

Итак, несмотря на кажущееся различие в поведении концентрационно-температурных зависимостей интенсивности сонолюминесценции обеих исследованных систем, можно видеть и некоторые общие черты. При низких температурах (до 30°) структурные свойства жидкости  $\eta$  и  $\beta$  оказывают существенное влияние на интенсивность сонолюминесценции. При повышении температуры все большую роль начинает играть возрастающее давление паров, приводящее к тушению свечения. Сонолюминесценция практически не возникает при температурах выше 65°.

В заключение авторы выражают признательность А. Н. Лукину и В. Н. Филимонову за ценные обсуждения и практические советы, а также благодарят Г. Т. Шепель и Г. А. Савинова за помощь в проведении опытов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P. J a r m a n. Measurements of sonoluminescence from pure liquids and some aqueous. Proc. Phys. Soc., 1959, 13, 628.
2. П. И. Голубничий, В. Д. Гончаров, Х. В. Протопопов. Сонолюминесценция в жидкостях. I. Влияние физических свойств чистых жидкостей. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 188, Новосибирск, 1968.
3. F. Y o u n g. Sonoluminescence from glycerine — water mixtures. Nature, 1965, 206, 706.
4. П. И. Голубничий, В. Д. Гончаров, А. Н. Лукин, Х. В. Протопопов. Аппаратура для исследования электролюминесценции и сонолюминесценции жидкостей. ПТЭ, 1969, № 4, 220.
5. В. О. Вяземский, И. И. Ломоносов, А. Н. Писаревский, Х. В. Протопопов, В. А. Рузин, Е. Д. Тетерин. Сцинтилляционный метод в радиометрии. М., Госатомиздат, 1961.
6. G. S. D a r b a r i, R. P. S i n g h, G. S. V e r m e. Temperature dependence of ultrasonic absorption in mixtures of glycerol and water. Nuovo Cim., 1966, 41B, 15.

Институт ядерной физики  
СО АН СССР  
Новосибирск

Поступило в редакцию  
12 сентября 1968 г.

УДК 534.8.081.7

#### К ВОПРОСУ ОБ АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ АЗЕОТРОПНЫХ СМЕСЕЙ

**В. И. Гречкин**, Г. И. Новиков, В. Ф. Ноздрев

Согласно существующим представлениям, образование положительных азеотропов в растворе обусловлено значительным уменьшением сил взаимодействия между разнородными молекулами при азеотропном составе по сравнению с силами взаимодействия между одинаковыми молекулами в компонентах смеси [1, 2].

Поэтому естественно ожидать, что указанные изменения в силах межмолекулярного взаимодействия должны найти в той или иной мере свое отражение в характере поведения различных физико-химических свойств растворов в зависимости от их состава.

С целью выяснения корреляции в поведении физико-химических свойств азеотропных растворов с особенностями межмолекулярного взаимодействия в них, мы провели исследования акустических характеристик, плотности, сдвиговой вязкости и фазовых равновесий в системе изопропанол — циклогексан в широком интервале температур, давлений и концентраций, включая критическую область жидкость — пар.

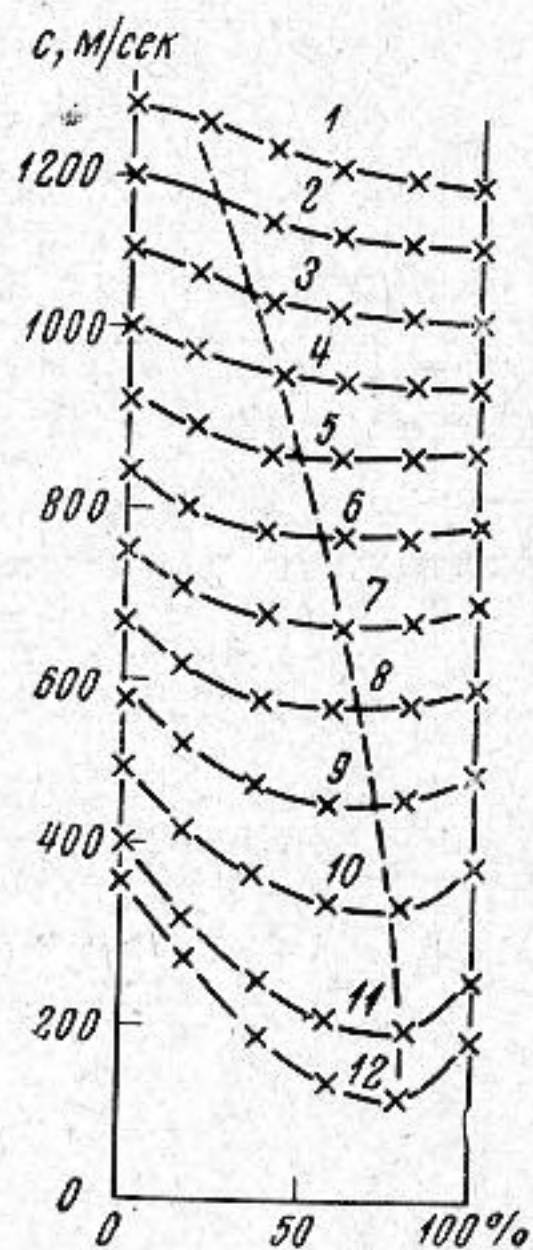
Акустические параметры системы определялись оптическим дифракционным методом, сдвиговая вязкость измерялась капиллярным вискозиметром, а составы равновесных фаз — методом отбора и анализа проб [3, 4, 5]. Физико-химические константы индивидуальных жидкостей, из которых составлялись смеси, имели значения, близкие к табличным.

Максимально возможная ошибка эксперимента, по нашим оценкам, составляла для средних температур 120—150° при определении скорости распространения ультразвука — 0,6—0,8%, плотности — 0,8—1,0%, вязкости — около 2% и состава фаз — 1,0—1,2%.

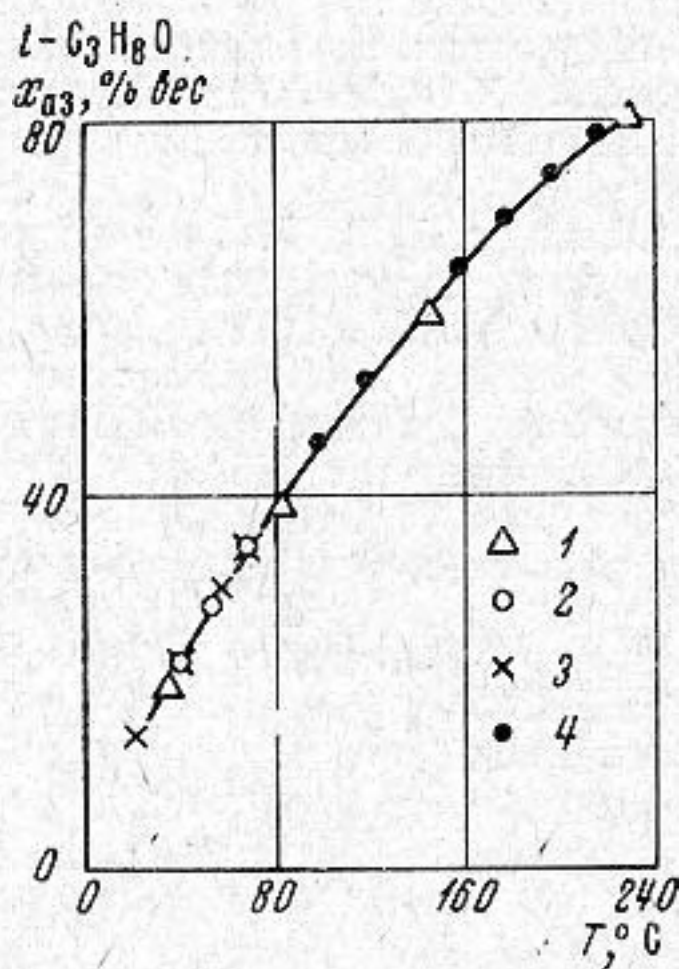
На фиг. 1 приводятся полученные нами изотермы скорости распространения ультразвука в жидкой фазе системы изопропанол — циклогексан в зависимости от весового процентного содержания спирта в условиях равновесия с насыщенным паром. Кривые на фигуре отвечают следующим значениям температуры: 1 — 20, 2 — 40, 3 — 60, 4 — 80, 5 — 100, 6 — 120, 7 — 140, 8 — 160, 9 — 180, 10 — 200, 11 — 220, 12 — 230°.

Характерной особенностью кривых является наличие довольно глубоких минимумов скорости ультразвука при высоких температурах и точек перегиба при температурах, близких к комнатным. Так как на изотермах плотности заметных аномалий не обнаружено, минимальные значения скорости ультразвука свидетельствуют, на наш взгляд, о повышенной сжимаемости раствора, т. е. об уменьшении сил взаимодействия между молекулами в смеси при соответствующих температурах и концентрациях компонентов.

Исходя из указанных выше представлений о природе азеотропизма, горизонтальные координаты минимумов скорости распространения ультразвука должны указывать на состав азеотропа при соответствующих температурах.



Фиг. 1



Фиг. 2

Действительно, как показывает анализ экспериментальных результатов, составы смесей, соответствующие точкам перегиба и минимумам скорости распространения ультразвука, в пределах ошибки опыта укладываются на кривую  $x_{аз} = f(T)$ , изображающую изменение состава азеотропа с температурой, построенную на основании наших прямых исследований сосуществующих фаз (фиг. 2).

Более того, проведенные нами исследования сдвиговой вязкости системы изопропанол — циклогексан позволяют заключить, что составы, при которых наблюдаются минимумы на изотермах вязкости, при соответственных температурах также укладываются на кривую  $x_{аз} = f(T)$ .

На фиг. 2, изображающей зависимость состава азеотропа от температуры, 1 — данные, полученные на основании наших прямых исследований составов равновесных фаз; 2 — данные авторов работы [6], исследовавших эту систему в узком интервале температур; 3 — данные, основанные на результатах измерения сдвиговой вязкости и 4 — на измерениях скорости распространения ультразвука.

Таким образом, на основании исследования системы изопропанол — циклогексан можно сделать следующие выводы:

1. Обнаружена связь между явлением азеотропизма и характером поведения скорости распространения ультразвука и сдвиговой вязкости от состава раствора вдоль изотерм насыщения.

2. Результаты ультразвуковых исследований растворов могут быть использованы для определения состава положительного азеотропа в широком интервале температур.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Свентославский. Азеотропия и полиазеотропия. М., «Химия», 1968.
2. М. И. Шахпаронов. Введение в молекулярную теорию растворов. М., ГТТИ, 1956.
3. В. Ф. Ноздрев. Применение ультразвуки в молекулярной физике. М., Физматгиз, 1958.
4. И. Ф. Голубев. Вязкость газов и газовых смесей. М., Физматгиз, 1959.

5. Б. Сейдж, Г. Ример. Некоторые методы экспериментального изучения равновесия жидкость — пар. В сб. «Фазовые равновесия легких углеводородов», М., Гостоптехиздат, 1958, 52—65.
6. А. В. Сторонкин, А. Г. Морачевский. О равновесии раствор — пар в системе бензол — циклогексан — изопропиловый спирт. Ж. физ. хим., 1956, 30, 6, 1297—1307.

Тульский государственный педагогический институт им. Л. Н. Толстого

Поступило в редакцию 3 марта 1969 г.

УДК 534.21

## К ВОПРОСУ О РАЗДЕЛИМОСТИ ВЕКТОРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

О. И. Гроссман, А. А. Клещев

Известно [1], что векторное волновое уравнение

$$(\Delta + k^2)\mathbf{A} = 0 \quad (1)$$

разделяется в шести из одиннадцати координатных систем, допускающих разделение скалярного волнового уравнения. Этот факт являлся препятствием для применения метода разделения переменных в задачах дифракции звуковых волн на упругих сфероидальных (вытянутых и сплюснутых) и параболических телах вращения. Однако в осесимметричном случае удается произвести разделение переменных в уравнении (1) в трех координатных системах вращения (вытянутой сфероидальной, сплюснутой сфероидальной и параболической), поскольку векторный потенциал обладает при этом лишь одной компонентой

$$\mathbf{A} = A_\varphi \cdot \mathbf{e}_\varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  — угловая координата вращения,  $\mathbf{e}_\varphi$  — ее орт. Покажем справедливость этого утверждения на примере системы вытянутых сфероидальных координат вращения. Если  $x, y, z$  — декартовы координаты с началом в центре системы, а  $\xi, \eta, \varphi$  — вытянутые сфероидальные координаты, то связь между ними определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} x &= h_0 \cdot (1 - \eta^2)^{1/2} \cdot (\xi^2 - 1)^{1/2} \cdot \cos \varphi, \\ y &= h_0 (1 - \eta^2)^{1/2} \cdot (\xi^2 - 1)^{1/2} \cdot \sin \varphi, \quad z = h_0 \cdot \eta \cdot \xi, \end{aligned}$$

где  $h_0$  — половина фокусного расстояния. Координаты  $\xi, \eta, \varphi$  изменяются в пределах  $-1 \leq \eta \leq 1, 1 \leq \xi < \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , а масштабные множители задаются выражениями:

$$\begin{aligned} h_\xi &= h_0 \cdot (\xi^2 - \eta^2)^{1/2} \cdot (\xi^2 - 1)^{-1/2}, \quad h_\eta = h_0 \cdot (\xi^2 - \eta^2)^{1/2} \cdot (1 - \eta^2)^{-1/2}, \\ h_\varphi &= h_0 \cdot (1 - \eta^2)^{1/2} \cdot (\xi^2 - 1)^{1/2}. \end{aligned}$$

Учтя осевую симметрию (2), раскроем волновое уравнение (1):

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^2 - 1) \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} (1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\xi^2 - \eta^2}{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \right] A_\varphi + (\xi^2 - \eta^2) h_0^2 \cdot k^2 \cdot A_\varphi = 0 \quad (3)$$

Полагая  $A_\varphi = \Psi(\xi) \cdot \Theta(\eta)$ , разделим переменные в уравнении (3):

$$\left[ \frac{d}{d\xi} (\xi^2 - 1) \frac{d}{d\xi} - \frac{1}{\xi^2 - 1} - \lambda_{1,n} + c^2 \cdot \xi^2 \right] \Psi(\xi) = 0, \quad (4)$$

$$\left[ \frac{d}{d\eta} (1 - \eta^2) \frac{d}{d\eta} - \frac{1}{1 - \eta^2} + \lambda_{1,n} - c^2 \cdot \eta^2 \right] \Theta(\eta) = 0. \quad (5)$$

Здесь  $c = h_0 \cdot k$ , а  $\lambda_{1,n} = \lambda_{1,n}(c)$  — постоянная разделения. Уравнениям (4) и (5)

удовлетворяют соответственно радиальные  $R_{m,n}^{(1),(2)}(c, \xi)$  и угловые  $S_{m,n}^{(1),(2)}(c, \eta)$  сфероидальные функции с индексом  $m = 1$ . Следовательно, фундаментальными решениями уравнения (3) будут произведения сфероидальных функций вида

$S_{1,n}^{(1),(2)}(c, \eta) \cdot R_{1,n}^{(1),(2)}(c, \xi)$ . Угловые функции второго рода  $S_{m,n}^{(2)}(c, \eta)$  обычно не рассматриваются, так как они имеют особенности в точках  $\eta = \pm 1$ ; во внутренней области не используются радиальные функции второго рода  $R_{m,n}(c, \xi)$ , расходящиеся