ЛИТЕРАТУРА

1. W. G. Schneider. Sound velocity and sound Absorption in the critical temperature region. Canad. J. Chem., 1951, **29**, 3, 243—252.
2. H. Tanneberger. Eine Untersuchung des kritischen Zustandes mit Ultraschall. Z. Phys., 1959, **153**, 4, 445—457.
3. Ю. С. Трелин. Исследование скорости распространения ультразвуковых волн в двуокиси углерода в области жидкого и газообразного состояния. Сб. «Применен. ультраакуст. к исслед. вещества», 1961, 13, 123—138.
4. В. Ф. Ноздрев, Н. Г. Степанов. О пересечении кривых скорости ультразвука в жидкости и насыщенных парах вблизи критической точки. Акуст. ж., 1967, **13**, 4, 631—632
5. А. А. Глинский. Об одном акустическом эффекте в системе жидкость — пар вблизи критической точки. Акуст. ж., 1965, **11**, 1, 110—112.
6. И. С. Радовский. О температурной зависимости скорости звука в насыщенных парах и жидкой фазе вблизи критической точки. Пр. мех. и техн. физ., 1967, **3**, 143—145.

Московский областной педагогический институт им. Н. К. Крупской

Поступило в редакцию 27 апреля 1970 г.

УДК 534.222

О ВЫНУЖДЕННОМ ЗВУКОВОМ РАССЕЯНИИ НА ВИХРЕВЫХ ВОЛНАХ

Н. И. Пушкина, Р. В. Хохлов

Анализ уравнений гидродинамики показывает, что в вязкой теплопроводящей сжимаемой среде в линейном приближении могут существовать три независимые типа колебаний: обычные звуковые волны, энтропийные волны и волны завихренности [1, 2]. Если интенсивность какого-либо из этих возмущений перестает быть малой, то возможно появление ряда нелинейных эффектов, представляющих собой различные взаимодействия между указанными тремя типами возмущений. К таким эффектам относятся аэродинамическая генерация звука, акустический ветер, искажение формы профиля звуковой волны (см., например, работу [3]), рассеяние звука на температурных волнах [4] и т. д. Хорошо изученным является также спонтанное рассеяние звука на завихренности (турбулентности), создаваемой потоками воздуха в атмосфере [5—7]. Ниже мы рассматриваем вынужденное рассеяние звука на волнах завихренности в газах и жидкостях.

При решении задачи мы исходим из нелинейных звукового уравнения и уравнения для вихревой моды [1, 2], считая, что звук распространяется адиабатически:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 P}{dt^2} - c_0^2\nabla^2 P - \dfrac{4}{3}\nu_0\dfrac{\partial}{\partial t}\nabla^2 P = -\nabla\mathbf{f} + \left(\dfrac{\partial}{\partial t} - \dfrac{4}{3}\nu_0\nabla^2\right)\dfrac{m}{\rho_0}, \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial t} - \nu_0\nabla^2\Omega = [\nabla\mathbf{f}]. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $P = p'/\gamma p_0$, где p', p_0 — звуковое и равновесное давления (индекс 0 везде относится к равновесным значениям); γ есть отношение теплоемкостей C_p/C_v в случае идеального газа и $\gamma \equiv \Gamma$ в случае жидкостей, где Γ — параметр эмпирического уравнения Тэта: $p = p_0(\rho/\rho_0)^\Gamma$ [2]; c_0 — скорость звука; $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$ — кинематическая вязкость; сдвиговая вязкость μ предполагается зависящей от температуры: $\mu = \mu_0 + d\mu$;

$$d\mu = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_{T_0} dT = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_{T_0}\cdot\frac{T_0\alpha\gamma p_0}{C_p\rho_0}P;$$

где α — коэффициент теплового расширения. (В дальнейшем введем обозначение: $A = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_{T_0}\cdot\frac{T_0\alpha\gamma p_0}{c_p\rho_0}$; в идеальном газе $A = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_{T_0} T_0(\gamma - 1)$);

$$\mathbf{f} = -P\frac{\partial\mathbf{V}}{\partial t} - (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} - \frac{2}{3}\nabla\left[\frac{d\mu}{\rho_0}(\nabla\mathbf{V})\right] + \nabla\left[\frac{d\mu}{\rho_0}\,def\,\mathbf{V}\right];$$

$\mathbf{V}$ — гидродинамическая скорость;

$$\frac{m}{\rho_0} = -\nabla(P\mathbf{V}) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}P^2(\gamma - 1); \quad \Omega = [\nabla\mathbf{V}].$$

Предполагая, что сильная звуковая волна падает на плоскую границу ($z = 0$) среды вдоль оси z, решение системы (1) ищем в виде

$$P = P_0 \exp i(k_0 z - \omega_0 t) + P_1 \exp i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \omega_1 t) + P_2 \exp i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \omega_2 t) + \text{к.с.} \tag{2}$$

Здесь P_0 — амплитуда возбуждающей звуковой волны, $P_{1,2}$ — амплитуды так называемых стоксовой и антистоксовой рассеянных звуковых волн. При этом предполагаем, что выполняются следующие соотношения: $\omega_0 \simeq \omega_1 + \omega_\Omega \simeq \omega_2 - \omega_\Omega$, где $\omega_\Omega \ll \omega_0$. Используя (2), из уравнения для вихревой моды системы (1), рассматривая стационарный режим и усредняя по высоким частотам, получим

$$\Omega = \Omega_{01} \exp i[(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1)\mathbf{r} - \omega_\Omega t] + \Omega_{02} \exp i[(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_0)\mathbf{r} - \omega_\Omega t] + \text{к.с.} \tag{3а}$$

где

$$\Omega_{01} = -\frac{2iA_1c_0P_0P_1^*}{\rho_0[-i\omega_\Omega + \nu_0(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1)^2]}[\mathbf{k}_0\mathbf{k}_1](k_0 + k_1),$$

$$\Omega_{02} = \frac{2iA_2c_0P_0^*P_2}{\rho_0[-i\omega_\Omega + \nu_0(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_0)^2]}[\mathbf{k}_0\mathbf{k}_2](k_0 + k_2).$$

Здесь $A_{1,2} = A(1 - \cos\theta_{1,2}) - \frac{2}{3}\mu_0$; $\theta_{1,2}$ — углы рассеяния (углы между $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_{1,2}$).

Ограничимся таким приближением, когда стоксова и антистоксова компоненты не взаимодействуют между собой. Это условие хорошо выполняется при не слишком малых углах рассеяния. В этом случае, подставляя выражение (2) в уравнение (1) и пренебрегая, где возможно, членами, содержащими малый параметр $\nu_0 k_i / c_0$ ($i = 0, 1, 2$), мы получим следующую систему укороченных уравнений для медленно изменяющихся с координатой z амплитуд звуковых волн:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dz} + \sigma_0 P_0 = -\left\{[\mathbf{k}_0\mathbf{k}_1]\,\Omega_{01}P_1\dfrac{\cos\theta_1}{c_0k_{1\Omega}^2} + [\mathbf{k}_0\mathbf{k}_2]\,\Omega_{02}^*P_2\dfrac{\cos\theta_2}{c_0k_{2\Omega}^2}\right\}, \\ \dfrac{dP_1}{dz}\cos\theta_1 + \sigma_1P_1 = [\mathbf{k}_0\mathbf{k}_1]\,\Omega_{01}^*P_0\dfrac{\cos\theta_1}{c_0k_{1\Omega}^2}, \\ \dfrac{dP_2}{dz}\cos\theta_2 + \sigma_2P_2 = [\mathbf{k}_0\mathbf{k}_2]\,\Omega_{02}P_0\dfrac{\cos\theta_2}{c_0k_{2\Omega}^2}. \end{cases} \tag{3б}$$

Здесь $\sigma_i (i = 0, 1, 2) = \frac{2}{3}\nu_0 k_i^2 / c_0$; $\mathbf{k}_{1\Omega} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1$; $\mathbf{k}_{2\Omega} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_0$.

Из двух последних уравнений системы (3б) совместно с (3а) следует, что усиление в стоксовой области возможно при $A_1\cos\theta_1 > 0$ в антистоксовой — при $A_2\cos\theta_2 < 0$. Считая $P_0 \simeq \text{const}$ (что вполне оправдано в самом начале развития процесса) из формулы (3а)—(3б) получаем следующее выражение для пороговой интенсивности вынужденного рассеяния, т. е. интенсивности возбуждающего звука, при которой начинается экспоненциальный рост рассеянных волн:

$$I_0 = \frac{\dfrac{2}{3}\nu_0^2k_i^2k_{i\Omega}^4(\gamma P_0)^2\dfrac{1 + (\omega_\Omega\tau_i)^2}{\omega_\Omega\tau_i}}{[\mathbf{k}_0\mathbf{k}_i]^2(k_0 + k_i)c_0^2|A_i\cos\theta_i|}, \tag{4}$$

где $\tau_i = (\nu_0k_{i\Omega}^2)^{-1}$; $i = 1$ или 2 соответственно для стоксовой и антистоксовой компонент.

Из выражения (4) видно, что порог имеет минимум на частоте $\omega_\Omega = \tau_i^{-1}$. Это значит, что рассеянный звук смещен по частоте относительно падающего на величину $\Delta\omega \simeq \tau^{-1} (\Delta\omega \ll \omega_0)$.

Численные оценки по формуле (4) показывают, что, как правило, пороговая интенсивность в газах (десятые и даже сотые доли *вт/см*^{2} в ряде газов при $\omega_0 \simeq 2\pi\cdot 10^4$ *гц*) существенно ниже порога в жидкостях (десятки *вт/см*^{2} и больше для $\omega_0 \simeq 1$ *Мгц*).

Оценим, на каком расстоянии z_0 от границы интенсивность рассеянного звука $I_i(z_0)$ может стать по порядку величины равной интенсивности падающего $I_0(0)$, считая, что на границе $I_i(0)$ (в случае покоящейся среды) происходит от флуктуаций. Решение системы (3) в случае, когда $I_0(0)$ заметно превышает порог, так что можно пренебречь затуханием звука, дает следующее значение z_0:

$$z_0 \sim \frac{\nu_0k_{i\Omega}^4(\gamma P_0)^2\ln\dfrac{I_0(0)}{I_i(0)}}{[\mathbf{k}_0\mathbf{k}_i]^2A_i(k_0 + k_i)c_0I_0(0)}. \tag{5}$$

Для обычных жидкостей при реально достижимых интенсивностях звука величина z_0 оказывается слишком большой, чтобы эффект можно было наблюдать экспериментально. В газах z_0 может быть меньше. Например, в ксеноне $z_0 \sim 1$ *м* при $\omega_0 \simeq 2\pi \cdot 5 \cdot 10^4$ *гц*, $I_0(0) \sim$ *вт/см*^{2}, $I_1(0) \sim (10^{-17} \div 10^{-18})$ *вт/см*^{2}, $p_0 \sim 0{,}1$ *атм*, $\theta_1 \sim 15°$, $T \simeq 300°$ К. Таким образом, в газах рассматриваемый эффект может проявиться уже при практически достижимых интенсивностях звука.

Интересной особенностью рассмотренного процесса является то, что рассеяние имеет место как в стоксовой области, так и в антистоксовой. Аналогичная ситуация известна в нелинейной оптике в случае вынужденного рассеяния света, связанного с поглощением, наиболее полная теория которого дана в работе Зельдовича и Собельмана [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. L. S. G. Kovasznay. Turbulence in supersonic flow. J. Aero Sci., 1953, **20**, 10, 657—674.
2. Boa-Teh Chu, L. S. G. Kovasznay. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. J. Fluid Mech., 1958, **3**, 5, 494—514.
3. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.
4. Н. И. Пушкина, Р. В. Хохлов. Температурное рассеяние звука в твердом теле. Ж. эксп. и теор. физ., 1969, **57**, 10, 1263—1270.
5. В. И. Татарский. К теории распространения звуковых волн в турбулентном потоке. Ж. эксп. и теор. физ., 1953, **25**, 1, 74—83.
6. R. H. Kraichnan. The scattering of sound in a turbulent medium. J. Acoust., Soc. America, 1953, **25**, 4, 822.
7. А. С. Монин. Некоторые особенности рассеяния звука в турбулентной атмосфере. Акуст. ж., 1961, **7**, 4, 457—461.
8. Б. Я. Зельдович, И. И. Собельман. Вынужденное рассеяние света, обусловленное поглощением. Усп. физ. н., 1970, **101**, 1, 3—20.

Московский государственный
университет

Поступило в редакцию
17 марта 1970 г.

УДК 534.22

СКОРОСТЬ ЗВУКА И СТРОЕНИЕ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ НЕЭЛЕКТРОЛИТОВ

Н. В. Чекалин, М. И. Шахпаронов

Известно, что концентрационные зависимости скорости звука в водных растворах имеют некоторые особенности. Во-первых, в водных растворах метанола, этанола, пропанола и ацетона существует область концентраций ($x \sim 0{,}05$, x-мольная доля неэлектролита), в которой скорость звука не зависит от температуры в интервале температур $\Delta t \sim 30 \div 40°$. В растворах высших спиртов эта область сдвигается в сторону меньших значений x [1, 2].

Во-вторых, величина скорости звука, а, следовательно и адиабатической сжимаемости β_s не зависит от типа растворенного вещества и равна 1580 *м/сек* с точностью $1 \div 1{,}5\%$.

Эти особенности наблюдаются в той области концентраций, где по результатам многочисленных экспериментов происходит резкое изменение структуры растворов [3—5].

Структурные изменения в растворах можно связать с появлением клатратов — ажурных построек, образованных пяти и шестичленными кольцами из молекул воды и имеющих внутри достаточно большие пустоты [5, 6]. Попавшие в раствор молекулы неэлектролита располагаются в этих структурных пустотах, не образуя направленных связей с решеткой. Об этом свидетельствует вращение молекул метанола, этанола и ацетона в пустотах, имеющее место как в твердых [7], так и, вероятно, в жидких растворах [5]. Потенциальный барьер, препятствующий такому вращению в твердых клатратах, очень мал (для ацетона, например, $\Delta H \simeq 0{,}25$ *ккал/моль* [7]). Поэтому сжимаемость растворов в области существования клатратов определяется только прочностью каркаса и не должна зависеть от природы растворенного вещества. Опыт подтверждает этот вывод.

Величина адиабатической сжимаемости в растворах при $x \sim 0{,}05$ меньше, чем в чистой воде, следовательно клатратные структуры должны быть более устойчивыми. Независимость β_s от температуры подтверждает это предположение. Большая прочность клатратных структур обуславливается двумя причинами.