щий поверхностную волну. (Кривые *1—9* для возбуждающих напряжений соответственно от 550 до 150 через каждые 50 *в*.)

Осцилляции I_1 / I_0 на больших глубинах свидетельствуют о том, что в объеме подложки существуют либо объемные волны, либо «хвосты» деформаций поверхностной волны (амплитуда осцилляций I_1 / I_0 порядка 10^{-5}—10^{-6}). Поляризация основного пучка колинеарна поляризации падающего, а дифрагированного — ортогональна поляризации падающего, что свидетельствует о том, что в области первого порядка дифракции, взаимодействующие пучки света сдвинуты друг относительно друга на π.

Кроме того, при малых напряжениях возбуждения по углу дифракции была измерена скорость поверхностной волны. Ее значение составляет $3{,}29 \cdot 10^5$ *см/сек* и совпадает с расчетным.

В заключение отметим, что явления, связанные с объемной дифракцией на поверхностных волнах, представляют большой интерес и требуют дополнительных исследований, например, зависимости поляризации дифрагированных и основного пучков света от глубины, интенсивности дифрагированного пучка при брэгговских условиях, исследований «хвостов» деформации, а также дифракции при нелинейном поверхностном звуке.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. P. Ippen. Difraction of light by surface acoustic waves. Proc. IEEE, 1967, **55**, 2, 248—249.
2. A. Korpel, L. J. Laub, H. C. Sievering. Measurement of acoustic surface waves propagation characteristics by reflected light. Appl. Phys. Lett., 1967, **10**, 10, 295—297.
3. W. G. Mayer, G. B. Lamers, D. C. Auth. Interaction of light and ultrasonics surface wave. J. Acoust. Soc. America, 1961, **42**, 6, 1255—1261.
4. С. С. Каринский, В. Г. Комаров, В. Д. Мондиков. Рассеяние света на упругих поверхностных волнах. Письма ЖЭТФ, 1969, **9**, 7, 380—383.
5. D. C. Auth, W. G. Mayer. Scattering of light reflected from acoustic surface waves in isotropic solids. J. Appl. Phys., 1967, **3**, 13, 5138—5140.
6. С. В. Богданов, А. В. Ковалев, Д. В. Петров, И. Б. Яковкин. Рассеяние света на упругих поверхностных волнах. Ж. тех. физ., 1971, **41**, 7, 1511—1516.

Институт физики полупроводников
СО АН СССР
Новосибирск

Поступило в редакцию
23 июля 1970 г.

УДК 534.26

ОБ УГЛОВОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛЯ ПРИ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА СФЕРЕ МАЛОГО РАДИУСА

А. И. Бойко

В работе [1] рассматривалась скалярная задача дифракции плоской волны на сфере с распределенным по ее поверхности осесимметрическим пассивным адмитанцем, причем радиус сферы r_0 принимался много меньшим длины волны. Была сформулирована задача определения величины и распределения адмитанца по значению асимптотики волнового поля в полярной точке сферы, когда $\rho = kr_0 \to 0$, где k — волновое число. Это значение задавалось таким образом, чтобы аппроксимировать некоторую функцию, на которой достигает максимума коэффициент концентрации [2].

В работе [1] решение задачи дано для случая постоянного по всей поверхности сферы адмитанца. Целью настоящего сообщения является рассмотрение случая переменных адмитанцев, которые позволяют аппроксимировать функции, дающие более высокие значения коэффициенту концентрации. При этом можно обходиться величинами меньшего порядка малости по ρ, чем при получении таких же значений с помощью постоянных адмитанцев.

Пусть полное поле дифракции плоской волны $\exp(ikr\cos\gamma)$ (где $\cos\gamma = \cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha\cos(\varphi - \beta)$, r, θ, φ — сферические координаты, α, β — углы, определяющие направление распространения падающей волны) на сфере будет $p = p(r, \theta, \varphi, \alpha, \beta, N, k)$. Функция p удовлетворяет по переменным r, θ, φ уравнению Гельмгольца и условию излучения, а на поверхности сферы краевому условию:

$$\frac{\partial p}{\partial r} + ikgp = 0. \tag{1}$$

Здесь переменный адмитанц g задан в виде

$$g(\rho, \theta) = \sum_{l=0}^{N-1} g_l(\rho)(\cos\theta)^l, \qquad \operatorname{Re} g(\rho, \theta) \geqslant 0, \tag{2}$$

где N — целое положительное число, $g_l(\rho)$ — рациональные функции параметра $\rho = kr_0$.

Пусть $p(\rho, \alpha, N)$ — значение поля в точке $r = r_0$, $\theta = 0$. Задача заключается в нахождении таких коэффициентов $g_l(\rho)$, чтобы при $\rho \to 0$ отношение $p(\rho, \alpha, N) / / p(\rho, 0, N)$ аппроксимировало функцию $f_N(\alpha)$ вида

$$f_N(\alpha) = (N+1)^{-2} \sum_{n=0}^{N} (2n+1) P_n(\cos\alpha), \tag{3}$$

где $P_n(\cos\alpha)$ — полиномы Лежандра. Эта функция имеет в единственной точке отрезка $[0, \pi]$ абсолютный максимум $f_N(0) = 1$. Коэффициент концентрации

$$K_N = 2\left(\int_0^{\pi} |f_N(\alpha)|^2 \sin\alpha \, d\alpha\right)^{-1} \tag{4}$$

получает при этом значение $k_N = (N+1)^2$. При допущении двух точек максимума $f_N(0) = f_N(\pi) = 1$ в качестве такой функции мы принимаем

$$f_N^*(\alpha) = (N+1)^{-1}(2N+1)^{-1} \sum_{n=0}^{N} (4n+1) P_{2n}(\cos\alpha), \tag{5}$$

причем функционал (4) приобретает значение $K_N = (N+1)(2N+1)$.

Полное поле $p(r, \theta, \varphi, \alpha, \beta, N, k)$ мы будем искать в виде

$$p(r, \theta, \varphi, \alpha, \beta, N, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \Big\{ (2n+1) i^n j_n(kr) P_n(\cos\gamma) +$$

$$+ \sum_{m=0}^{n} (a_{mn}\cos m\varphi + b_{mn}\sin m\varphi) P_n^m(\cos\theta) h_n(kr) \Big\},$$

где $j_n(\rho) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2\rho}} J_{n+1/2}(\rho)$, $h_n(\rho) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2\rho}} H^{(1)}_{n+1/2}(\rho)$ — сферические бесселевы функции, $P_n^m(\cos\theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра.

Принимая во внимание, что в точке $r = r_0$, $\theta = 0$ имеет место тождество $P_n^m(\cos 0) = P_n^m(1) = 0$, мы получаем из формулы (1) систему для определения неизвестных $a_{0n} = a_n$:

$$i \sum_{s=1}^{N-1} h_{n-s}(\rho) a_{n-s} \sum_{l=s}^{N-1} \xi_s^l(n-s) g_l(\rho) + a_n \left[h_n'(\rho) + i h_n(\rho) \sum_{l=0}^{N-1} \xi_0^l(n) g_l(\rho) \right] +$$

$$+ i \sum_{s=1}^{N-1} h_{n+s}(\rho) a_{n+s} \sum_{l=s}^{N-1} \xi_{-s}^l(n+s) g_l(\rho) +$$

$$+ \sum_{s=1}^{N-1} i^{n-s+1} [2(n-s)+1] j_{n-s}(\rho) P_{n-s}(\cos\alpha) \sum_{l=s}^{N-1} \xi_s^l(n-s) g_l(\rho) + \tag{6}$$

$$+ i^n (2n+1) \left[j_n'(\rho) + i j_n(\rho) \sum_{l=0}^{N-1} \xi_0^l(n) g_l(\rho) \right] P_n(\cos\alpha) +$$

$$+ \sum_{s=1}^{N-1} i^{n+s+1} [2(n+s)+1] j_{n+s}(\rho) P_{n+s}(\cos\alpha) \sum_{l=s}^{N-1} \xi_{-s}^l(n+s) g_l(\rho) = 0$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

Здесь $\xi_0^0(n) \equiv 1$, $\xi_s^l(n-s) = 0$ при $n = 0, 1, \ldots, s-1$, а коэффициенты $\xi_{-s}^l(n)$ и $\xi_s^l(n)$ вычисляются из соотношения:

$$\mu^l P_n(\mu) = \sum_{s=0}^{l} \xi_{-s}^l(n) P_{n-s}(\mu) + \xi_0^l(n) P_n(\mu) + \sum_{s=1}^{l} \xi_0^l(n) P_{n+s}(\mu).$$

Рассмотрим предварительно адмитанц, симметричный относительно плоскости X0Y:

$$g^*(\rho, \theta) = \sum_{l=0}^{N-1} g_{2l}(\rho)(\cos\theta)^{2l}, \qquad N > 1, \qquad \operatorname{Re} g^*(\rho, \theta) \geqslant 0. \tag{7}$$

Используя при $\rho \to 0$ асимптотическое разложение $\frac{d}{d\rho} \ln \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} N_{n+1/2}(\rho) =$

$= -\frac{n+1}{\rho} + \sum_{m=0}^{\infty} q_{2m+1}\rho^{2m+1}$, где $N_{n+1/2}(\rho)$ — функция Неймана, зададим адмитанц (7) в следующей форме:

$$g_0(\rho) = g_{2N}^*(\rho) - \sum_{l=1}^{N-1} \xi_0^{2l}(n) g_{2l}(\rho); \qquad g_{2l}(\rho) = ic_{2l}\rho^{M(l,N)}; \qquad c_{2l}^2 \geqslant 0; \quad l = 1, \ldots, N-1,$$

где $g_{2N}^*(\rho) = i\left(-\frac{2N+1}{\rho} + \sum_{m=0}^{N-2} q_{2m+1}\rho^{2m+1}\right) + c_{2N}\rho^{2N-1}$, $\operatorname{Re} c_{2N} \geqslant 0$. Решение поставленной задачи возможно только при следующих ограничениях, налагаемых на показатель степени $M(l, N)$:

$$M(l, N) \geqslant N - 1, \text{ где } l = 1, \ldots, N-1, \tag{8}$$

что, однако, ведет при $\rho \to 0$ к исчезновению вклада от адмитанцев $g_{2l}(\rho)$ в значение решения $p(\rho, \alpha, N)$, когда $1 \leqslant l \leqslant \frac{N}{2} - 1$ или $1 \leqslant l \leqslant \frac{N-1}{2}$ соответственно для четных и нечетных N. Таким образом, мы имеем две возможности:

1) N — четное. Полагая $g_{N+2j}(\rho) = ic_{N+2j}\rho^{N-1+2j}$ при $j = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1$ и $g_{2j}(\rho) = 0$ при $j = 1, 2, \ldots, N/2 - 1$, решаем систему (6), в которой считаем равными нулю все адмитанцы с нечетными индексами и получаем

$$p(\rho, \alpha, N) = \sum_{l=0}^{N/2} \Phi_{2l}(c_N, \ldots, c_{2N-2l}) P_{2l}(\cos\alpha) + (4N+1)P_{2N}(\cos\alpha) + O(\rho).$$

Выбирая $c_N, \ldots, c_{2N}$ так, что $\Phi_{2l}(c_N, \ldots, c_{2N-2l}) = 4l + 1$; $l = 0, 1, \ldots, N/2$, добиваемся аппроксимации следующей функции:

$$f_N^*(\alpha) = \left[\left(\frac{N}{2} + 1\right)(N+1) + 4N + 1\right]^{-1} \times$$

$$\times \left[\sum_{l=0}^{N/2} (4l+1)P_{2l}(\cos\alpha) + (4N+1)P_{2N}(\cos\alpha)\right].$$

Функционал (4) при этом получает значение $K_N = \left(\frac{N}{2} + 1\right)(N+1) + 4N + 1$.

2) N — нечетное. Полагая $g_{N+1+2j}(\rho) = ic_{N+1+2j}\rho^{N+2j}$ при $j = 0, 1, \ldots, \frac{N-3}{2}$ и $g_{2j}(\rho) = 0$ при $j = 1, \ldots \frac{N-1}{2}$. Получаем решение вида

$$p(\rho, \alpha, N) = \sum_{l=0}^{(N-1)/2} \Phi_{2l}(c_{N+1}, \ldots, c_{2N-2l}) P_{2l}(\cos\alpha) + (4N+1)P_{2N}(\cos\alpha) + O(\rho).$$

Потребовав выполнения соотношений $\Phi_{2l}(c_{N+1}, \ldots, c_{2N-2l}) = 4l + 1$; $l = 0, 1, \ldots, \frac{N-1}{2}$, получаем окончательно $f_N^*(\alpha) = \left[\left(\frac{N-1}{2} + 1\right)N + 4N + 1\right]^{-1} \times$

$\times \left[\sum_{l=0}^{(N-1)/2} (4l+1)P_{2l}(\cos\alpha) + (4N+1)P_{2N}(\cos\alpha)\right]$, откуда $K_N = (\frac{N-1}{2} + 1)N + 4N + 1$. Точная аппроксимация функции (5) имеет место при $N = 2$.

Обратимся теперь к адмитанцу (2) при $N \geqslant 1$. В работе [1] была решена задача аппроксимации функции (3) при $N = 1$; однако аппроксимация этой функции для $N > 1$ невозможна ввиду условия $\mathrm{Re}\, g(\rho, \theta) \geqslant 0$ и соотношения (8), которое в этом случае принимает вид $M(l, N) \geqslant -1$, где $g_l(\rho) = c_l \rho^{M(l, N)}$ при $l = 1, \ldots, N-1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Малюжинец. Об одной обратной задаче теории дифракции. Докл. АН СССР, 1969, 184, 6, 1301—1303.
2. Ю. М. Сухаревский. О направленном действии экспоненциального рупора. Электросвязь, 1939, 4, 63—87.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
26 февраля 1971 г.

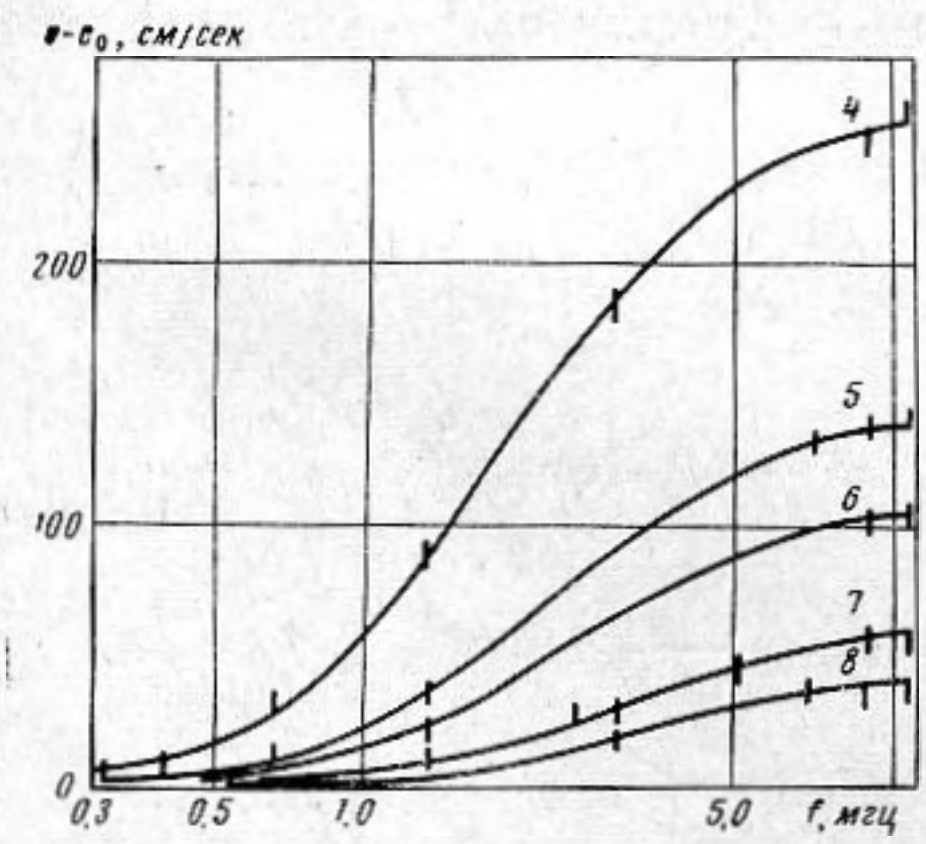
УДК 534.22.094.1

ДИСПЕРСИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА В РЯДЕ КАРБОНОВЫХ КИСЛОТ

К. М. Бурундуков, В. С. Попов

Авторами работ [1—8] исследована дисперсия коэффициента поглощения ультразвуковых волн в первых членах ряда карбоновых кислот, а также дисперсия скорости ультразвука в уксусной и пропионовой кислотах. По предположениям и расчетам исследователей дисперсия в этих кислотах обусловлена реакцией димеризации, связанной с разрывом водородных связей между молекулами. Аналогия в строении и свойствах одноосновных карбоновых кислот позволяет предположить существование дисперсии скорости ультразвука и в других членах указанного гомологического ряда в диапазоне 0,1—10 *Мгц* [9]. Однако большое поглощение и малая величина дисперсии скорости ультразвуковых волн не позволяли до сих пор экспериментально исследовать ее.

Имея в своем распоряжении прецизионный метод измерения скорости ультразвука [10] мы смогли провести измерения дисперсии скорости в масляной, валериановой, капроновой, энантовой и каприловой кислотах марки «чда» в диапазоне частот 0,2—13 *Мгц*. При отклонениях температуры воды в ультратермостате на $\pm 0{,}02°$ от среднего значения изменения температуры исследуемой жидкости ΔT оказывались менее $\pm 0{,}005°$. Случайная ошибка отдельного измерения скорости, вызванная колебаниями температуры жидкости, ошибками измерения перемещения пьезопреобразователей $\Delta x \leqslant \pm 0{,}5$ *мкм* и ошибками измерения частоты $\Delta f / f = 10^{-5}$, составляла



$$\Delta c = \pm \left[\left(\frac{\partial c}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial f} \Delta f \right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial T} \Delta T \right)^2 \right]^{1/2} = \pm 3 \text{ см/сек}. \quad (1)$$

На частотах 3—0,1 *Мгц* появлялась дополнительная ошибка, связанная с явлениями дифракции при измерении скорости распространения звука. Дифракционная поправка $\Delta c_д / c$ определялась экспериментально, аналогично [10, 11], и $\Delta c_д$ вычиталась из измеренных значений скорости. Величина максимальной ошибки $\Delta c_д$ составляла в интервалах частот 3—0,4; 0,4—0,25; 0,25—0,15 и 0,15—0,10 *Мгц* соответ-

Кислота	t °C	$\frac{C_\infty - C_0}{см/сек}$	f_m, *Мгц*	C_0, *м/сек*
н-маслянная	20,0	259±10	1,87±0,10	1195,8
н-валериановая	18,0	145±8	2,31±0,12	1236,4
н-капроновая	21,4	109±7	2,52±0,12	1264,8
н-энантовая	21,0	65±7	3,36±0,16	1292,8
н-каприловая	20,2	44±7	3,06±0,22	1318,8