрегая членами  $\beta_n$ , получим

$$\varphi(x', z', t') = \frac{ik}{2\pi R} e^{i(kR - \omega t')} \int_{-D}^D (z_x' \sin \alpha + \cos \alpha) \times \\ \times \exp \{ ik [x(\sin \alpha - \sin \beta) - (\cos \alpha + \cos \beta) a \cos (sx + vt + \delta)] \} dx. \quad (2)$$

\* Отличие этой формулы от формулы, полученной в работе [2] (третье слагаемое под интегралом), вызвано допущенными в работе [2] неточностями.

Здесь  $\beta$  — угол между  $oz$  и  $R$ ,  $t \approx t' - R/c$ . Вычисление интеграла в формуле (2) методом стационарной фазы ( $ak$  — большой параметр) при условии, что

$$as > \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad (3)$$

дает

$$I = \left[ \frac{2\pi}{k\rho} \right]^{1/2} \frac{1}{s} \left[ \operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2} \sin \alpha + \cos \alpha \right] \frac{\sin 2N\gamma\pi}{\sin \nu\pi} e^{-i\nu(\nu t + \delta)} \{ e^{i(\nu\sigma - k\rho + \pi\nu)} + e^{-i(\nu\sigma - k\rho)} \} + O\left(\frac{1}{k\rho}\right).$$

Здесь  $\rho = \frac{\cos \beta + \cos \alpha}{s} \sqrt{a^2 s^2 - \operatorname{tg}^2 \frac{\beta - \alpha}{2}}$ ;  $\sigma = \operatorname{arc} \sin \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2}}{as}$ ;  $\nu = \frac{k}{s} (\sin \alpha - \sin \beta)$ ;  $N$  — число длин волн  $2\pi/s$ , содержащееся в  $D$ :  $N = [Ds/2\pi]$ .

Функция  $\sin 2N\gamma\pi / \sin \nu\pi$  имеет большие (порядка  $2N$ ) экстремумы при всех целых значениях  $\nu$ , т. е. можно утверждать, что в направлении  $\beta_m$ , соответствующем целому  $\nu$ ,  $\frac{k}{s} (\sin \alpha - \sin \beta) = m$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots$ , будут наблюдаться максимумы амплитуды дифрагированной волны. Множитель  $e^{-i\nu(\nu t + \delta)} = e^{-im\nu t'} e^{im(\nu R/c) - \delta}$  определит сдвиг частоты в соответственном максимуме. Интересно, что в нулевом дифракционном максимуме, соответствующем направлению зеркального отражения, сдвиг частоты отсутствует.

Если условие (3) не выполнено, то дифракция определится краями площадки; при условии (3) эффект от краев оказывается меньше рассмотренного.

Заметим в заключение, что полученные при  $ak \gg 1$  результаты аналогичны результатам Басса [5] для относительно длинноволнового ( $ak \ll 1$ ) случая. Это обстоятельство позволяет предположить возможность их распространения на случай средних длин волн ( $ak \sim 1$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Л. Гутман. К вопросу о дифракции электромагнитных волн на произвольно движущейся поверхности. Изв. вузов, Радиофизика, 1968, 11, 10, 1592—1599.
2. В. А. Хромов. К обобщению теоремы Кирхгофа для случая поверхности, движущейся произвольным образом. Акуст. ж., 1963, 9, 1, 88.
3. Л. М. Бреховских. Дифракция на неровной поверхности. Ж. эксп. и теор. физ., 1952, 23, 3, 275—304.
4. А. Л. Гутман. Дифракция плоской волны на расширяющемся сферическом сегменте. Радиотехника и электроника, 1968, 13, 2, 195—203.
5. Ф. Г. Басс. К теории комбинационного рассеяния волн на неровной поверхности. Изв. вузов, Радиофизика, 1961, 4, 1, 58.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступило в редакцию  
31 декабря 1967 г.

УДК 534.26

### ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ ШУМОВОГО ПОЛЯ ВНУТРИ ОБОЛОЧКИ, ОБТЕКАЕМОЙ ПОТОКОМ

Н. Д. Дендебера

Результаты экспериментальных исследований статистических характеристик пульсаций давления, действующих на поверхность тела, движущегося в воде, приводятся в ряде работ, в том числе в статьях [1—3]. Измерения пульсаций давления обычно осуществляются при помощи приемников, укрепленных заподлицо с поверхностью тела. Из анализа опубликованных данных, см., например, работу [2], можно видеть, что существует различие в уровнях давления, регистрируемых приемниками, расположенными в различных точках поверхности вдоль по потоку. Рассматривая взаимодействие колебаний оболочки с полем пульсаций давления в турбулентном пограничном слое, можно прийти к заключению, что и в различных точках внутри оболочки, заполненной водой, при обтекании ее потоком воды, уровни пульсаций давления будут существенно отличаться и зависеть от расположения звукоприемника. Ниже излагаются результаты некоторых экспериментов, проведенных с целью изучения указанных особенностей поля внутри замкнутой звукопрозрачной оболочки, обтекаемой потоком воды.