взаимодействия. Таким образом, для LiF точечная модель Ван Кранендонка, приводящая к одной независимой компоненте S-тензора, может служить достаточно хорошим приближением. Заметим, что теоретическое значение константы антиэкранирования для иона Li^+ составляет величину $\gamma = -0{,}25$ [7].

Полученные результаты позволяют также оценить и вероятности двух-фононных квадрупольных процессов, т. е. время спин-решеточной релаксации T_1 [4]. При температуре 300° К такая оценка дает для Li^7 величину $T_1 \sim 10^5$ *сек*, сравнение которой с измеренным значением $T_1 \cong 5 \cdot 10^2$ *сек* показывает, что в кристаллах LiF механизм термической релаксации ядер Li^7 имеет преимущественно магнитный дипольный характер, что в свою очередь согласуется с выводами, вытекающими из непосредственных исследований спин-решеточной релаксации в этих кристаллах [8].

В заключение авторы благодарят И. Г. Михайлова за внимание к работе и С. Б. Еронько за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Р. Кессель. Ядерный акустический резонанс. М., «Наука», 1969.
2. В. А. Шутилов. Ядерный магнитный резонанс на ультразвуке. Акуст. ж., 1962, **8**, 4, 383—406.
3. Д. Болеф. Взаимодействие акустических волн с ядерными спинами в твердых телах. В кн. «Физическая акустика», под ред. У. Мэзона, т. **4А**, М., «Мир», 1969.
4. J. Van Kranendonk. Theory of quadrupolar nuclear spin-lattice relaxation. Physica, 1954, **20**, 10, 781—800.
5. E. F. Taylor, N. Blombergen. Nuclear spin saturation by ultrasonics in sodium chloride. Phys. Rev., 1959, **113**, 2, 431—438.
6. E. G. Wikner, T. P. Das. Antishilding of nuclear quadrupole moments in heavy ions. Phys. Rev., 1958, **109**, 2, 360—368.
7. T. P. Das, R. Berson. Variational approach to the quadrupole polarizability of ions. Phys. Rev., 1956, **102**, 3, 733—738.
8. E. R. Andrew, K. M. Swanson, B. R. Williams. Angular dependence of nuclear spin-lattice relaxation time for several alkali halide cristals. Proc. Phys. Soc., 1961, **77**, p. 1, 493, 36—48.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
2 апреля 1970 г.

УДК 534.22

К ТЕОРИИ ПОГЛОЩЕНИЯ И СКОРОСТИ ЗВУКА

А. Байдедаев

На основе неравновесной термодинамики рассмотрим сплошную изотропную среду, с учетом влияния сдвиговой и объемной вязкостей и одного релаксационного процесса на распространение звука *. Для такой среды, написав систему уравнений [3], линеаризовав их и воспользовавшись Фурье-преобразованием, мы получим для комплексной скорости звука выражение

$$W^2 = \frac{c_0^2(1 - i\omega\tau n)}{1 - i\omega\tau} - \frac{i\omega\eta}{\rho_0}, \tag{1}$$

где $n = c_\infty^2 / c_0^2$, c_0 и c_∞ — значения скорости звука при $\omega \to 0$ и $\omega \to \infty$ соответственно, τ — время релаксации некоторого внутреннего параметра при постоянном объеме и энтропии, ρ_0 — плотность невозмущенной среды, $\eta = \eta_v + 4\eta_s / 3$, η_v — коэффициент объемной вязкости (т. е. коэффициент при следе тензора деформации), η_s — коэффициент сдвиговой вязкости.

Из формулы (1) для коэффициента поглощения и скорости распространения звука получаются следующие выражения:

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{2c_0^2}\left[\left(\frac{1 + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2 n^2 + \varphi}\right)^{1/2} - \frac{1 + \omega^2\tau^2 n}{1 + \omega^2\tau^2 n^2 + \varphi}\right] \tag{2}$$

$$\frac{c_0^2}{c^2} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1 + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2 n^2 + \varphi}\right)^{1/2} + \frac{1 + \omega^2\tau^2 n}{1 + \omega^2\tau^2 n^2 + \varphi}\right], \tag{3}$$

Здесь $\varphi = \omega^2\beta_{As}^2[\eta^2(1 + \omega^2\tau^2) + 2\eta\eta_M]$, где $\beta_{As} = 1 / \rho_0 c_0^2$, $\eta_M = \rho_0\tau(c_\infty^2 - c_0^2)$.

* Аналогичный и более общий случай рассмотрены в работах [1, 2] и др. В данной заметке мы более подробно рассмотрим этот частный случай и приведем некоторые расчетные формулы.

На основе формул (2) и (3) получим

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3} n^2(\omega)\eta(\omega), \qquad \eta(\omega) = \frac{\eta(1+\omega^2\tau^2)+\eta_M}{1+\omega^2\tau^2 n^2+\varphi}, \tag{4}$$

или

$$\frac{\alpha}{\omega^2} = \left(B + \frac{A}{1+\omega^2\tau^2}\right)\frac{n^{1/2}(\omega)}{1+\omega^2\tau^2(\omega)}; \tag{5}$$

коэффициент поглощения на длину волны будет

$$\alpha\lambda = \pi n(\omega)\omega\beta_{As}\eta(\omega). \tag{6}$$

Здесь

$$\tau^2(\omega) = \tau_\eta^2 + \frac{\tau^2(n^2-1)+2\tau_\eta\tau(n-1)}{1+\omega^2\tau^2}, \tag{7}$$

$$B = \eta / 2\rho_0 c_0^3,\ A = \eta_0 / 2\rho_0 c_0^3,\ n(\omega) = c^2 / c_0^2,$$
$$\tau_\eta = \beta_{As}\eta.$$

Из формулы (5) видно, что помимо обычной релаксации одновременно «релаксируют» и классическая и релаксационная части коэффициента поглощения, причем в этой «релаксации» $\tau(\omega)$ уменьшается, согласно формуле (7). Эти выводы качественно согласуются с экспериментальными результатами, полученными для ряда вязких масел (см., например, работу [2]). Из приведенных точных формул можно получить, как частные случаи, ряд известных результатов:

1. Из формул (4) или (5) видно, что запись $\alpha \approx \alpha_{\text{кл}} + \alpha_{\text{рел}}$ справедлива при $\varphi \ll 1$ и $n \approx 1$. Здесь $\alpha_{\text{кл}} = \omega^2\eta / 2\rho_0 c_0^3$, $\alpha_{\text{рел}} = \omega^2\eta_M / 2\rho_0 c_0^3(1+\omega^2\tau^2)$. В случае вязких жидкостей условие $\varphi \ll 1$ может не выполняться уже в ультразвуковом диапазоне частот.

2. Пусть $\eta = 0$, $\tau \neq 0$. Тогда выражения (2) и (3) принимают вид

$$\alpha\frac{c_0}{c} = \frac{\omega^2\tau(n-1)}{2c_0(1+\omega^2\tau^2 n^2)}. \tag{8}$$

$$\frac{2c_0^2}{c^2} = \left(\frac{1+\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2 n^2}\right)^{1/2} + \frac{1+\omega^2\tau^2 n}{1+\omega^2\tau^2 n^2}. \tag{9}$$

При малой дисперсии точное выражение (9) легко привести к виду:

$$\frac{c_0^2}{c^2}\frac{c^2-c_0^2}{c_\infty^2-c_0^2} \approx \frac{3n+1}{4}\frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2 n^2}, \tag{10}$$

или

$$\frac{c^2-c_0^2}{c_\infty^2-c_0^2} \approx \frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}. \tag{11}$$

3. Пусть* $\tau = 0$, $\eta \neq 0$ (случай Стокса). Тогда выражения (2), (3) и вторая часть выражения (4) принимают вид

$$\alpha = \frac{\omega^2\eta}{2\rho_0 c^3}\frac{4(1+\omega^2\tau_\eta^2)}{[1+(1+\omega^2\tau_\eta^2)^{1/2}]^2}; \qquad \frac{c^2}{2c_0^2} = \frac{1+\omega^2\tau_\eta^2}{1+(1+\omega^2\tau_\eta^2)^{1/2}}, \tag{12}$$

$$\eta_C(\omega) = \eta / (1+\omega^2\tau_\eta^2).$$

При $\omega\tau_\eta \leqslant 1$ мы получим из формулы (12) приближенную, но простую формулу для дисперсии скорости:

$$\frac{c^2-c_0^2}{c^2} \approx \frac{3}{4}\frac{\omega^2\tau_\eta^2}{1+\omega^2\tau_\eta^2}. \tag{13}$$

Следовательно, дисперсия скорости в этом случае тоже имеет релаксационный характер. Однако она отличается от обычно используемого выражения (11). Любопытно отметить, что $c = 1{,}6\ c$ при $\omega\tau_\eta = 1$.

---

* Этот случай рассмотрен несколько другим путем в работе [2, § 18]. Если принять $c_0^2 = E / \rho$, то их результаты для α и c можно привести к виду (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Мандельштам, М. А. Леонтович. К теории поглощения звука в жидкости. Ж. эксп. и теор. физ., 1937, 7, 3, 438—449.
2. И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964.
3. С. де Гроот, П. Мазур. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.

Ташкентский государственный педагогический институт

Поступило в редакцию 6 мая 1969 г.

УДК 534.286

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВРЕМЕНИ АКУСТИЧЕСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ

А. Байдедаев

Время акустической релаксации τ обычно определяется на основе формул, получаемых в некотором приближении из релаксационной теории Мандельштама — Леонтовича [1]. Поскольку для не маловязких жидкостей эти формулы менее точны, то целесообразно определить τ в более общем виде.

В работе [2] были получены точные выражения для коэффициента поглощения α и скорости звука c (без учета теплопроводности). Вводя обозначения $\beta = \omega / c$, $y = (c_0^2 / c^2)(1 + \alpha^2 c^2 / \omega^2)$, получим из формул (2) и (3) работы [2], после несложного алгебраического преобразования

$$\tau^2 = \frac{1}{4\omega^6\alpha^2\beta^2}\left\{[c_0^2(\alpha^2+\beta^2)^2 + \omega^2(\alpha^2-\beta^2)]^2 + \frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}(y\beta_0\omega)^4\varphi\right\}. \quad (1)$$

Это выражение при $\eta \to 0$ (следовательно, при $\varphi \to 0$) точно переходит в следующую формулу:

$$\tau = \frac{1}{2\omega^3\alpha_r\beta}\left|c_0^2(\alpha_r^2+\beta^2)^2 + \omega^2(\alpha_r^2-\beta^2)\right|. \quad (2)$$

Здесь $\alpha_r = \alpha$ при $\eta \to 0$. По формуле (2) можно определить приближенные значения времени релаксации для маловязких жидкостей с большим поглощением.

Если $\alpha_r \ll \beta$ (для маловязких жидкостей α_r^2 меньше β^2 приблизительно на два — три порядка), то из формулы (2) получим

$$\tau \approx \frac{c^2 - c_0^2}{2c^3\alpha_r} = \frac{c + c_0}{2c^2\alpha_r}\frac{\Delta c}{c} \quad (3)$$

или, приняв $c + c_0 \approx 2c$,

$$\tau \approx \frac{1}{c\alpha_r}\frac{\Delta c}{c}. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) отличаются от обычных аналогичных формул тем, что в них вместо предельных значений $\alpha_r(\infty)$, c_∞ и c_0 входят $\alpha_r(\omega)$ и $c(\omega)$.

Если условие $\varphi \ll 1$ не справедливо, в частности, если среда не маловязкая, то можно воспользоваться формулой:

$$\tau = (1/2\omega^3\alpha\beta)\left|c_0^2(\alpha^2+\beta^2)^2 + \omega^2(\alpha^2-\beta^2)\right|. \quad (5)$$

Эта формула практически точна (конечно, в пределах применимости используемого метода и для рассматриваемого случая), так как в выражении (1) всегда $[c_0^2(\alpha^2+\beta^2)^2 + \omega^2(\alpha^2-\beta^2)]^2 \gg \frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}(y\beta_0\omega)^4\varphi$ при любых реальных значениях частоты, вязкости и плотности *.

Таким образом, нами получены сравнительно точные формулы (2) и (5) для определения времени акустической релаксации, а также менее точные, но более простые формулы (3) и (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Мандельштам, М. А. Леонтович. К теории поглощения звука в жидкости. Ж. эксп. и теор. физ., 1937, 7, 3, 438—449.
2. А. Байдедаев. К теории поглощения и скорости звука. Акуст. ж., 1971, 17, 1.

Ташкентский государственный педагогический институт

Поступило в редакцию 6 мая 1969 г.

---

* Заметим, что формула (2) получится из выражения (5) при $\eta \to 0$.