зование

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u} = -\triangle(\mathrm{rot}\,\mathbf{u}) + \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{u}) = -\triangle(\mathrm{rot}\,\mathbf{u}), \tag{4}$$

которое не верно, так как не реализуется ассоциативное свойство

$$\mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u}) \neq (\mathrm{rot}\,\mathrm{rot})\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u}. \tag{5}$$

Следует писать: $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u} = \mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u}) = \mathrm{rot}\,(-\triangle\mathbf{u} + \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}) = -\mathrm{rot}(\triangle\mathbf{u})$, так как жидкость предполагается несжимаемой, т. е. $\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0$.

Отметим вместе с тем, что уравнение (3) все же справедливо в частном случае декартовой системы координат. Именно в силу этого обстоятельства, цилиндрически симметричную по природе задачу Эккарту пришлось решать довольно искусственным и сложным методом, тогда как достаточно было бы просто записать проекцию уравнения (1) на ось z

$$-\frac{\eta}{\rho_0}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = F(r) - K \tag{6}$$

и получить ответ двукратным интегрированием. Не трудно убедиться, что при условии равенства $u(r_0) = 0$ и $\int_0^{r_0} ru\,dr = 0$ сразу получается известная формула Эккарта [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Eckart. Vortices and streams caused by sound waves. Phys. Rev., 1948, **73**, 68—76.
2. P. J. Westervelt. The theory of steady rotational flow generated by sound field. J. Acoust. Soc. America, 1953, **25**, 60—67.
3. Физическая акустика. Под ред. У. Мэзона, т. II, ч. Б. М., «Мир», 1969.
4. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.

Московский государственный университет

Поступило в редакцию
12 декабря 1969 г.

УДК 534.22

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ДИСПЕРСИИ В ПАРАХ н-ПАРАФИНОВ

А. И. Сапожников, В. Ф. Яковлев

При исследовании трансляционной дисперсии в одноатомных газах [1, 2] обнаружено, что в области 10 000 *Мгц/атм* (число Кнудсена $Kn > 1$) скорость звука c и коэффициент поглощения α достигают предельных значений $c_\infty \simeq 2c_0$ и $\alpha_\infty / \beta_0 \simeq \simeq 0{,}24$, где $\beta_0 = \omega / c_0$, c_0 — лапласовская скорость звука. При этом, величина $(\alpha / \beta_0)_{max} \simeq 0{,}3$.

Указанные экспериментальные закономерности формально описываются в работах [3, 4], где рассматривается задача распространения звука в широкой области значений чисел Kn. Теория этого вопроса для многоатомных газов находится в менее развитом состоянии. Модернизированное Гринспэном [5, 6] для многоатомного газа уравнение применимо только при $Kn < 1$.

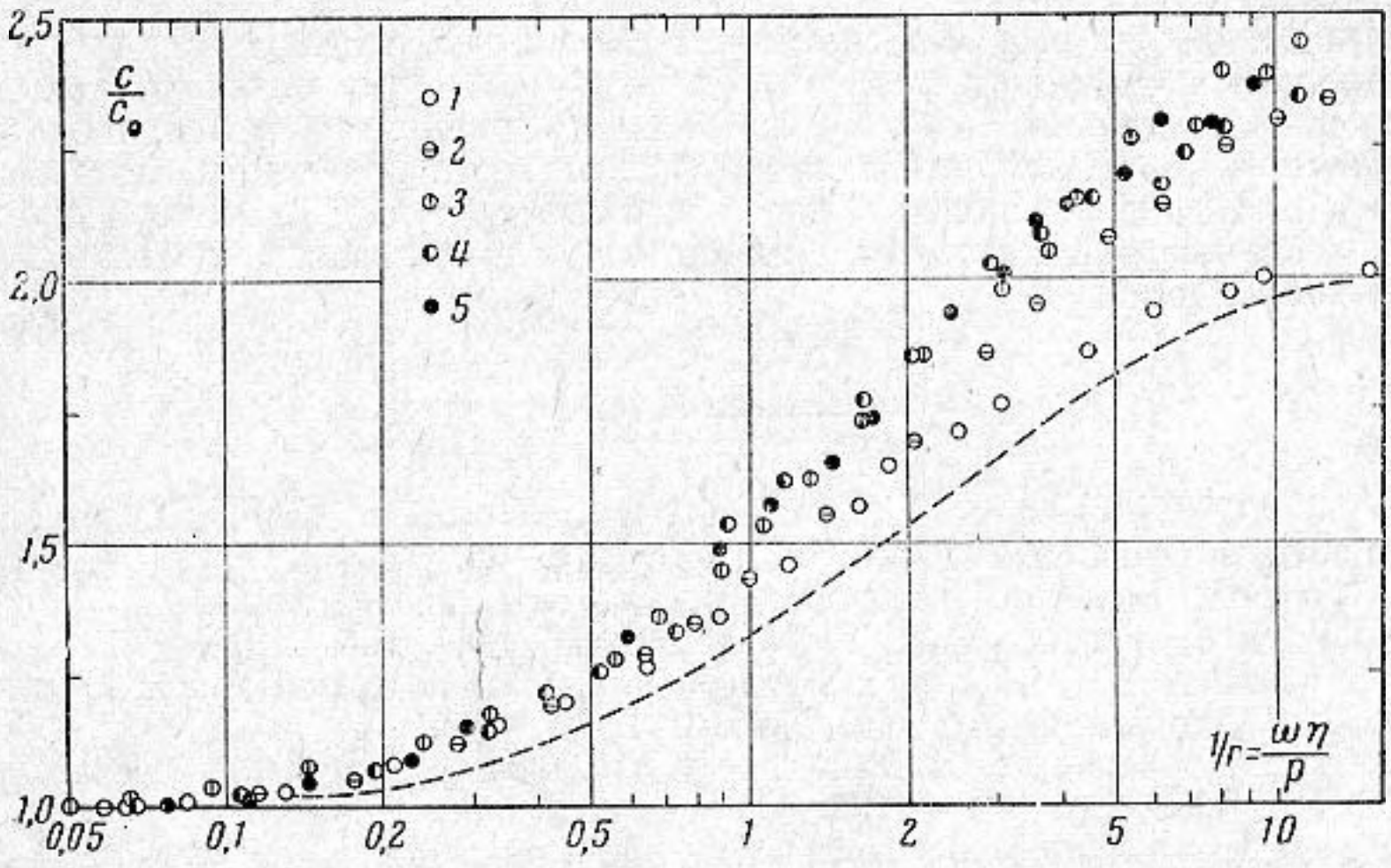
Интерпретация экспериментальных результатов в области $Kn \geqslant 1$ усложняется также наличием в многоатомных газах комбинированного релаксационного процесса. Имеющийся экспериментальный материал [7—9] до 1000 *Мгц/атм* обнаруживает начало комбинированной дисперсии в парах н-парафинов.

Для более полной интерпретации экспериментальных данных и содействия развитию теории явлений в области комбинированной дисперсии необходимо исследование распространения звука в более широком диапазоне значений параметра ν / p. С этой целью были проведены измерения коэффициента поглощения и скорости звука в парах н-парафинов соответственно до 10 000 и 20 000 *Мгц/атм*.

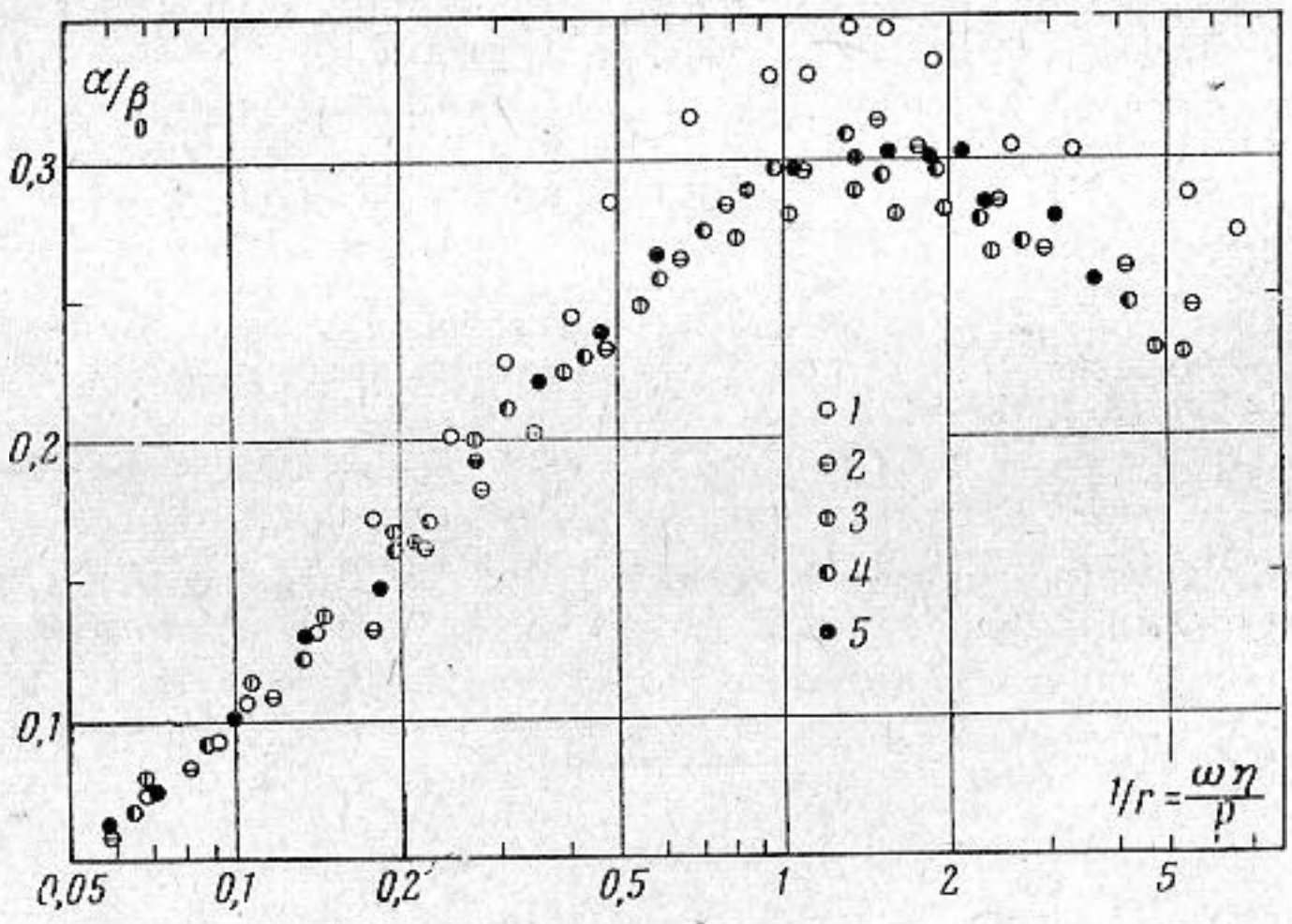
Исследования проводились методом акустического интерферометра, подобного описанному в работе [10], с резонансной частотой кварцев 509 *кгц*. Скорость звука до 5000 *Мгц/атм* измерялась по длине волны с точностью, оцениваемой по экспериментальному разбросу, равной 2%, коэффициента поглощения — 3%. Выше 5000 *Мгц/*

атм удавалось измерять фазу и амплитуду акустического сигнала по половине длины волны и точность измерения уменьшалась в два раза. Начало отсчета фазы при измерении половины длины волны выбиралось на расстояние $r = \lambda_0 / 2$ от излучающего кварца, где λ_0 — длина волны до начала комбинированной дисперсии.

Для исследования применялись: метан 99,94%, этан 99,95%, пропан 99,98% чистоты. Пентан и гексан подвергались специальной очистке и характеризовались следующими параметрами: $t_{кип} = 35{,}8°$ при 752 *мм* Hg, $n_D^{20} = 1{,}3571$, $d_4^{20} = 0{,}6258$ и $t_{кип} = 68{,}5°$ при 754 *мм* Hg, $n_D^{20} = 1{,}3751$, $d_4^{20} = 0{,}6591$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Результаты эксперимента в парах пяти членов ряда н-парафинов представлены на фиг. 1 и 2 в безразмерных параметрах c / c_0 и α / β_0 от $1 / r = \omega\eta / p$, где *1* — CH_4 *2* — C_2H_6, *3* — C_3H_8, *4* — C_5H_{12}, *5* — C_6H_{14}. Параметр приведения $1 / r$ пропорционален отношению времени свободного пробега молекул к периоду звуковой волны. Здесь c_0 — скорость звука до начала комбинированной дисперсии и определяется величиной отношения теплоемкостей: $\gamma_0 = 1{,}33$ для метана, $\gamma_0 = 1{,}26$ — этана, $\gamma_0 = 1{,}15$ — пропана, $\gamma_0 = 1{,}07$ — н-пентана и $\gamma_0 = 1{,}06$ — н-гексана. Экспериментальное значение c_0 указывает на то, что комбинированный процесс в метане обусловлен релаксацией вращательных и поступательных степеней свободы молекул. Область колебательной релаксации в метане находится в районе 100 *кгц/атм* [11]. В этане в комбинированном релаксационном процессе участвуют вращательные и поступательные степени свободы, а также низшая колебательная мода 290 $см^{-1}$, остальные колебательные степени свободы отрелаксировали несколько раньше [7]. Комбинированная дисперсия в пропане, н-пентане и н-гексане, обусловлена релаксацией колебательных вращательных и поступательных степеней свободы молекул.

Из приведенных данных (фиг. 1) следует, что область комбинированной релаксации в парах н-парафинов находится примерно в том же диапазоне значений параметра $1/r$, что и область трансляционной дисперсии в одноатомных газах (штриховая кривая) [2]. Отношение скоростей $c/c_0 = \sqrt{\gamma/\gamma_0}$ для этана, пропана, н-пентана и н-гексана при увеличении $1/r$ стремится к пределу $c_\infty/c_0 \simeq \sqrt{7/\gamma_0}$, т. е. $\gamma_\infty \simeq 7$, как и в одноатомных газах. Значение $\sqrt{7/\gamma_0}$ для пропана, н-пентана и н-гексана близко к 2,5, для этана — несколько меньше, т. к. часть колебательных степеней свободы не участвуют в комбинированном релаксационном процессе. В метане $c_\infty/c_0 \simeq 2$, так что $\gamma_\infty \simeq 5{,}3$.

Величина α/β_0 для всех исследованных газов проходит через максимум (фиг. 2). В этане, пропане, н-пентане и н-гексане $(\alpha/\beta_0)_{max} \simeq 0{,}3$, для метана $(\alpha/\beta_0)_{max} > 0{,}3$.

Эти экспериментальные факты позволяют предположить, что процесс распространения звука в конце комбинированной релаксационной области в этане, пропане, н-пентане и н-гексане и в конце области трансляционной дисперсии в одноатомных газах имеет одинаковый механизм. Для метана обнаруживается несколько иной характер этого процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Meyer, G. Sessler. Schallausbreitung in Gasen bei hohen Freuguenzen und sehr niedrigen Drucken. Z. Phys., 1957, **149**, 1, 15—39.
2. Е. Д. Попов. Экспериментальные результаты исследования трансляционной дисперсии в инертных газах. Уч. зап. МОПИ, 1968, **165**, 7, 301—304.
3. L. Sirovich, I. K. Thurber. Propagation of forced sound waves in rarefied gas dynamics. J. Acoust. Soc. America, 1965, **37**, 2, 320—339.
4. D. Kahn, D. Mintzer. Kinetic theory of sound propagation in rarefied gases. Phys. Fluid., 1956, **8**, 6, 1090—1102.
5. M. Greenspan. Combined translational and relaxational dispersion of sound in gases. J. Acoust. Soc. America, 1954, **26**, 1, 70—73.
6. M. Greenspan. Rotational relaxation in nitrogen, oxygen and Air. J. Acoust. Soc. America, 1959, **31**, 2, 155—160.
7. B. R. Holmes, G. R. Jones, N. Pusat. Vibrational, relaxation in propane, propylene, and ethane. J. Chem. Phys., 1964, **41**, 8, 2512—2516.
8. B. R. Holmes, G. R. Jones, N. Pusat. Combined viscothermal and thermal relaxation in polyatomic gases. Trans. Faraday Soc., 1964, **60**, 1220—1229.
9. B. R. Holmes, G. R. Jones, R. Lawrence. Vibrational — rotational — translational energy exchange in some polyatomic molecules. Trans. Faraday Soc., 1966, **61**, 1, 46—53.
10. Е. Д. Попов, В. Ф. Яковлев. Ультразвуковой интерферометр для измерения скорости распространения ультразвука в разреженных газах до 20 000 *Мгц/атм*. Акуст. ж., 1969, **15**, 1, 138—139.
11. T. L. Gottrell, P. E. Martin. Experimental values for relaxation time in methane. Trans. Faraday Soc., 1957, 53, 9, 1157—1159.

Московский областной педагогический
институт им. Н. К. Крупской

Поступило в редакцию
24 ноября 1969 г.

УДК 534.222

О ВЛИЯНИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ СКОРОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Н. Г. Семенова

Известно, что скорость установившегося акустического течения в самом общем случае определяется величиной энергии, поглощенной средой, а следовательно, она прямо пропорциональна интенсивности звука $I_{ср}$ у поверхности излучателя, если коэффициент пропорциональности определяет диссипативные свойства среды [1]. В случае волн конечной амплитуды проявляется та же зависимость, и скорость течения u определяется следующим образом [2, 3]:

$$u = 10^{-4} \frac{2k^2r^2}{\rho c^2} \varepsilon \, \mathrm{Re}_{ак} \cdot I_{ср}, \qquad (1)$$