АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVIII 1972 Вып. 1

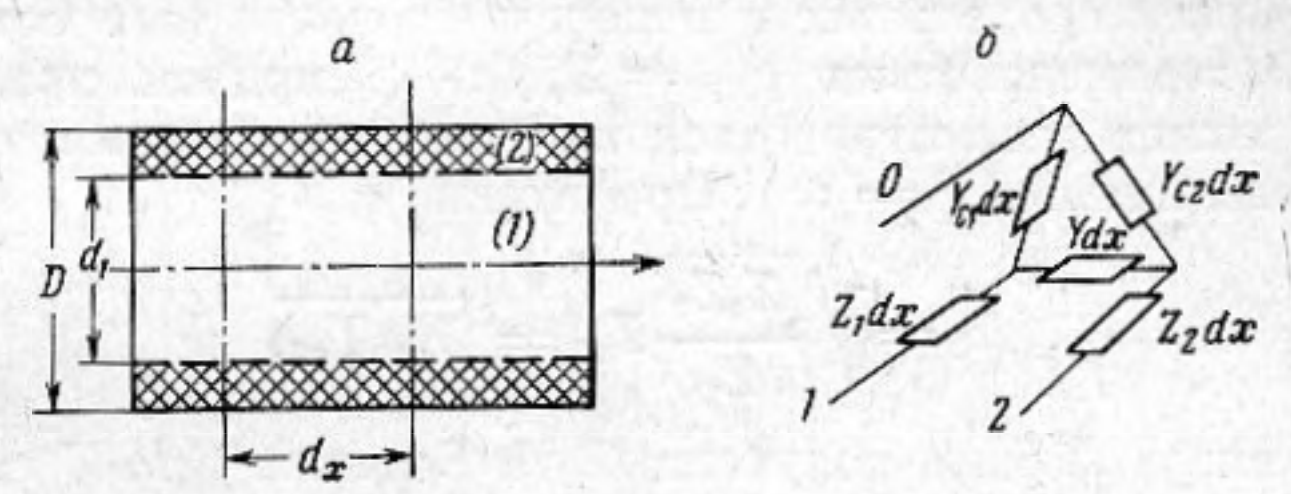
УДК 534.621.643

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В ОБЛИЦОВАННОМ КАНАЛЕ

Р. Н. Старобинский, Е. Я. Юдин

Рассматривается распространение звука в канале, облицованном звукопоглощающим материалом, с учетом распространения звука в поглотителе вдоль канала. Получены простые выражения для определения затухания низкочастотного звука, и дана физическая интерпретация полученных результатов.

Будем рассматривать канал, облицованный звукопоглощающим материалом, как систему из двух параллельных звукопроводов, связанных перфорациями в стенке внутренней трубы (фиг. 1, *а*), предполагая, что звуковое поле в поглотителе соответствует реологической модели Скотта



Фиг. 1

[1], мы получим в отсутствие стационарного потока следующие уравнения для поля в каждом из звукопроводов:

$$-y_j p_j = \operatorname{div} \mathbf{v}_j, \qquad -z_j \mathbf{v}_j = \operatorname{grad} p_j, \tag{1}$$

Перепад на перфорациях ($\Delta p_{\text{ст}}$) является линейной функцией распределенной радиальной скорости $v_r(r_1)$ —

$$\Delta p_{\text{ст}} = z_{\text{ст}} v_r(r_1). \tag{2}$$

Здесь z_j и y_j — соответственно, удельные акустические сопротивления и податливости звукопроводящей среды в каналах.

Отыскание точных решений системы (1) даже в простейших случаях зачастую оказывается трудоемкой задачей, к тому же решения, как правило, неудобны для качественного исследования [1].

В случае низкочастотного шума, проблема заглушения которого наиболее актуальна, уравнения (1) существенно упрощаются, если перейти к осредненным по сечениям каналов параметрам, характеризующим нулевые моды в обособленных каналах. При этом уравнения (1), (2) принимают вид, аналогичный уравнениям распространения волн в трехпроводной электрической линии с погонными сопротивлениями $\left(Z_j = \dfrac{z_j}{f_j}\right)$, проводимостями $(Y_{cj} = y_j f_j)$ и связью (Y), соответствующими аналогичным

акустическим параметрам каналов (фиг. 1, *б*).

$$-\frac{dQ_j}{dx}=Y_{cj}p_{jcp}\pm q_r,\quad -\frac{dp_{jcp}}{dx}=Z_jQ_j,\quad q_r=Y(p_{1cp}-p_{2cp}). \qquad (3)$$

Здесь Q_j — объемный расход через поперечное сечение j-канала, $p_{jcp}=\frac{1}{f_j}\int\limits_{f_j}p_jd_f$ среднее давление в канале; q_r — погонный объемный расход из внутреннего канала в наружный, $Y=\frac{\Pi}{z_{ст}+\Delta z_1+\Delta z_2}$ — погонная проводимость связи, зависящая от проводимости перфораций и включающая поправки на неоднородность потока (Δz_j), обусловленные радиальным течением жидкости в каналах.

$$\Delta z_1=\frac{p_{1cp}-p_1(r_1)}{v_r(r_1)};\quad \Delta z_2=\frac{p_2(r_1)-p_{2cp}}{v_r(r_1)}, \qquad (4)$$

Π — периметр внутреннего канала.

Решение системы (3) определяет низшие, радиально симметричные формы колебаний, а эквивалентная схема (фиг. 1, *б*) позволяет получить достаточно наглядную интерпретацию акустических явлений в канале. Мы остановимся лишь на частном, характерном для глушителей, случае сильной связи между каналами $|YZ_\Sigma|\gg|\gamma_j^2|$ (γ_j — постоянные распространения в обособленных каналах).

Для этого случая решение системы (3) может быть представлено в виде суперпозиции продольных и поперечных волн, распространяющихся по каналу без взаимодействия $p_{jcp}=\Sigma\bar{p}_{jn}e^{\pm k_nx}$, причем продольная звуковая волна может рассматриваться как волна в системе из двух идеально связанных линий ($Y=\infty$). При этом

$$k_2=\sqrt{\frac{Z_1Z_2}{Z_\Sigma}Y_{c\Sigma}}=\sqrt{Z_{пр}Y_{c\Sigma}}. \qquad (5)$$

Эта формула впервые была получена А. И. Беловым в 1937 г. Поперечную волну можно рассматривать — как волну в несжимаемой жидкости ($Y_{cj}=0$): $k_1=\sqrt{z_\Sigma Y}$. В системах с сильной связью поперечные волны быстро затухают и в канале распространяется лишь продольная волна. Поэтому выражение (5) может быть использовано для определения условий максимального затухания в однородном канале (без поперечных перегородок в поглотителе).

Распределение давлений и расходов в канале определяется через вспомогательные волновые переменные $\bar{p}_n$ и $\bar{Q}_n$ —

$$\bar{p}_n=\bar{p}_{nпад}e^{-k_nx}+p_{nотр}e^{k_nx},$$

$$\bar{Q}_n=\frac{1}{Z_{Bn}}[\bar{p}_{n\,пад}e^{-k_nx}-p_{n\,отр}e^{k_nx}]$$

и имеет вид

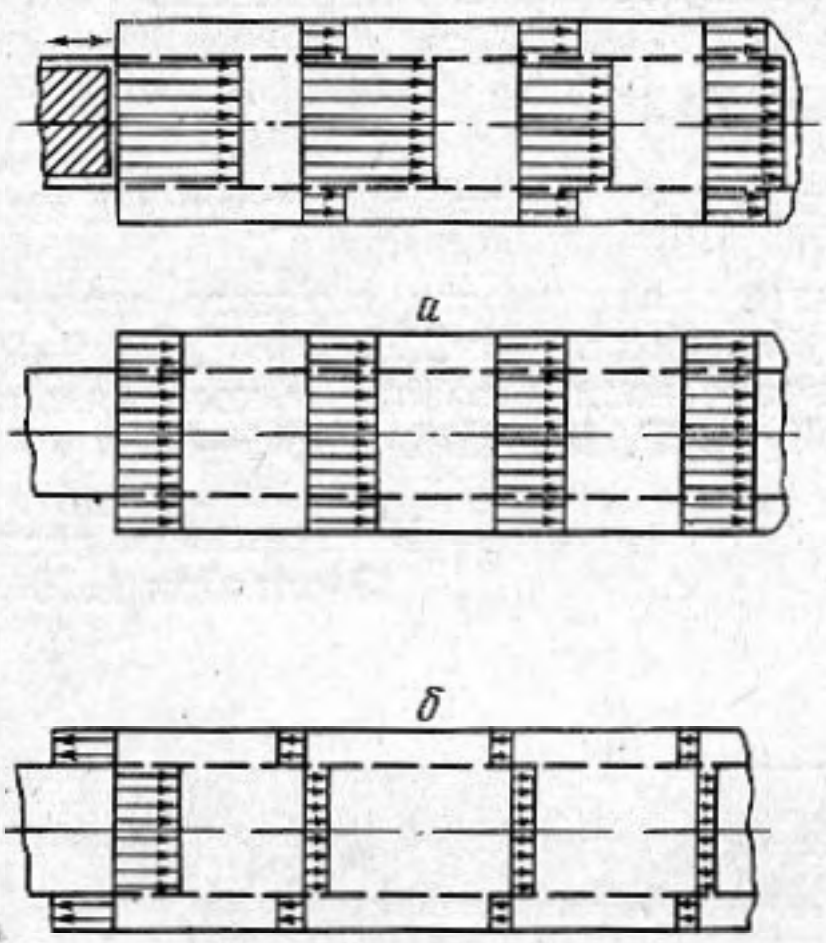
$$\begin{bmatrix}p_{1cp}\\p_{2cp}\end{bmatrix}=[\alpha]\begin{bmatrix}\bar{p}_1\\\bar{p}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{Q}_1\\\bar{Q}_2\end{bmatrix}=[\alpha]_t^{-1}\begin{bmatrix}\bar{Q}_1\\\bar{Q}_2\end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Здесь $Z_{B1}\approx\sqrt{\frac{Z_\Sigma}{Y}}$ и $Z_{B2}\approx\sqrt{\frac{Z_{пр}}{Y_{c\Sigma}}}$ — волновые сопротивления; $[\alpha]\approx\begin{bmatrix}\alpha_2 & 1\\-\alpha_1 & 1\end{bmatrix}$ — матрица преобразования переменных, $\alpha_1=\frac{Z_2}{Z_\Sigma}$, $\alpha_2=\frac{Z_1}{Z_\Sigma}$.

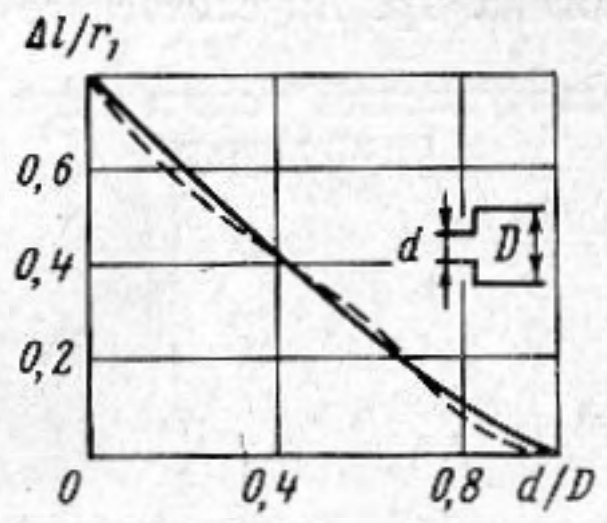
Как видно из выражений (6) при отсутствии поперечной волны ($\bar{p}_{1\,\text{пад, отр}} = 0$) $p_{1\text{ср}} = p_{2\text{ср}} = \bar{p}_2$, т. е. продольная звуковая волна является плоской волной и характеризуется практическим отсутствием радиального течения жидкости.

Для поперечной волны (при $\bar{p}_{\text{пад, отр}} = 0$) $Q_1 + Q_2 = 0$, т. е. поперечная волна не переносит вещества вдоль канала. Она характеризует выравнивание давлений в каналах за неоднородностями. На фиг. 2 в качестве иллюстрации приведены осредненные эпюры скоростей и скорости в продольной (*а*) и поперечной (*б*) волнах при возбуждении колебаний на входе в канал. При наличии поглощающего материала звуковое давление во внутреннем канале имеет две характерные скорости спада, связанные с затуханием поперечной и продольной волн.

Образование поперечных волн при взаимодействии акустического поля с неоднородностями и переход части энергии продольных волн в энергию быстрозатухающих поперечных являются одним из основных факторов, обуславливающих эффективное заглушение шума в облицованном канале. Поэтому учет поперечных волн является принципиально необходимым при исследовании взаимодействия звука с неоднородностями, например, при определении рассеяния на поперечных перегородках в поглотителе. Заметим, что при $|Z_2| \gg |Z_1|$ эквивалентная схема канала (фиг. 1, *б*) переходит в известную схему А. И. Белова, полученную в предположении отсутствия передачи звуковой энергии в поглотителе вдоль канала.



Фиг. 2



Фиг. 3

Для определения поправок на неоднородность (4) представим распределение радиальных скоростей во внутреннем канале в виде $v_r(r) = Ar$ и воспользуемся соотношением $p(0) - p(v) = i\omega\rho \int\limits_0^r v_r(r)\,dr = z_1 \int\limits_0^r v_r(r)\,dr$,

откуда, после преобразований —

$$\Delta z_1 = z_1 \frac{r_1}{4}. \tag{7}$$

Для наружного канала целесообразно выбрать $v_r(r) = B\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)$, при этом с учетом формулы (4) мы получим

$$\Delta z_2 = z_2 r_1 \frac{(1-\psi)(3+\psi)}{3(1+\psi)^2}. \tag{8}$$

Здесь $\psi = \frac{r_1}{r_2} = \frac{d}{D}$. Очевидно, что $\Delta z_2 \to z_2 \frac{r_2 - r_1}{3}$ при $\psi \to 1$.

Оценим, например, используя формулы (7) и (8), присоединенную массу отверстия в системе, изображенной на фиг. 2 при $z_{\text{ст}} = 0$, т. е. при скачкообразном изменении диаметра трубы, и сравним ее с результатами Фока [2]. Согласно работе [3] присоединенное сопротивление такого перехода определяется выражением

$$z_{\text{доп}} \approx \alpha_2^2 Z_{B1} = i\omega\rho \frac{\Delta l}{f_1}. \tag{9}$$

На фиг. 3 приведены зависимости $\frac{\Delta l}{r_1}(\psi)$ по формуле (9) (сплошная кривая) и по результатам работы [2] штриховая кривая.

Достоинство изложенного выше метода заключается в том, что он может быть использован для определения рассеяния звука на более сложных неоднородностях в системе с перфорациями и поглотителем. Следует отметить, что, хотя именно в анализируемом случае ($z_{\text{ст}} = 0$ и $\Delta\gamma^2 = 0$) метод дает наибольшую погрешность, соответствие между точным [2] и приближенным (9) решениями остается достаточно хорошим.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. A. Scott. The propagation of sound between walls of porous material. Proc. Phys. Soc., 1946, 58, 328, 358—68.
2. В. А. Фок. Теоретическое исследование проводимости круглого отверстия в перегородке, поставленной поперек трубы. Докл. АН СССР, 1941, 31, 9, 875—78.
3. Р. Н. Старобинский. Распространение волн давления в коаксиальном трубопроводе. Тр. Акустического ин-та АН СССР, М., 1970, 11, 85—88.

Тольяттинский политехнический институт

Поступила в редакцию 13 октября 1970 г.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVIII 1972 Вып. 1

УДК 534.231

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Г. И. Усокин

Исследуются интенсивность и взаимные спектры поля излучения бесконечной цилиндрической оболочки во внешнее пространство и в ограниченный ею объем при воздействии на оболочку статистически-независимых случайных сил.

Анализ эффективности излучения звука цилиндрической оболочкой на различных частотах произведен в работе [1]. Однако в некоторых случаях необходимо знать статистические свойства поля, излучаемого тонкой упругой цилиндрической оболочкой, возбуждаемой случайными силами с широким пространственным спектром, как во внешнюю среду, так и во внутренний объем. Эта задача рассматривалась в работах [2, 3]. Однако в первой из них сделаны физически неоправданные допущения и недостаточно корректно используются асимптотические формулы. Автор второй работы ограничивается рассмотрением только двумерной задачи *, что не позволяет распространить результаты на тот случай, когда возбуждающие силы имеют малый радиус корреляции вдоль образующей.

Рассмотрим тонкую круговую цилиндрическую оболочку бесконечной длины, возбуждаемую распределенными по ее наружной поверхности статистически-независимыми силами. Полагаем, что пространство вне и внутри оболочки заполнено одинаковой средой, подчиняющейся волновому уравнению. Все рассмотрение будем проводить на фиксированной частоте ω, опуская временной множитель $e^{-i\omega t}$. Статистические свойства поля, излучаемого оболочкой, мы будем характеризовать взаимными спектрами, являющимися амплитудами преобразования Винера — Хинчина пространственных корреляционных функций давления. На основании работы [4] с учетом статистической независимости внешних сил выражение для взаимного спектра поля давления можно написать в виде

$$\psi(\bar{x}, \bar{x}') = \rho^2\omega^4\sigma \int\limits_S J(\bar{x}, \bar{x}_s)\cdot J^*(\bar{x}', \bar{x}_s)\, d\bar{x}_s, \tag{1}$$

где σ — произведение интенсивности внешних сил на радиус их корреляции, ρ — плотность среды, $J(\bar{x}, \bar{x}_s)$ — переходная функция, определяющая давление в точке $\bar{x}$ пространства при воздействии на оболочку в точке $\bar{x}_s$ единичной точечной силы; интегрирование ведется по поверхности оболочки, звездочка обозначает комплексное сопряжение. По определению переходная функция будет [4]

$$J_{1(2)}(\bar{x}, \bar{x}_s) = \int\limits_S W(\bar{y}_s, \bar{x}_s)\cdot G_{1(2)}(\bar{x}, \bar{y}_s)\, d\bar{y}_s, \tag{2}$$

где для $J_1(\bar{x}, \bar{x}_s)$ точка наблюдения $\bar{x}$ находится во внешнем пространстве, а для $J_2(\bar{x}; \bar{x}_s)$ — во внутреннем объеме; $G_{1(2)}(\bar{x}, \bar{y}_s)$ — функция Грина

* В такой постановке задача ранее рассматривалась также Е. Л. Шендеровым.