АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Т. XVIII 1972 Вып. 2 | АКАДЕМИЯ НАУК СССР | Апрель Май Июнь

Основан в 1955 г. | МОСКВА | *Выходит 4 раза в год*

УДК 534.232

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ ПРИ ПРИЕМЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Г. В. Абрамов, А. А. Подольский

Изложен метод расчета характеристики направленности антенны при приеме случайных сигналов. Получены расчетные выражения для характеристик направленности прямоугольного и круглого поршня, а также линейной базы направленных поршневых приемников при различной форме амплитудно-частотной характеристики приемного тракта. Приведены графики, иллюстрирующие зависимость характеристики направленности от ширины полосы пропускания.

Характеристику направленности антенны при приеме случайных сигналов целесообразно определить как зависимость нормированного среднеквадратичного значения сигнала на выходе гидроакустического преобразователя (или всего приемного тракта) от направления на источник сигнала. Общее выражение для определенной таким образом характеристики направленности плоской антенны в горизонтальной плоскости имеет вид [1]

$$M(\psi)=\sqrt{\frac{1}{B_y(0)\sum\limits_{k=1}\sum\limits_{l=1}A_kA_l}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}I_{kl}}, \qquad (1)$$

где

$$I_{kl}=\int\limits_{x_{1k}}^{x_{2k}}\int\limits_{x_{1l}}^{x_{2l}}B_y[\tau(x'')-\tau(x')]s(x')s(x'')\,dx'\,dx'';$$

$B_y(\tau)$ — функция корреляции случайного процесса на выходе антенны, A_k — площадь приемной поверхности элемента k многоэлементной антенны, x_{1k}, x_{2k} — абсциссы крайних точек элемента k, $s(x)dx$ — участок площади антенны, для которого запаздывание сигнала $\tau(x)$, определяемое по отношению к произвольно выбранному нулю отсчета, можно считать постоянным, n — число элементов антенны, ψ — угол между нормалью к плоскости антенны и направлением на источник сигнала.

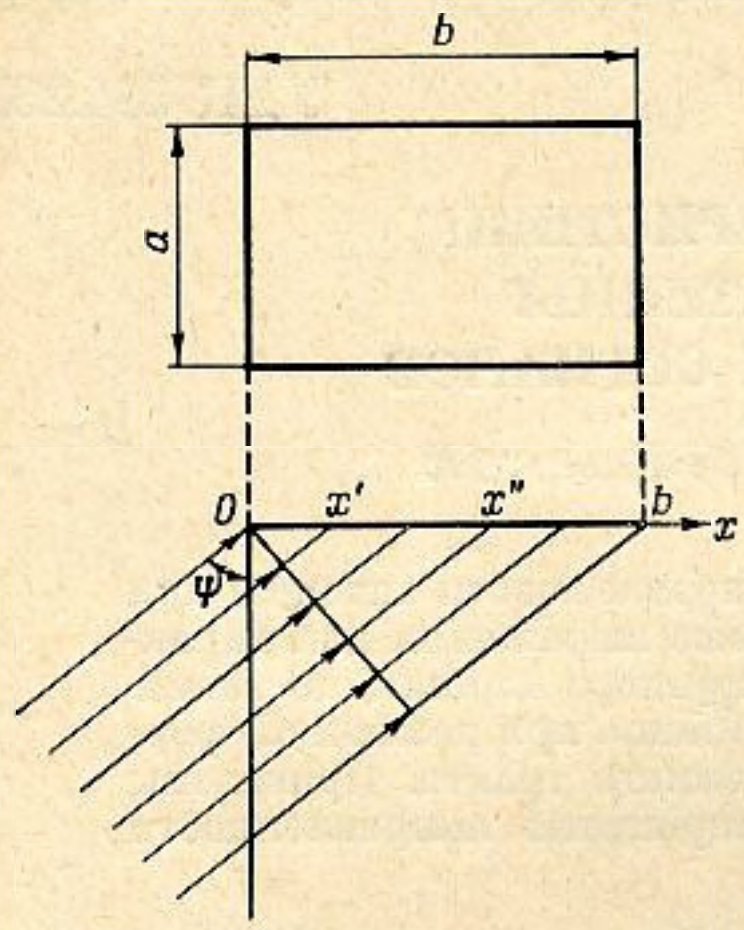
Из выражения (1) следует, что характеристика направленности антенны зависит от ее геометрической конфигурации, амплитудно-частотной характеристики гидроакустического преобразователя или всего приемного тракта и функции корреляции или энергетического спектра случайного сигнала. Применим выражение (1) для нахождения характеристики направленности антенн простейшей формы.

В случае одноэлементной антенны ($n=k=l=1$) путем замены переменных $x'=c\tau'/\sin\psi$, $x''=c\tau''/\sin\psi$ (здесь c скорость звука)

выражение (1) можно привести к виду с явной зависимостью от ψ:

$$M(\psi) = \frac{c}{A_1 \sin\psi} \quad \frac{1}{B_y(0)} \int_{\tau_1}^{\tau_2}\int_{\tau_1}^{\tau_2} B_y(\tau'' - \tau') s\left(\frac{c\tau'}{\sin\psi}\right) s\left(\frac{c\tau''}{\sin\psi}\right) d\tau' \, d\tau''. \tag{2}$$

Для прямоугольного поршня (см. фиг. 1) $s(c\tau' / \sin\psi) = s(c\tau'' / \sin\psi) = a$, а область интегрирования в (2) представляет собой квадрат со стороной длиной τ_0 (фиг. 2, *а*). Разбивая область интегрирования на две вдоль диагонали квадрата и вводя переменные $\tau = \tau'' - \tau'$, τ'' для области над диагональю и $\tau = \tau' - \tau''$, τ' для области над диагональю (фиг. 2, *б*), после несложных преобразований получаем

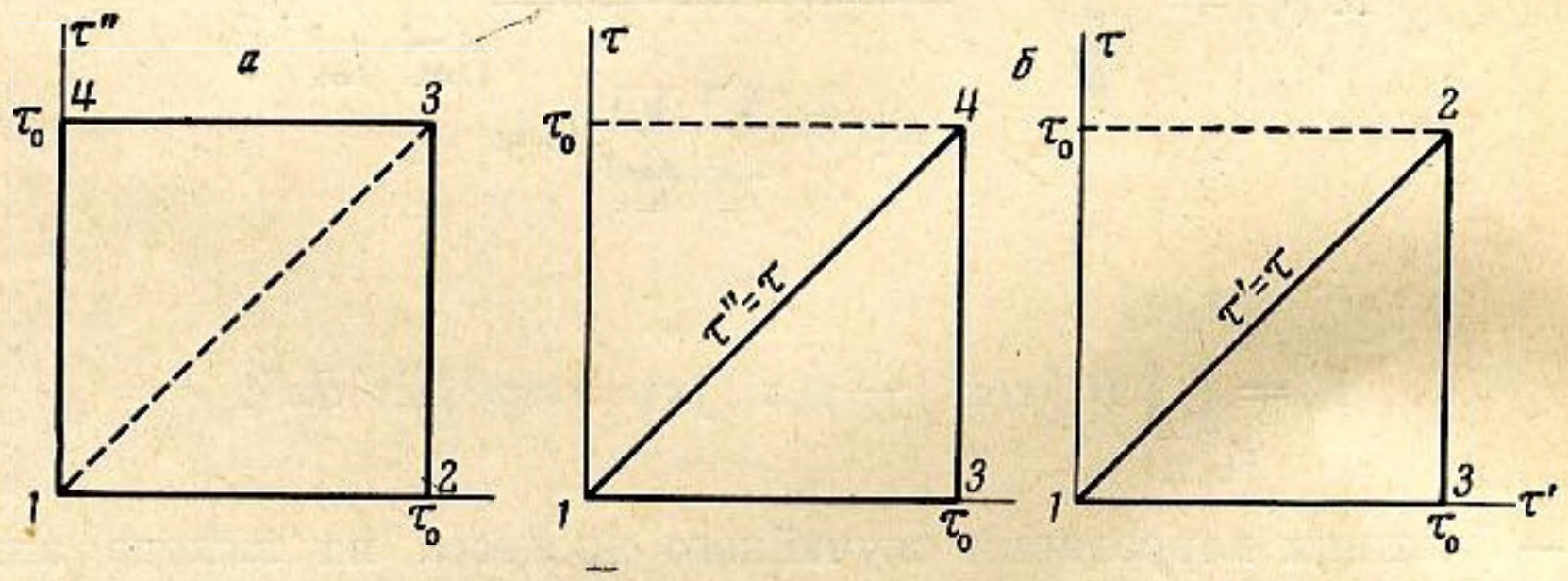


Фиг. 1

$$M(\psi) = \sqrt{\frac{2}{B_y(0)} \int_0^1 (1 - x) B_y(\tau_0 x)\, dx}. \tag{3}$$

Получим расчетные формулы для случая, когда приемная система имеет либо гауссову, либо прямоугольную форму амплитудно-частотной характеристики. Хотя такие характеристики не могут быть реализованы практически, ввиду простоты аналитической записи они часто применяются для аппроксимации характеристики реальных систем [2].

Уравнение амплитудно-частотной характеристики гауссовой формы имеет вид $c(\omega) = \exp\left[-\frac{k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta_1^2}\right]$, где $\Delta_1 = 2\pi F$, F — ширина полосы пропускания приемного фильтра на уровне $1/\sqrt{2}$; $k = 2\ln 2 = 1{,}3862$.



Фиг. 2

Пусть случайный сигнал на входе представляет собой профильтрованный белый шум с энергетическим спектром вида:

$$F_u(\omega) = 2N_0 \exp\left[-\frac{2k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta_2^2}\right].$$

Тогда спектр сигнала на выходе фильтра с гауссовой характеристикой имеет вид

$$F_y(\omega) = 2N_0 \exp\left[-\frac{2k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta^2}\right], \tag{4}$$

где $\frac{1}{\Delta^2} = \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{1}{\Delta_2^2}$ Математическая запись спектра выходного сигнала

не изменится, если считать, что фильтр имеет полосу Δ, а входной сигнал представляет собой белый шум; это и предполагается в дальнейшем.

Для корреляционной функции белого шума на выходе фильтра с гауссовой характеристикой, мы имеем, по теореме Винера — Хинчина, следующее выражение [3]:

$$B_y(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty 2N_0\exp\left[-\frac{2k(\omega-\omega_0)^2}{\Delta^2}\right]\cos\omega\tau\,d\omega=$$

$$=\frac{\Delta N_0}{\pi\sqrt{2k}}\left[\sqrt{\pi}\exp\left(-\frac{\lambda^2}{4}\right)\cos\lambda p_0-\int_{-\infty}^{-p_0}\exp(-p^2)\cos(\lambda p+\lambda p_0)\,dp\right]. \quad (5)$$

Здесь $p_0=\frac{\omega_0}{\Delta}\sqrt{2k}$, $\lambda=\frac{\Delta\tau}{\sqrt{2k}}$. Нетрудно показать, что относительная погрешность при пренебрежении вторым членом в выражении (5) не превосходит заданной величины α при соблюдении неравенства:

$$\lambda\leqslant 2p_0\sqrt{\ln\frac{1-(1-\alpha)^2}{1-\operatorname{erf}p_0}}.$$

При $p_0=3\left(\frac{\Delta}{\omega_0}=0{,}555\right)$ относительная погрешность не превышает 0,01 вплоть до значений $\lambda_0=5{,}26$. При больших значениях λ относительная погрешность возрастает, однако абсолютная величина второго члена в выражении (5) становится пренебрежимо малой. Таким образом, корреляционная функция белого шума на выходе фильтра с гауссовой формой характеристики даже при весьма широкой полосе пропускания $\left(\frac{\Delta}{\omega_0}\approx\approx 0{,}5\div 0{,}6\right)$ может быть написана в виде

$$B_y(\tau)=\frac{N_0\Delta}{\sqrt{2k\pi}}\exp\left(-\frac{\Delta^2\tau^2}{8k}\right)\cos\omega_0\tau. \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в формулу (3) и учитывая, что $B_y(0)=$ $=N_0\Delta/\sqrt{2k\pi}$, мы получим формулу для расчета характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны с гауссовой формой амплитудно-частотной характеристики при приеме случайного сигнала с равномерным энергетическим спектром:

$$M(\psi)=\sqrt{2\int_0^1(1-x)\exp\left(-\frac{\Delta^2\tau_0^2x^2}{8k}\right)\cos(\omega_0\tau_0x)\,dx}. \quad (7)$$

Для определения характеристики направленности антенны с прямоугольной формой характеристики преобразователя воспользуемся известным выражением для функции корреляции белого шума на выходе фильтра с прямоугольной характеристикой [2]

$$B_y(\tau)=\frac{2N_0}{\pi\tau}\sin\frac{\tau\Delta}{2}\cos\omega_0\tau. \quad (8)$$

Здесь $\omega_0=2\pi f_0$, f_0 — центральная частота полосы пропускания, $\Delta=2\pi F$, F — ширина полосы пропускания. Подставляя выражение (8) в формулу (3) и учитывая, что $B_y(0)=N_0\Delta/\pi$, после несложных преобразований мы получим формулу для расчета характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны с прямоугольной формой характеристики

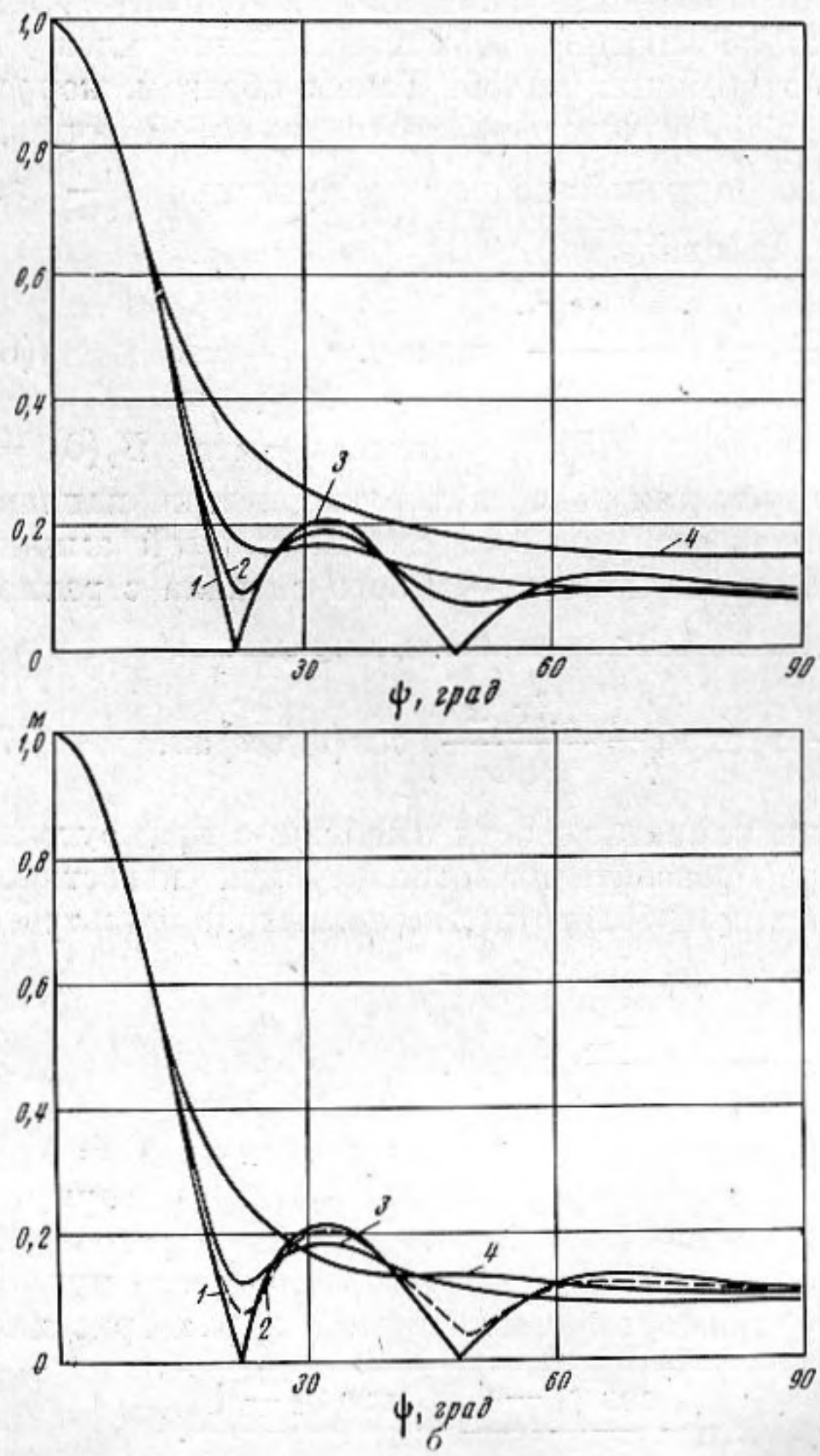
$$M(\psi)=\sqrt{\frac{2}{\Delta\tau_0}\left[\operatorname{si}\varphi_1-\operatorname{si}\varphi_2+\frac{\cos\varphi_1-1}{\varphi_1}-\frac{\cos\varphi_2-1}{\varphi_2}\right.}. \quad (9)$$

Здесь $\mathrm{si}\,\varphi$ — интегральный синус; $\varphi_1 = \tau_0(\omega_0 + \Delta/2)$; $\varphi_2 = \tau_0(\omega_0 - \Delta/2)$. Выражение для расчета характеристики направленности круглой поршневой антенны получим из формулы (1), положив $n = k = l = 1$ и $s(x) = 2\sqrt{R^2 - x^2}$:

$$M(\psi) = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{1}{B_y(0)}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} B_y(\tau_0 z'' - \tau_0 z')\sqrt{(1 - z'^2)(1 - z''^2)}\,dz'\,dz''}. \tag{10}$$

Здесь $\tau_0 = R\sin\psi/c$, R — радиус круга, $\frac{B_y(\tau_0 z'' - \tau_0 z')}{B_y(0)} = \exp \times \left[-\frac{\Delta^2\tau_0^2(z'' - z')^2}{8k}\right]\cos\omega_0\tau_0(z'' - z')$ — при гауссовой форме характеристики $\frac{B_y(\tau_0 z'' - \tau_0 z')}{B_y(0)} = \frac{2}{\Delta\tau_0(z'' - z')}\sin\frac{\tau_0\Delta(z'' - z')}{2}\cos\omega_0\tau_0(z'' - z')$ — при прямоугольной форме амплитудно-частотной характеристики.

Из анализа выражений (7), (9) и (10) следует, что характеристика направленности одноэлементной антенны при заданной форме амплитудно-частотной характеристики и приеме случайного сигнала с равномерным энергетическим спектром в полосе пропускания приемной системы зависит от двух безразмерных параметров $g_1 = f_0 L/c$ и $g_2 = FL/c$, где L — характерный размер антенны ($L = b$ для прямоугольного поршня и $L = R$ для круглого поршня).

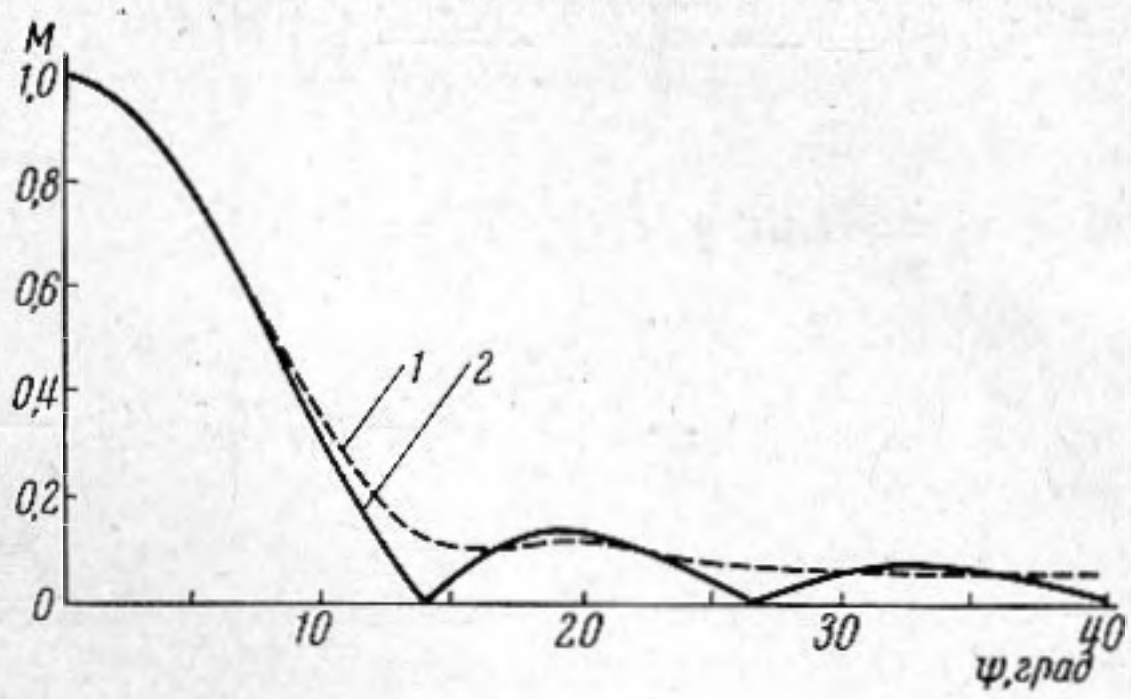


Фиг. 3

Для исследования влияния формы амплитудно-частотной характеристики и ширины полосы пропускания на форму характеристики направленности по формулам (7), (9) и (10) были произведены расчеты при различных значениях параметров g_1 и g_2. Расчеты производились на ВМ «Урал-2» и «Проминь», с шагом в один градус. Для вычисления интегрального синуса использовались таблицы из работы [4] с применением линейной и квадратичной интерполяции. Некоторые из результатов расчетов представлены в виде графиков на фиг. 3, *а* (прямоугольный поршень, гауссова форма характеристики), 3, *б* (прямоугольный поршень, прямоугольная форма характеристики) и на фиг. 4 (круглый поршень, гауссова форма характеристики). Графики фиг. 3 рассчитаны при $g_1 = 2{,}66$ и $g_2 = 0$ для кривых *1*, $g_2 = 0{,}6$ для

прямых 2, $g_2 = 1{,}2$ для кривых 3 и $g_2 = 2{,}4$ для кривых 4, графики фиг. 4 — при $g_1 = 2{,}5$ и $g_2 = 0$ (кривая 1), $g_2 = 0{,}8$ (кривая 2).

Из результатов анализа и расчетов следует, что форма основного лепестка характеристики направленности выше уровня 0,5—0,6 практически не зависит от формы амплитудно-частотной характеристики и значения параметра g_2 и почти полностью определяется значением параметра g_1. При $g_2 \leqslant (0{,}1—0{,}15)\, g_1$ характеристика направленности при приеме случайных сигналов почти полностью совпадает с характеристикой направленности при приеме монохроматических сигналов. С увеличением значения параметра g_2 характеристика направленности «сглаживается»: исчезают нули характеристики, уменьшается величина побочных максимумов.



Фиг. 4

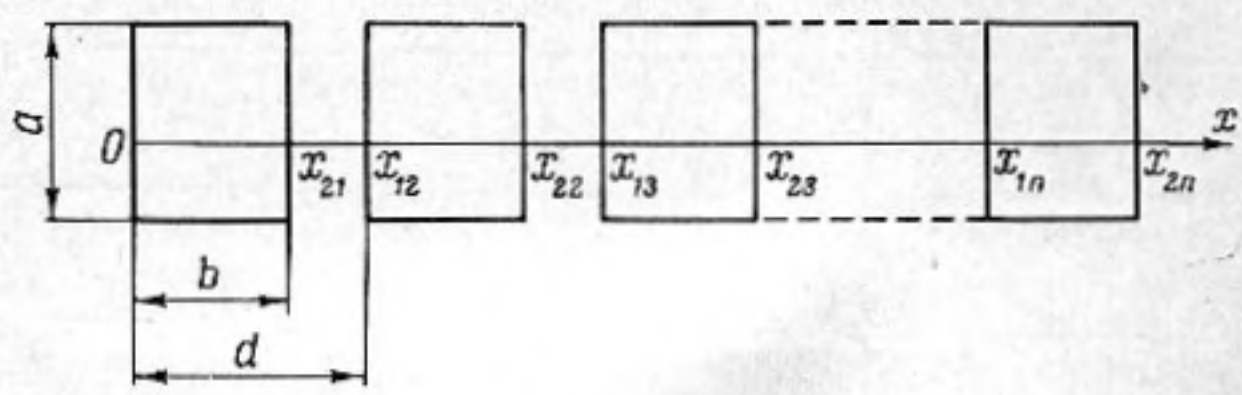
Для линейной базы из n приемников прямоугольной формы (см. фиг. 5):

$$s(x') = s(x'') = a \quad \text{при} \quad x_{1k} \leqslant x' \leqslant x_{2k}; \quad x_{1l} \leqslant x'' \leqslant x_{2l},$$
$$A_k = A_l = ab.$$

Переходя к новым переменным $\tau' = x' \sin\psi / c$ и $\tau'' = x'' \sin\psi / c$ из формулы (1) получим

$$M(\psi) = \frac{1}{n\tau_0} \sqrt{\frac{1}{B_y(0)} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1l}}^{\tau_{2l}} \bar{B}_y(\tau'' - \tau')\, d\tau'\, d\tau''},$$

где $\tau_0 = b \sin\psi / c$; $\tau_{1k} = x_{1k} \sin\psi / c$; $\tau_{2k} = x_{2k} \sin\psi / c$. Преобразуя область интегрирования подобно тому, как это было сделано для прямоугольного поршня и заменяя суммирование по индексам k и l суммированием



Фиг. 5

по индексу $m = k - l$, получим окончательное выражение для характеристики направленности линейной группы из n приемников прямоугольной формы;

$$M(\psi) = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2}{B_y(0)} \left\{ n \int_0^1 (1 - x) B_y(x)\, dx + \sum_{m=1}^{n} (n - m)\, (I_{1m} + I_{2m}) \right.}, \tag{11}$$

где
$$I_{1m} = \int_{-1}^{0} (1 + x) B_y(\tau_0 x + m T_1)\, dx;$$

$$I_{2m} = \int_0^1 (1 - x) B_y(\tau_0 x + m T_1)\, dx; \quad T_1 = d \sin\psi / c.$$

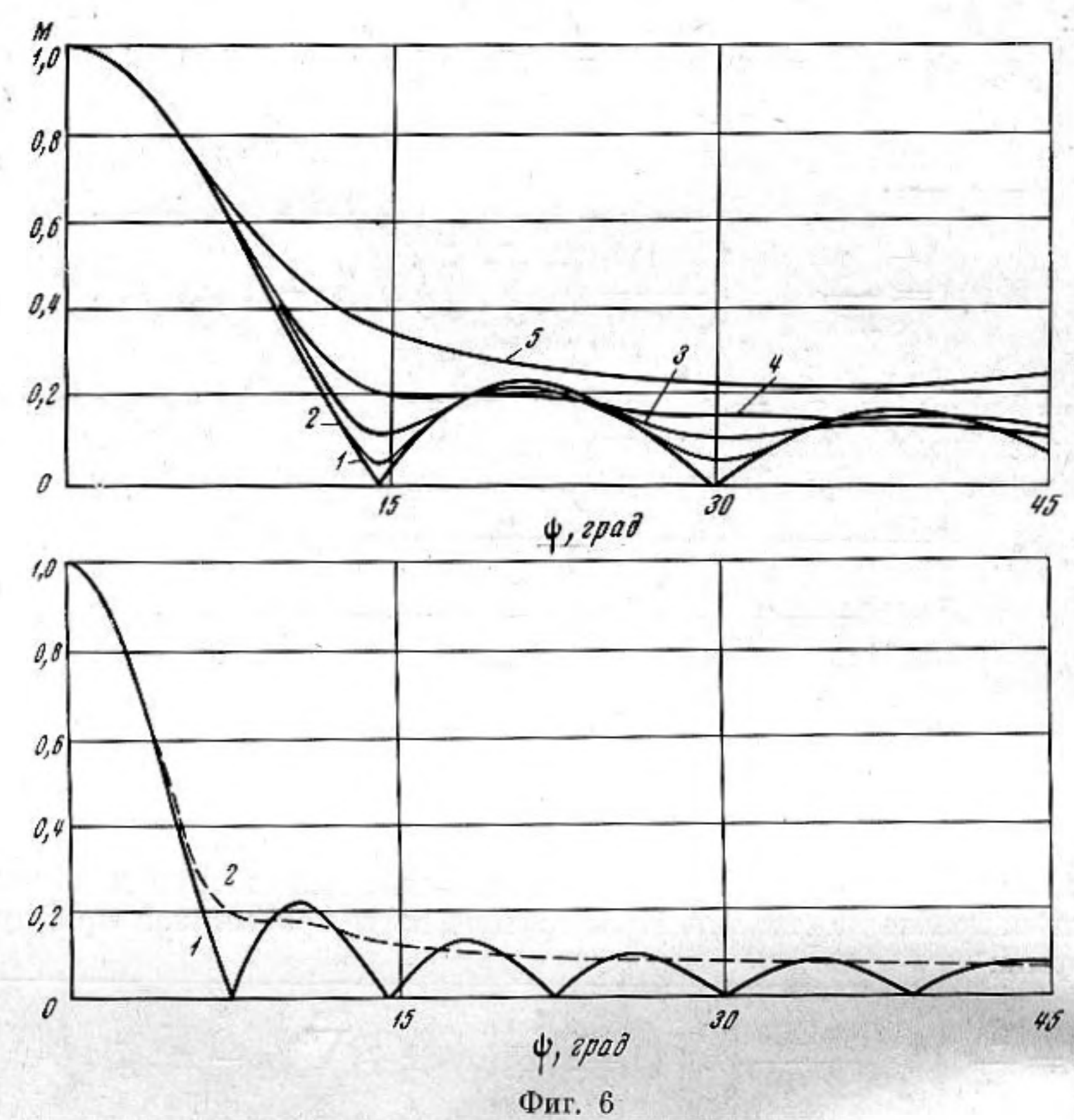
Аналогичное выражение для линейной группы из n приемников круглой формы имеет вид

$$M(\psi)=\frac{2}{n\pi}\sqrt{\frac{1}{B_y(0)}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\Gamma(n,\tau_0T_1)\sqrt{(1-x_1^2)(1-x_2^2)}\,dx_1\,dx_2}, \quad (12)$$

где $\tau_0=R\sin\psi/c$, $T_1=d\sin\psi/c$, $\Gamma(n,\tau_0,T_1)=nB_y[\tau_0(x_1-x_2)]+$

$$+2\sum_{m=1}^{n}(n-m)B_y[\tau_0(x_1-x_2)+mT_1],$$

R — радиус поршня, d — расстояние между центрами поршней. Выражение (11) было рассчитано на ВМ «Урал-2» для линейной базы из 5 приемников (фиг. 6, *а*) и из 10 приемников (фиг. 6, *б*) при $b=4$ *см*, $d=6$ *см* в предположении, что функция корреляции процесса на выходе приемной системы определяется формулой (6). Расчеты были произведены при $f_0=20$ *кгц* и различных значениях ширины полосы пропускания:

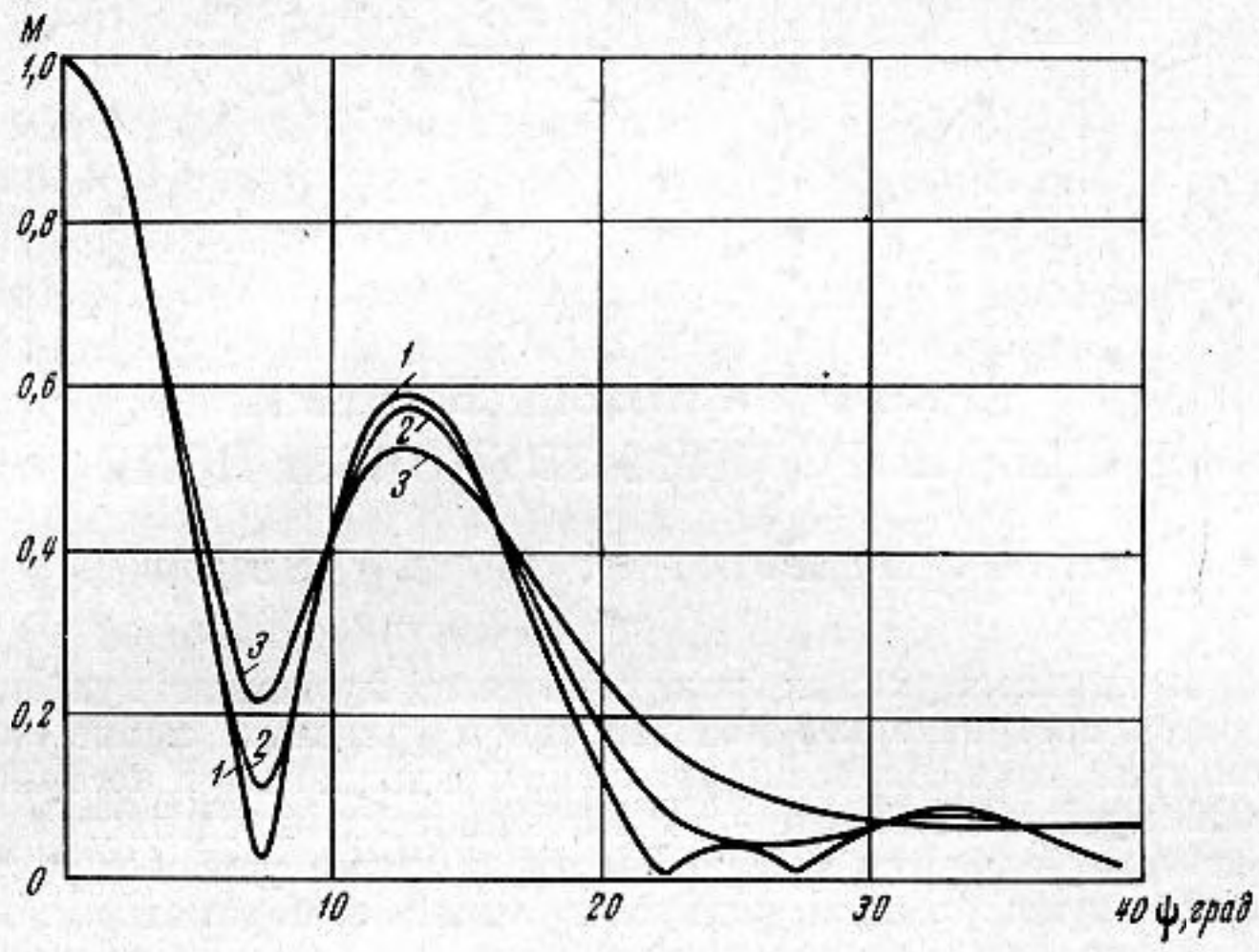


Фиг. 6

$F=0$ кривые *1* на фиг. 6, *а* и 6, *б*, $F=2{,}0$ *кгц* — кривая *2* на фиг. 6, *а*, $F=4{,}5$ *кгц* — кривая *3* на фиг. 6, *а*, $F=9{,}0$ — кривая *4* на фиг. 6, *а* и кривая *2* на фиг. 6, *б*, $F=18{,}0$ *кгц* — кривая *5* на фиг. 6, *а*. Выражение (12) было просчитано для антенны из двух круглых поршней с гауссовой формой амплитудно-частотной характеристики преобразователя. На фиг. 7 приведены графики характеристики направленности, рассчитанные при

следующих исходных данных: $R = 10$ *см*, $d = 30$ *см*, $f_0 = 20$ *кгц* и $F = 1$ *кгц* (кривая *1*), $F = 4$ *кгц* (кривая *2*), $F = 8$ *кгц* (кривая *3*).

Результаты расчетов показывают, что как и в случае одноэлементной антенны, при малых значениях угла ψ функция $M(\psi)$ не зависит от



Фиг. 7

ширины полосы пропускания. В частности, ширина основного лепестка диаграммы направленности, отсчитываемая на уровне $1/\sqrt{2}$, не изменяется с расширением полосы пропускания от $F = 0$ до $F \approx f_0$.

С увеличением ширины пропускания характеристика направленности линейной группы, так же как и характеристика направленности одиночного поршневого приемника, «сглаживается»: исчезают нули характеристики, уменьшается величина побочных максимумов.

В заключение авторы выражают благодарность З. Н. Евсеевой за участие в проведении расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Абрамов, А. А. Подольский, К вопросу о пространственной избирательности антенны гидролокатора при широкополосном приеме. Сб. «Ультразвуковые устройства обработки сигналов». Тр. ЛИАП, Л., 1969, 64, 141—147.
2. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. М., «Сов. радио», 1966.
3. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, ч. I. М., Изд-во «Сов. радио», 1966.
4. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. М., «Наука», 1964.

Куйбышевский авиационный институт
им. акад. С. П. Королева

Поступила в редакцию
17 марта 1969 г.