АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVIII 1972 Вып. 1

УДК 534.26

О ДИФРАКЦИОННЫХ ПОПРАВКАХ В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

М. Б. Гитис

Теоретически рассмотрена работа поршневого преобразователя с бесконечным экраном в жидкой среде при импульсном режиме. Найдены выражения для среднего по приемному преобразователю давления в случае двух преобразователей одного и разных диаметров. Анализируются особенности дифракционных поправок в импульсном режиме по сравнению с поправками для непрерывного режима.

В последние годы появился целый ряд работ, посвященных анализу звуковых полей, созданных преобразователями в импульсном режиме (см., например, [1]). Полученные результаты позволяют рассчитать давление в произвольной точке пространства в функции времени при заданной временной зависимости колебательной скорости на поверхности излучателя. Однако они не позволяют оценить влияние на результаты акустических измерений нестационарности работы преобразователя, так как в этом случае нужны выражения для среднего по приемному преобразователю давления $\overline{P}_{\text{имп}}$ в импульсном режиме. Это тем более существенно, что в последние годы получили очень широкое распространение импульсные методы измерения скорости и коэффициента поглощения звука, причем обычно в результаты измерений вносятся дифракционные поправки, рассчитанные для непрерывного режима. Правомочность такого приема, вообще говоря, не очевидна и требует специального рассмотрения. Кроме того, имеется ряд областей использования ультразвука, где режим работы принципиально является импульсным. Сюда относятся, в первую очередь, ультразвуковая дефектоскопия, а также ряд методов измерения скорости звука. В этих случаях при используемых способах возбуждения преобразователь вообще не имеет установившегося режима. Кроме того, при измерении поглощения ультразвука импульсный характер сигнала также вносит ряд особенностей. В силу сказанного, представляет интерес рассмотрение особенностей импульсного режима поршневого излучателя. Мы будем полагать, что излучатель снабжен бесконечным экраном и нагружен на жидкостную среду.

Для определения $\overline{P}_{\text{имп}}$ мы применим метод интеграла Фурье, который дает связь между вещественной функцией времени $u(t)$ и комплексной функцией частоты $S(\omega)$ (спектральная плотность):

$$u(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega. \tag{1}$$

Если сигнал $u(t)$ поступает на вход системы с коэффициентом передачи $K(i\omega)$, то выходной сигнал $u_1(t)$ имеет вид

$$u_1(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega)K(i\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega. \tag{2}$$

Коэффициент передачи по определению равен отношению реакции к входному гармоническому воздействию, представленным в комплексной форме, т. е.

$$K(i\omega_0) = \dot{K}(\omega_0) = \left.\frac{u_1(t)}{u(t)}\right|_{u(t)=\dot{v}_1 e^{i\omega_0 t}}.$$

Поэтому при рассмотрении распространения ультразвуковых импульсов в среде роль коэффициента передачи играют выражения для давления (либо скалярного потенциала, либо колебательной скорости), полученные для непрерывного режима. Для среднего давления в непрерывном режиме, развиваемого на приемном преобразователе радиуса a передающим преобразователем того же радиуса, при коаксиальном их расположении и расстоянии $z > a$ между ними, в работе [2] было получено выражение

$$\bar{P} = \rho c v_0 \exp(ikz)\left\{1 - \left(1 - \frac{\xi}{2k^2a^2}\right)[J_0(\xi) + iJ_1(\xi)] \times \right.$$

$$\left. \times \exp(-i\xi) - \frac{\xi^2}{k^2a^2}[iJ_1(\xi)/\xi]\exp(-i\xi)\right\}, \tag{3}$$

где $k = \omega/c$, $\xi = \frac{k}{2}[\sqrt{z^2 + 4a^2} - z]$, v_0 — амплитуда колебательной скорости на поверхности излучателя, ρ, c — плотность и скорость звука в среде. Для удобства дальнейших выкладок представим заданную функцию времени $u(t)$ в комплексной форме $\dot{\psi}(t)$. Комплексным колебанием $\dot{\psi}(t)$, соответствующим данному физическому колебанию, называют комплексную функцию

$$\dot{\psi}(t) = u(t) + i\sigma(t), \tag{4}$$

действительная часть которой равна заданному колебанию, а мнимая сопряжена с ним [3]. Можно показать [3], что для получения спектральной плотности комплексного колебания следует удвоить значения спектральной функции заданного колебания при $\omega > 0$ и полагать их равными нулю при $\omega < 0$.

Тогда

$$\dot{\psi}(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(i\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega \tag{5}$$

и соответственно

$$\dot{\psi}_1(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(i\omega)K(i\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega. \tag{6}$$

Очевидно (см. (4)), $u_1(t) = \mathrm{Re}\,\{\dot{\psi}_1(t)\}$.

Выражение (6) более удобно для расчетов, чем формула (2), так как асимптотика функций Бесселя, входящих в коэффициент передачи, определена для положительных аргументов.

Подставляя выражение (3) в формулу (6), получим для комплексного давления

$$P_{\text{имп}} = \frac{\rho c v_0}{\pi}\int_0^\infty \left\{1 - \left(1 - \frac{\xi^2}{2k^2a^2}\right)[J_0(\xi) + iJ_1(\xi)]\exp(-i\xi) - \right.$$

$$\left. - \frac{\xi^2}{k^2a^2}[iJ_1(\xi)/\xi]\exp(i\xi)\right\}\exp[i(\omega t - kz)]S(i\omega)\,d\omega. \tag{7}$$

Если $\xi \geqslant 2$, то с хорошим приближением [4]

$$J_0(\xi) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}}\cos\left(\xi - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$J_1(\xi) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}}\left[\cos\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right) - \frac{0{,}375}{\xi}\sin\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right)\right]. \tag{8}$$

Обычно при условиях, реализуемых при измерениях в ультразвуковом диапазоне, это требование выполняется с большим запасом. Действительно, при частоте 1 *Мгц* при диаметре преобразователей 40 *мм* и $z = 400$ *мм* ξ оказывается равным 4.

Из выражений (7) и (8) находим

$$\dot{P}_{\text{имп}} = \frac{\rho c v_0}{\pi} \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)]\, d\omega - \frac{\rho c v_0}{\pi}\left(1 - \frac{\xi^2}{2k^2a^2}\right) \times$$

$$\times \sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \left\{ \int_0^\infty S(i\omega) \left[\cos\left(\xi - \frac{\pi}{4}\right) + i\cos\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - i\frac{0{,}375}{\xi}\sin\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right)\right] \exp[i(\omega t - kz - \xi)]\, d\omega \right\} - i\frac{\rho c v_0}{\pi} \times$$

$$\times \frac{\xi^2}{k^2a^2}\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \cdot \frac{1}{\xi_0} \int_0^\infty S(i\omega) \left[\cos\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right) - \frac{0{,}375}{\xi}\sin\left(\xi - \frac{3\pi}{4}\right)\right] \times$$

$$\times \exp[i(\omega t - kz - \xi)]\, d\omega. \qquad (9)$$

Здесь мы учли, что для реальных импульсов, используемых в акустических измерениях, спектральная плотность имеет четко выраженный основной максимум (ξ_0 соответствует значению параметра в области максимума спектральной плотности). Заменяя в последнем выражении косинусы и синусы под знаками интегралов по теореме Эйлера, имеем

$$\dot{P}_{\text{имп}} = \frac{\rho c v_0}{\pi} \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)]\, d\omega -$$

$$- \frac{\rho c v_0}{\pi}\left(1 - \frac{\xi^2}{2k^2a^2}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \left\{ \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)] \exp\left[i\frac{\pi}{4}\right] d\omega - \right.$$

$$- \frac{0{,}375}{2\xi_0} \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)] \exp\left[i\frac{3\pi}{4}\right] d\omega + \frac{0{,}375}{2\xi_0} \int_0^\infty S(i\omega) \times$$

$$\left. \times \exp[i(\omega t - 2\xi)] \exp\left[-i\frac{3\pi}{4}\right] d\omega \right\} - \frac{\rho c v_0}{2\pi} \frac{\xi^2}{k^2a^2} \frac{1}{\xi_0} \sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \times$$

$$\times \left\{ \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)] \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) d\omega - \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - 2\xi)] \times \right.$$

$$\times \exp\left[-i\frac{\pi}{4}\right] d\omega - \frac{0{,}375}{\xi_0} \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - kz)] \exp\left[i\frac{3\pi}{4}\right] d\omega +$$

$$\left. + \frac{0{,}375}{\xi_0} \int_0^\infty S(i\omega) \exp[i(\omega t - 2\xi)] \exp\left(-i\frac{3\pi}{4}\right) d\omega \right\}.$$

Сравнивая последнее соотношение с преобразованием Фурье в формуле (6), находим

$$\dot{P}_{\text{имп}} = \rho c v\left(t - \frac{z}{c}\right) - \frac{\rho c}{\pi}\left(1 - \frac{\xi_2}{2k^2a^2}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \times$$

$$\times\left\{v\left(t - \frac{z}{c}\right)\exp\left[i\frac{\pi}{4}\right] - \frac{0{,}375}{2\xi_0}v\left(t - \frac{z}{c}\right)\exp\left[i\frac{3\pi}{4}\right] +\right.$$

$$\left.+\frac{0{,}375}{2\xi_0}v\left(t - \frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c}\right)\exp\left[-i\frac{3\pi}{4}\right]\right\} - \frac{\rho c}{2}\cdot\frac{\xi^2}{k^2a^2}\cdot\frac{1}{\xi_0}\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}} \times$$

$$\times\left\{v\left(t - \frac{z}{c}\right)\exp\left[i\frac{\pi}{4}\right] - v\left(t - \frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c}\right)\exp\left[-i\frac{\pi}{4}\right] -\right.$$

$$\left.-\frac{0{,}375}{\xi_0}v\left(t - \frac{z}{c}\right)\exp\left[i\frac{3\pi}{4}\right] + \frac{0{,}375}{\xi_0}v\left(t - \frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c}\right)\exp\left[-i\frac{3\pi}{4}\right]\right\},$$

или после упрощений

$$\dot{P}_{\text{имп}} = \rho c v\left(t - \frac{z}{c}\right)\left\{1 - \left(1 - \frac{x^2}{2a^2} - \frac{x^2}{2a^2\xi_0}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}}\exp\left[i\frac{\pi}{4}\right] \times\right.$$

$$\left.\times\left(1 - i\frac{0{,}375}{2\xi_0}\right)\right\} - \rho c v\left(t - \frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_0}}\exp\left[-i\frac{3\pi}{4}\right] \times$$

$$\times\left\{1 - \frac{x^2}{2a^2}\cdot\frac{0{,}375}{2\xi_0} - i\frac{x^2}{2a^2\xi_0} - \frac{0{,}375}{\xi_0}\right\}, \qquad (10)$$

где $x \equiv \xi/k$.

Таким образом, комплексное среднее давление на приемном преобразователе в импульсном режиме состоит из двух слагаемых, сдвинутых друг относительно друга по времени. Подчеркнем, что такая же ситуация имеет место в выражении для давления от поршневого излучателя в произвольной точке пространства. Это время можно назвать временем переходного процесса. Если колебательная скорость на поверхности излучателя задана в обычном виде

$$v(t) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad t < 0 \\ v(t) & \text{при} \quad t > 0, \end{cases}$$

то на приемном преобразователе колебания возникают в момент времени $t_1 = z/c$, равный времени распространения плоской волны от излучателя до приемника. В момент времени $t_2 = \sqrt{z^2 + 4a^2}\,/\,c$ «включается» второе слагаемое и наступает установившийся режим. Следовательно, время переходного процесса, т. е. время от начала колебаний до момента наступления установившегося режима, определяется временем распространения колебаний до контура приемника

$$\Delta t = \frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c} - \frac{z}{c} \approx \frac{2a^2}{zc}.$$

Легко видеть, что если временная зависимость задана в комплексной форме $v(t) = \exp(i\omega t)$, то формула (10) с учетом выражения (8) переходит в формулу (3) при $t \geqslant t_2$. Для других форм импульсного воздействия результаты, разумеется, будут другими.

Если колебательная скорость $v(t)$ задана в вещественной форме, то, согласно формуле (4), для получения среднего давления в импульсном

режиме необходимо взять действительную часть комплексного давления из формулы (10).

$$\bar{P}(t)_{\text{имп}} = \rho c v\left(t-\frac{z}{c}\right)\left[1-\left(1-\frac{x^2}{2a^2}-\frac{x^2}{2a^2\xi_0}\right)\sqrt{\frac{1}{\pi\xi_0}}\left(1+\frac{0{,}375}{2\xi_0}\right)\right]+$$

$$+\rho c v\left(t-\frac{\sqrt{z^2+4a^2}}{c}\right)\sqrt{\frac{1}{\pi\xi_0}}\left(1-\frac{x^2}{2a^2}\cdot\frac{0{,}375}{2\xi_0}+\frac{x^2}{2a^2\xi_0}-\frac{0{,}375}{\xi_0}\right). \tag{11}$$

Необходимо подчеркнуть характерную особенность решений (10) по сравнению с аналогичными выражениями для давления в точке. Структура формул в обоих случаях одинакова. Однако, если в выражении для давления в точке слагаемое, включающееся в момент времени t_1, не зависит от размеров излучателя и, следовательно, свободно от дифракционных эффектов, то в нашем случае наблюдается зависимость от размеров преобразователей и расстояния между ними. Таким образом, при импульсной работе двух преобразователей одинакового диаметра необходимо различать дифракционные поправки в зависимости от номера периода высокочастотного заполнения импульса (части импульса), по которому производятся измерения. При $t > t_2$ импульсные дифракционные поправки переходят в стационарные.

Для отыскания выражения среднего по приемному преобразователю давления в случае разных диаметров приемного и излучающего преобразователей воспользуемся соотношениями, найденными в работе [5] для давления в непрерывном режиме:

$$\bar{P} = \rho c v_0 \exp[i(\omega t - kz)] - \frac{\rho c v_0 \lambda z}{\pi b^2}\exp\left[i\left(\omega t - kz - k\frac{a^2+b^2}{2z}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(2n+1)J_{2n+1}\left(\frac{kab}{z}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^{2n+1}+\right.$$

$$\left.+i\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(2n+2)J_{2n+2}\left(\frac{kab}{z}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^{2n+2}\right], \tag{12}$$

где a и b — радиусы излучателя и приемника соответственно. Для простоты рассмотрим случай, когда размеры преобразователей различаются заметно. Это позволит нам под суммами ограничиться только первыми слагаемыми. Для определенности будем считать, что $a > b$. При этих условиях можно ограничиться приближенными соотношениями (8) (без этих допущений расчеты оказываются более громоздкими, хотя качественно результаты не изменяются). Подставляя выражение (12) в формулу (6) и производя вычисления, аналогичные предыдущим, мы находим для комплексного давления выражение

$$\bar{P}_{\text{имп}} = \rho c v\left(t-\frac{z}{c}\right)+\rho c v\left(t-\frac{z}{c}-\frac{(a-b)^2}{2zc}\right)\frac{1}{\pi\xi_{01}}\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_{01}}}\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right)\times$$

$$\times\left[1+i\frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a}-i\frac{0{,}375}{\xi_{01}}\left(1+\frac{4i}{\xi_{01}}\frac{b}{a}\right)-\frac{2b}{a}\right]+$$

$$+\rho c v\left(t-\frac{z}{c}-\frac{(a+b)^2}{2zc}\right)\frac{1}{\xi_{01}}\sqrt{\frac{2}{\pi\xi_{01}}}\exp\left(i\frac{3\pi}{4}\right)\times$$

$$\times\left[1+i\frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a}+i\frac{0{,}375}{\xi_{01}}\left(1+\frac{4i}{\xi_{01}}\cdot\frac{b}{a}\right)-2\frac{b}{a}\right], \tag{13}$$

где $\xi_1 \equiv kab/x$, а ξ_{01} — значения ξ_1, соответствующие максимуму спектральной плотности импульса.

Соответственно давление, развиваемое при $v(t)$ — вещественной функции времени, выражается так:

$$\overline{P}_{\text{имп}} = \rho c v\left(t - \frac{z}{c}\right) + \rho c v\left(t - \frac{z}{c} - \frac{(a-b)^2}{2zc}\right)\frac{1}{\xi_{01}}\sqrt{\frac{1}{\pi\xi_{01}}} \times$$
$$\times\left[1 - \frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a} + \frac{0{,}375}{\xi_{01}}\left(1 + \frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a} - \frac{2b}{a}\right]\right. -$$
$$- \rho c v\left(t - \frac{z}{c} - \frac{(a+b)^2}{2zc}\right)\left[1 + \frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a} + \frac{0{,}375}{\xi_{01}}\left(1 - \frac{4}{\xi_{01}}\frac{b}{a}\right) - \frac{2b}{a}\right]. \tag{14}$$

Как и следовало ожидать, в этом случае среднее давление на приемнике состоит из трех слагаемых, сдвинутых друг относительно друга по времени. Первое слагаемое соответствует чисто плоской волне, приходящей в момент времени $t_1 = z/c$. Второе слагаемое «включается» в момент времени $t_2 = \frac{z}{c} + \frac{(a-b)^2}{2zc}$ и соответствует приходу волны от контура излучателя к ближайшим точкам контура приемника. Третье слагаемое возникает при $t_3 = \frac{z}{c} + \frac{(a+b)^2}{2zc}$ и соответствует приходу колебаний от контура излучателя к дальним точкам контура приемника. Таким образом, при работе с преобразователями различного диаметра при введении дифракционных поправок необходимо различать три интервала времени. При этом только при $t > t_3$ дифракционные поправки совпадают с соответственными выражениями, полученными для непрерывного режима, и наступает установившийся режим. Длительность переходного процесса может составлять и несколько периодов высокочастотного заполнения импульса. Так, например, если $a = 30$, $b = 10$ мм, а расстояние между преобразователями $z = 100$ *мм*, то для воды $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 1{,}3$ *мксек*, а $\Delta t_2 = t_3 - t_2 = 5{,}3$ *мксек*. Аналогичные времена переходного процесса получаются для преобразователей одного диаметра.

Все изложенное выше относилось к процессам установления колебаний. Легко видеть, что аналогичные соотношения могут быть получены и для спада колебаний при окончании действия импульса.

Таким образом, при проведении акустических измерений в импульсном режиме необходимо фиксировать номер периода высокочастотного заполнения импульса, по которому производятся измерения. Если измерения производятся по видеосигналу, необходимо выбирать постоянную времени детектора с учетом полученных соотношений. Все эти соображения особенно важны при измерениях на низких частотах, где вследствие малого поглощения звука необходимо введение дифракционных поправок, а также в дефектоскопии при оценке размеров дефектов, так как здесь работа, в основном, производится очень короткими импульсами, зачастую более короткими, чем длительность переходного процесса. Так как при $z \to \infty$ $\Delta t \to 0$, то при работе в дальней зоне различия между непрерывным и импульсным режимами работы преобразователей практически отсутствуют (они лежат в пределах первого полупериода). Что касается схемы введения дифракционных поправок в импульсном режиме, то она остается такой же, как и в непрерывном. Необходимо для выбранной формы импульса по формулам (11) или (14) рассчитать давление в функции расстояния между преобразователями. При этом существенной особенностью является то обстоятельство, что величина давления рассчитывается для фиксированного периода импульса, по которому будут производиться

измерения (в непрерывном режиме расчет давления выполняется для амплитудного значения). Найденная разность между значениями давления в выбранном периоде и давлением в плоской волне (первое слагаемое в указанных формулах, которое включается в момент времени z/c) вводится в качестве поправки в результаты измерений коэффициента затухания. Расчет дифракционной поправки для измерений скорости звука в импульсном режиме зависит от конкретной схемы измерений. Так, если метод основан на измерении времени распространения звука, то нужно предварительно задаться уровнем срабатывания отсчетного устройства. Тогда разность во времени достижения этого уровня давления, определенного по формулам (11) или (14), и давления в плоской волне определит ошибку. При использовании методов наложения импульсов необходимо по указанным формулам для выбранных расстояний рассчитать форму импульсов, откуда можно найти ошибку в определении момента полного наложения (в фазе или противофазе) двух импульсов, связанную с искажением формы.

В заключение отметим, что введение дифракционных поправок в импульсном режиме требует определенной осторожности. Дело в том, что для их введения необходимо знать форму импульса колебательной скорости, которая может не совпадать с формой импульса возбуждения от генератора электрических колебаний. Поэтому до расчета дифракционных поправок необходимо найти $v(t)$ на поверхности преобразователя при выбранных электрической и акустической схемах по заданному импульсу возбуждения.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность В. А. Соловьеву за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Freedman. Transient fields of acoustic radiators. J. Acoust. Soc. America, 1970, 48, 1, p. 2, 135—138.
2. R. Bass. Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source., J. Acoust. Soc. America, 1958, 36, 7, 602—605.
3. А. Л. Зиновьев, Л. И. Филиппов. Введение в теорию сигналов и цепей. М., Изд-во «Высшая школа», 1968.
4. Э. Грей, Г. Мэтьюз. Функции Бесселя и их приложения в физике и механике. М., ИЛ, 1953.
5. М. Б. Гитис, А. С. Химунин. О поправках на дифракцию при измерениях коэффициента поглощения и скорости звука. Акуст. ж., 1968, 14, 3, 363—370.

Всесоюзный н.-и. институт по разработке
неразрушающих методов и средств
контроля качества материалов
Кишинев

Поступила в редакцию
29 сентября 1970 г.