АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVII 1971 Вып. 1

УДК 534.86+621.395.623.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДИАФРАГМ ГРОМКОГОВОРИТЕЛЕЙ

И. А. Алдошина

Выведены формулы для расчета частотных границ областей динамической неустойчивости диафрагм громкоговорителей, которая проявляется в появлении призвуков при воспроизведении громкоговорителем сигнала. По полученным формулам составлена программа, выполнены расчеты на ЦВМ и произведено сравнение с результатами прослушивания партии громкоговорителей серийного производства.

Как известно, в процессе конструирования громкоговорителей серьезную проблему представляет задача снижения призвуков и дребезга, обусловленных конструктивными особенностями диффузора и подвеса. Одна из основных причин, вызывающих эти явления, заключается в потере диафрагмой динамической устойчивости при некоторых определенных соотношениях величины и частоты возбуждающей силы и параметров подвижной системы. В результате наступает параметрический резонанс, который проявляется в возникновении интенсивных поперечных колебаний с частотой не кратной частоте приложенной силы, что воспринимается на слух как призвук.

Диафрагма громкоговорителя представляет собой упругую оболочку, нагруженную по краям силами и моментами. Ограничим наше рассмотрение диафрагмами круглового сечения с различной кривизной образующей. Рассмотрим задачу в линейной постановке и поставим своей целью определить границы главных (наиболее опасных) областей неустойчивости.

Исходные уравнения могут быть получены из работы [1] в следующем виде:

$$L_{11}(u)+L_{12}(v)+L_{13}(w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{10}(M_{11}u+M_{12}v+M_{13}w)+$$
$$+\frac{1-\nu^2}{Eh}\cdot N_{20}(K_{11}u+K_{12}v+K_{13}w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{30}(P_{11}u+P_{12}v+P_{13}w)-$$
$$-m\cdot\frac{1-\nu^2}{Eh}\cdot\frac{d^2u}{dt^2}=0;$$

$$L_{21}(u)+L_{22}(v)+L_{23}(w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{10}(M_{21}u+M_{22}v+M_{23}w)+$$
$$+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{20}(K_{21}u+K_{22}v+K_{23}w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{30}(P_{21}u+P_{22}v+P_{23}w)-$$
$$-\frac{m(1-\nu^2)}{Eh}\cdot\frac{d^2v}{dt^2}=0;$$

$$L_{31}(u)+L_{32}(v)+L_{33}(w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{10}(M_{31}u+M_{32}v+M_{33}w)+$$
$$+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{20}(K_{31}u+K_{32}v+K_{33}w)+\frac{1-\nu^2}{Eh}N_{30}(P_{31}u+P_{32}v+P_{33}w)-$$
$$-\frac{m(1-\nu^2)}{Eh}\cdot\frac{d^2w}{dt^2}=0; \qquad (1)$$

где M_{ik}, P_{ik}, K_{ik} — дифференциальные операторы, вид которых определяется из уравнения в «вариациях» и формул для приведенной нагрузки [1], N_{10}, N_{20}, N_{30} — компоненты внешней нагрузки.

Решение этой системы будем искать методом Бубнова — Галеркина, для чего представим решение в виде ряда:

$$u = \sum_m \sum_n u_{mn}(t)\, x_n(\alpha)\, y_m(\beta), \quad v = \sum_m \sum_n v_{mn}(t)\, x_n(\alpha)\, y_m(\beta),$$

$$w = \sum_m \sum_n w_{mn}(t)\, x_n(\alpha)\, y_m(\beta), \tag{2}$$

где x_m, y_m — система фундаментальных функций, вид которых зависит от формы диафрагмы и граничных условий.

Подставляя систему (2) в уравнение (1) и интегрируя по методу Бубнова — Галеркина, получим систему алгебраических уравнений, которая в матричной форме имеет следующий вид:

$$F \frac{d^2 f}{dt^2} + (R - N_1 S_1 - N_2 S_2) f = 0, \tag{3}$$

где $f = \begin{vmatrix} u \\ v \\ w \end{vmatrix}$, R — матрица, компоненты которой определяются как

$$a_{ik} = \int_\alpha \int_\beta \left[- L_{ik} \left(\sum_n \sum_m x_n y_m \right), x_n y_m \right] d\alpha d\beta, \tag{4}$$

S_1 — матрица с компонентами

$$a_{ik}' = \frac{1 - \nu^2}{Eh} \int_\alpha \int_\beta \left[M_{ik} \left(\sum_n \sum_m x_n y_m \right), x_n y_m \right] d\alpha\, d\beta, \tag{5}$$

S_2 — матрица с компонентами

$$a_{ik}'' = \frac{1 - \nu^2}{Eh} \int_\alpha \int_\beta \left[K_{ik} \left(\sum_n \sum_m x_n y_m \right), x_n y_m \right] d\alpha\, d\beta. \tag{6}$$

Уравнение вида (3) является обобщенным уравнением Матье и получается при исследовании многих задач теории устойчивости. Отыскание периодических решений этого уравнения позволяет получить в первом приближении уравнение для отыскания областей неустойчивости:

$$\left| R \pm \frac{1}{2} N_1 S_1 \pm \frac{1}{2} N_2 S_2 - E a_0 \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 \right| = 0, \tag{7}$$

где θ — частота вынуждающей силы.

Если положить $\theta = 0$, то полученные статические уравнения дают возможность определить величину критической нагрузки $N_{1\,кр}$ и $N_{2\,кр}$. Полагая же N_1 и $N_2 = 0$, получим уравнение для определения собственной частоты. Произведя преобразование уравнения (7) с учетом выражений для $N_{1\,кр}$ и $N_{2\,кр}$, получим для определения первой частотной области «динамической неустойчивости» выражение:

$$\theta = 2 f_{mn} \sqrt{1 \pm \varepsilon}. \tag{8}$$

Для определения второй области неустойчивости получим выражения:

$$\theta_1 = f_{mn} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \varepsilon}; \qquad \theta_2 = f_{mn} \sqrt{1 - \frac{1}{3} \varepsilon}, \tag{9}$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{N_1}{N_{1\,кр}} + \frac{N_2}{N_{2\,кр}} \right), \tag{10}$$

f_{mn} — собственная частота диафрагмы.

Для выбранного нами класса диафрагм система координат представлена на фиг. 1. Коэффициенты Ляме и радиусы кривизны выражаются следующим образом:

$$A = R,\ B = R\,[\cos\alpha_0 - \cos(\gamma c + \rho_0)],\ R_1 = R,\ R_2 = R\,\frac{\cos\alpha_0 - \cos(\gamma c + \rho_0)}{\cos(\gamma c + \rho_0)}. \tag{11}$$

Граничные силы и моменты мы будем учитывать по методу, предложенному в работе [2], решение системы (1) представим в виде

$$u = \sum_{n,\,m} A_n S_n(\gamma)\cos m\varphi\cos\omega t, \qquad w = \sum_{n,\,m} B_n S_n(\gamma)\cos m\varphi\cos\omega t, \tag{12}$$

где S_n — функции круговых арок для свободного закрепления краев, n — число волн по образующей, m — число волн по окружности, γ, φ — текущие координаты α_1 и α_2. (Сдвиговую компоненту смещения при наших граничных условиях мы не учитываем.)

Решение системы (1) вышеуказанным методом позволяет получить значения a_{ik}, a_{ik}', a_{ik}'':

$$\begin{gathered}
a_{11} = I_1 - m^2 I_2 + \alpha_1 S_1^2(0) + \alpha_2 S_1^2(1),\\
a_{13} = I_4 - m^2 I_5 + m^4 I_6 + I_7 + \alpha_1 S_1^2(0) + \alpha_2 S_1^2(1),\\
a_{31} = I_8 + I_9 - m^2 I_{10},\\
a_{33} = I_{11} + I_{12} - m^2 I_{13},\\
a_{11}' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\cdot\frac{\cos\rho_0[\cos\alpha_0 - \cos\rho_0]}{R^2} I_{14},\\
a_{13}' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{\cos\rho_0\,[\cos\alpha_0 - \cos\rho_0]}{R^2} I_{16},\\
a_{31}' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{\cos\rho_0\,[\cos\alpha_0 - \cos\rho_0]}{R^2} I_{15},\\
a_{33}' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{\cos\rho_0\,[\cos\alpha_0 - \cos\rho_0]}{R^2}(I_{17} + m^2 I_{22}),\\
a_{11}'' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{1}{R} I_{18}, \qquad a_{31}'' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{1}{R} I_{19},\\
a_{13}'' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{1}{R} I_{20}; \qquad a_{33}'' = \frac{1-\nu^2}{Eh}\,\frac{1}{R}(I_{21} + m^2 I_{23}).
\end{gathered} \tag{13}$$

Критические значения нагрузки N_1 и N_2 из уравнения (7) определяются как

$$\begin{gathered}
N_{1\,\text{кр}} = \frac{a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}}{a_{11}a_{33}' + a_{11}'a_{33} - a_{13}'a_{31} - a_{13}a_{31}'},\\
N_{2\,\text{кр}} = \frac{a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}}{a_{11}a_{33}'' + a_{11}''a_{33} - a_{13}''a_{31} - a_{13}a_{31}''},
\end{gathered} \tag{14}$$

где $I_1 - I_{23}$ — совокупность интегралов, полученных при интегрировании уравнения (1) по методу Бубнова — Галеркина.

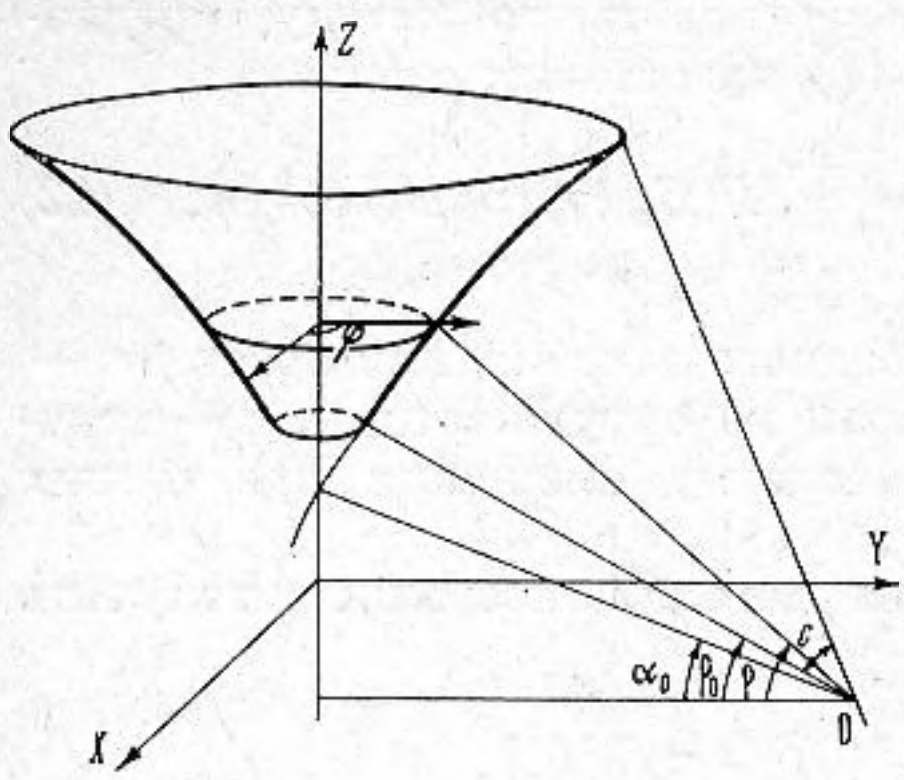
Компоненты вынуждающей силы N_1 и N_2 находятся по формулам:

$$\begin{gathered}
N_1 = 0{,}1\,Bli\sin\alpha,\\
N_2 = 0{,}1\,Bli\cos\alpha,
\end{gathered} \tag{15}$$

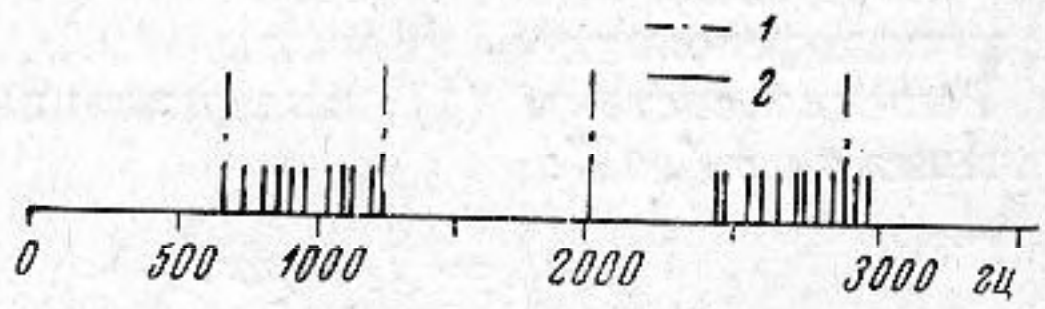
где B — магнитная индукция (*гс*), l — длина проводника (*см*), i — ток (*а*), α — угол между направлением силы и касательной к образующей у меньшего основания оболочки.

Таким образом, по формулам (10), (14), (15) мы определяем ε и по формулам (8), (9) находим первую и вторую частотную области динамической неустойчивости диафрагмы.

По выведенным формулам была составлена программа для ЦВМ БЭСМ-2 и произведены расчеты для громкоговорителей 2ГД-19 с внешним диаметром 152 *мм*, радиусом кривизны 160 *мм*, общей площадью поверхности 115,2 *см*² и толщиной материала 0,03 *см*. Диафрагма изготовлена из 50% сульфатной и 50% сульфитной целлюлозы. Для проверки полученных данных была собрана партия громкоговорителей в количестве



Фиг. 1



Фиг. 2

40 штук: измерены веса шайб, катушек, подвесов и конусов диафрагм, и построены кривые статистического разброса этих параметров. Для наиболее типичных совокупностей параметров рассчитаны на ЦВМ собственные частоты (табл. 1) и значения критических нагрузок $N_{1\,кр}$ и $N_{2\,кр}$ по

Таблица 1

№№	$m_к$, *г*	$m_ш$, *г*	$m_{кон}$, *г*	$m_г$, *г*	$f_ш$, *гц*	$f_д$, *гц*	Собств. частота громкоговорит., *гц*				
							$m=6$	$m=7$	$m=8$	$m=9$	$m=10$
1	0,3	0,6	1,24	0,67	230	90	1024	1115	1366	1683	2051
2	0,35	0,8	1,36	0,72	270	115	1013	1099	1339	1644	1998
3	0,28	0,52	1,16	0,62	210	85	1059	1155	1417	1748	2132
4	0,32	0,68	1,32	0,71	260	110	1015	1103	1346	1654	2012
5	0,35	0,8	1,36	0,72	270	80	989	1078	1322	1629	1978
6	0,35	0,8	1,36	0,72	200	115	1012	1099	1339	1643	1998
7	0,35	0,8	1,36	0,6	270	115	1086	1175	1431	1757	2137
8	0,35	0,48	1,36	0,72	270	115	1010	1098	1339	1644	2000
9	0,24	0,8	1,36	0,72	270	115	1002	1090	1333	1639	1995
10	0,24	0,8	1,36	0,72	200	80	990	1179	1323	1631	1989
11	0,35	0,8	1,36	0,6	200	80	1057	1152	1413	1742	2125

Примечание. $m_к$ — масса катушки, $m_ш$ — масса шайбы, $m_{кон}$ — масса конуса, $m_г$ — масса гофрированного подвеса, $f_ш$ — резонанс шайбы, $f_д$ — резонанс диффузора, m — число волн по окружности, 1—11 номера громкоговорителей.

формулам (14). Полученные значения позволили рассчитать первые и вторые области «динамической неустойчивости». Расчетные данные для громкоговорителей с наименьшей и наибольшей резонансной частотой при различной величине подводимого напряжения представлены в табл. 2.

Одновременно с этим нами было выполнено экспериментальное исследование призвуков у данной партии громкоговорителей. Как показало прослушивание, у большинства громкоговорителей прослушивается «первая область» неустойчивости в виде характерного призвука с половинной частотой. Вторая область динамической неустойчивости прослушивается реже и характеризуется появлением тона с частотой, составляющей $^1/_4$ от возбуждающей.

Полученные по партии экспериментальные и расчетные данные представлены на фиг. 2 и показывают хорошее согласование друг с другом: *1* — расчетные данные, *2* — экспериментальные.

Аналогичные расчеты были проведены для громкоговорителя 0,5ГД-20 (∅ 80 *мм*). Экспериментальная проверка на большой партии этих громкоговорителей серийного производства также показала удовлетворительное согласование с расчетом.

Таким образом, полученные результаты позволяют рассчитать для каждой конструкции диафрагмы области динамической неустойчивости,

Таблица 2

Громкоговоритель 2ГД-19М, $f_{рез} = 1086$ *гц*

U, в	ε	Ω_1, *гц*	Ω_2, *гц*
2	0,17624	1973—2355	1052—1091
3	0,2646	1878—2447	1007—1098
4	0,35249	1782—2535	941—1109
5	0,4406	1621—2621	850—1121
6	0,5342	1618—2708	744—1136

Громкоговоритель 2ГД-19М, $f_{рез} = 989$ *гц*

U, в	ε	Ω_1, *гц*	Ω_2, *гц*
3	0,2698	1705—2235	909—1001
6	0,5395	1471—2472	639—1035

Примечание. U, в—подводимое напряжение, Ω_1 — частота (*гц*) в первой области неустойчивости, Ω_2 — частота (*гц*) во второй области неустойчивости.

т. е. потенциальные области появления призвуков или так называемого диффузорного дребезжания и оценить влияние конструктивных элементов громкоговорителя на ширину и местоположение этих областей по шкале частот; так, например, изменение величины подводимого напряжения приводит к сдвигу и расширению первой области динамической неустойчивости в сторону низких частот, как показано в табл. 2. Увеличение кривизны образующей от $R = \infty$ (прямолинейный конус) до $R = 80$ *мм* приводит к сдвигу вышеуказанных областей в область высоких частот примерно на 1000 *гц* и соответственно к их сужению.

Уменьшение габаритов громкоговорителя (например, переход от громкоговорителя 2ГД-15 (∅ 150 *мм*) к громкоговорителю 0,5ГД-20 (∅ 80 *мм*) также приводит к сдвигу областей динамической неустойчивости в сторону высоких частот (для вышеуказанного примера, от 1973—2355 *гц* до 1988—2979 *гц*).

По формулам (8), (9) можно построить также зависимость областей динамической неустойчивости от физико-механических параметров материала (модуля Юнга E и коэффициента γ), толщины, плотности, высоты и др.

В заключение автор благодарит Л. И. Булочникову и Ж. Я. Дубовик, принимавших участие в выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Болотин. Динамическая устойчивость упругих систем. М., Гостехиздат, 1956.
2. Л. Я. Пратусевич. Вариационные методы в строительной механике. М., Гостехиздат., 1948.

Ленинград

Поступила в редакцию
30 сентября 1969 г.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVII 1971 Вып. 1

УДК 534.26

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА ЖЕСТКОЙ ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. М. Астапенко, Б. М. Шлиомович

Задача дифракции плоской волны на гофрированной поверхности, сведенная к рекуррентной последовательности краевых задач, решается в длинноволновом приближении. Метод основан на применении конформных отображений к первой задаче рекуррентной последовательности. Находится присоединенная масса и последующие коэффициенты формы, через которые определяется коэффициент отражения до пятого приближения по волновому числу.

Пусть на цилиндрическую поверхность, имеющую период по y и параллельную оси z, падает плоская волна, параллельная плоскости $z = 0$, с давлением

$$p_0 = e^{-ik(\alpha x - \beta y)}, \tag{1}$$

где k — волновое число, α и β — направляющие косинусы $(\alpha^2 + \beta^2 = 1)$. Пусть, далее, поверхность жесткая и ее период равен $2c$. Рассмотрим соответствующую задачу на плоскости. Пусть периодическая по y кривая $\Gamma = \{x, y\colon x = \xi(y),\ \xi(y + 2c) \equiv \xi(y),\ \xi(c) = 0,\ \xi(y) \geqslant 0,\ -\infty < y < \infty\}$ непрерывна и ее участки выпуклы там, где $\xi \neq 0$ (фиг. 1) и имеют оси симметрии, параллельные оси x. Справа из области $D = \{x, y\colon x > \xi(y)\}$ на эту границу падает плоская волна (1). Требуется найти решение p уравнения Гельмгольца $(\Delta + k^2)p(x, y) = 0$ в области D, непрерывное в $D + \Gamma$ и удовлетворяющее граничному условию Неймана $\partial p / \partial n|_\Gamma = 0$, условию квазипериодичности в D, т. е. $p(x, y + 2c) = p(x, y)e^{-2ik\beta c}$ и условию погашаемости Малюжинца в D:

$$|(p - p_0)e^{-ik\beta y}| < \infty \text{ при } \operatorname{Im} k > |\operatorname{Re} k|.$$

Предположим дополнительно, что решение этой задачи регулярно по k в круге $|k| < \pi / 2c$. Тогда, как показано в работе [1], решение этой задачи, представленное в виде

$$p = p_0 + \frac{\alpha + i\sum\limits_{q=1}^{\infty} B_{2q-1}k^{2q-1}}{\alpha - i\sum\limits_{q=1}^{\infty} B_{2q-1}k^{2q-1}}\, e^{ik(\alpha x + \beta y)} + e^{ik\beta y}\sum_{q=1}^{\infty} u_q k^q \tag{2}$$

сводится к решению некоторой рекуррентной последовательности краевых задач A_q $(q = 1, 2, \ldots)$ для u_q, причем задача A_1 ставится для уравнения Лапласа, а остальные — для уравнения Пуассона.

В настоящей работе решение задачи A_1 получено конформным отображением области D на полуплоскость, а решения задач A_2 и A_3 достаточно