

УДК 534.13

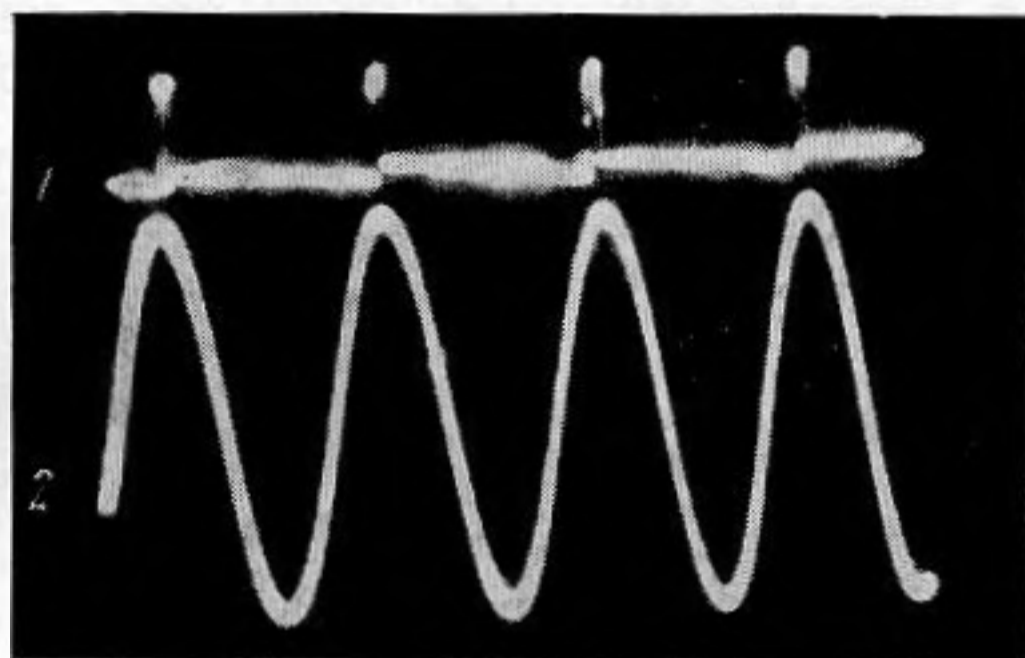
О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ШАРА С КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПЛОСКОСТЬЮ

М. Е. Архангельский, В. Г. Пимштейн

Экспериментально исследован классический случай периодического соударения стального шара с латунной плоскостью. Дано теоретическое объяснение полученным результатам.

Периодическое соударение твердых тел используется в различных вибрационных [1] и ультразвуковых [2—3] устройствах, предназначенных для технических целей. При сложном ударном взаимодействии тел возможно возникновение как поступательного, так и вращательного их движения [4].

Нами рассмотрен и экспериментально исследован классический случай прерывистого соударения стального шара с гармонически колеблющейся поверхностью. В качестве источника колебаний частоты $50 \div 200$ гц использовался электродинамический вибратор с латунным поршнем, питаемый от генератора ЗГ-12. Стальной шарик диаметром 1,8 см благодаря наличию направляющих, мог свободно двигаться только в вертикальном направлении. Регистрация моментов и длительности соударения осуществлялась электрическим путем: шар и поршень вибратора соединялись цепью, так что соприкосновение тел вызывало появление импульса, длительность которого τ соответствовала времени соударения. Амплитуда колебаний поршня (колеблющейся плоскости) измерялась с помощью микроскопа.



Фиг. 1

Если на плоской поверхности, движущейся по закону $x = A \cdot \sin \omega t$, лежит шар, то при некоторых значениях амплитуды A и круговой частоты ω он может оторваться от плоскости. Условие отрыва Андреева [5] имеет вид:

$$\omega^2 A \cdot \sin \omega t = g, \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, T и f — период и частота. Физически это условие

означает отсутствие реакции со стороны плоскости, т. е. в момент отрыва ускорение плоскости совпадает по величине и направлению с ускорением свободного падения g .

Очевидно, что впервые условие отрыва выполняется, когда $\sin \omega t = 1$, т. е. при

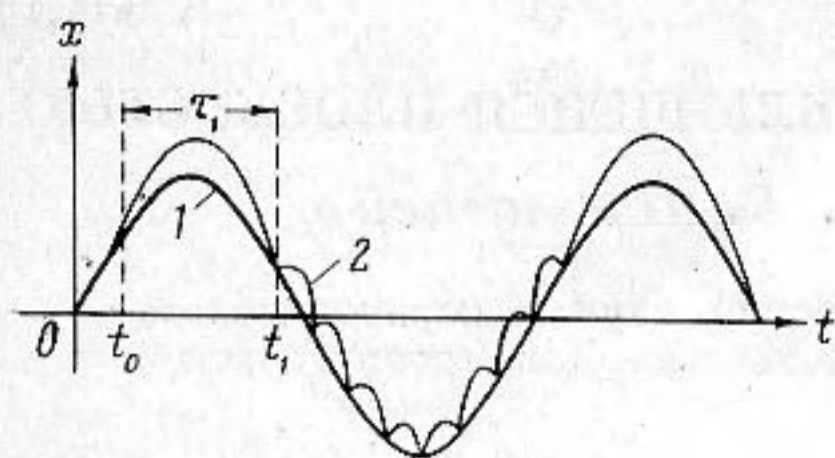
$$\omega^2 A = g, \quad (2)$$

что можно видеть на фиг. 1 (кривая 1; кривая 2 показывает движение поршня). Экспериментально не удалось получить точного выполнения

условия (2), хотя разброс относительно теоретической величины наблюдался как в меньшую, так и в большую стороны и не превышал 20%.

Наблюдаемые отклонения от условия отрыва (2), по-видимому, связаны с несовершенством электрического контакта между шаром и поршнем, когда действующее между ними усилие близко к нулю, что безусловно имеет место в момент отрыва при $\sin \omega t = 1$.

В условиях отрыва (2) шару не сообщается какой-либо начальной скорости. Если увеличивать амплитуду A , то отрыв произойдет раньше,



Фиг. 2

в некоторый момент t_0 (фиг. 2), когда шар будет иметь некоторую начальную скорость удаления v_n . В конце свободного пролета длительностью τ шар упадет на поршень с конечной скоростью v_k . Тогда

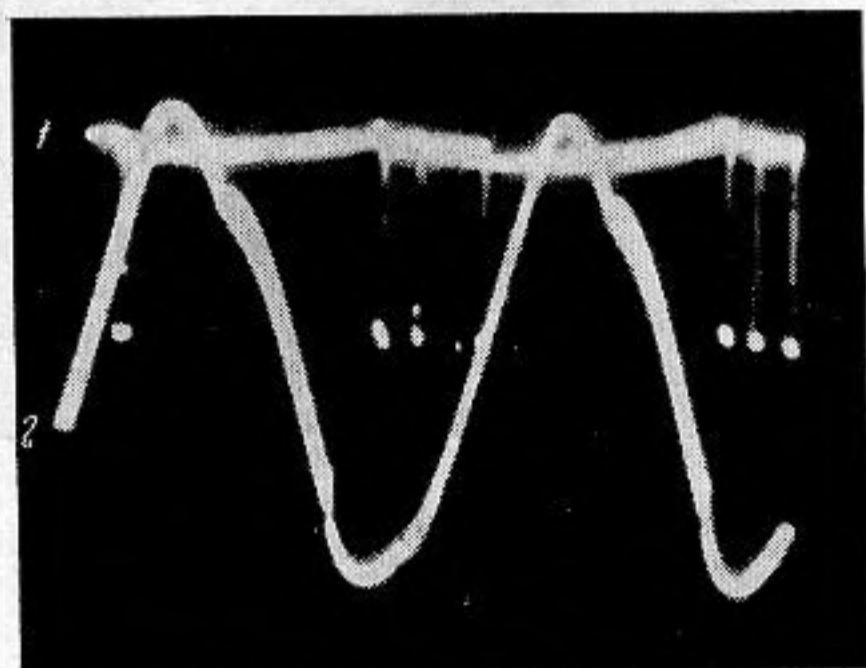
$$v_n - v_k = g\tau, \quad (3)$$

где $v_k = -\sqrt{v_n^2 + 2gA[\sin \omega t_0 - \sin \omega(t_0 + \tau)]}$.

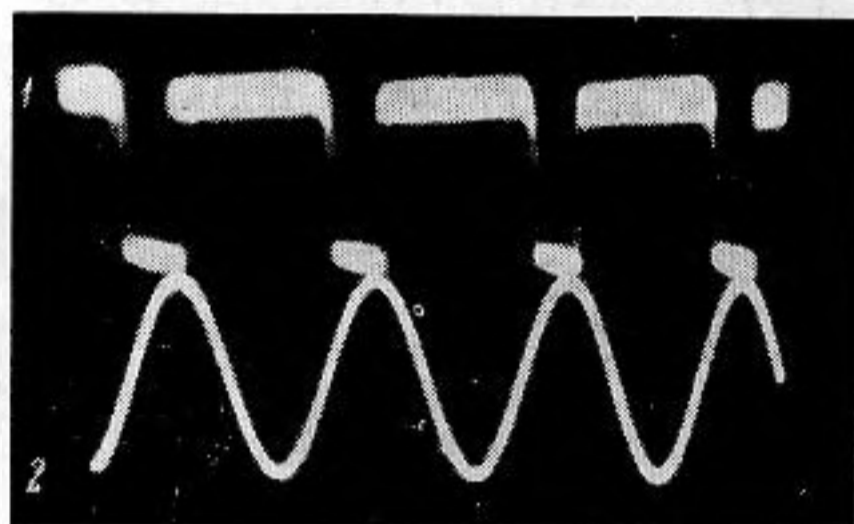
Далее, во второй, третьей или четвертой четверти периода из-за усилия, возникающего между шаром и плоскостью (ускорение последней меньше, чем ускорение шара), он начнет подскакивать на поршне. Если считать, что за время удара плоскость не изменила заметно своей скорости, то можно написать [1] соотношение

$$v_n - V = -k(v_k - V), \quad (4)$$

в предположении, что масса шара мала по сравнению с массой поршня. В равенстве (4) $V = \omega A \cdot \cos \omega t$ — колебательная скорость поршня, k — коэффициент восстановления.



Фиг. 3



Фиг. 4

Таким образом, имея равенство (3), описывающее движение шара между соударениями, и соотношение (4) для моментов соударения шара и поршня, можно получить рекуррентное соотношение для некоторой скорости удаления v_n шара, выразив ее через начальную скорость удаления шара v_0 в момент отрыва t_0 :

$$v_n = \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m [(1+k)k^m V_{n-m} + k^{n-m} \cdot g \cdot \tau_{m+1}] + (-k)^n \cdot v_0, \quad (5)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ — число соударений, $V_{n-m} = \omega A \cos \omega t_{n-m}$.

В случае периодического процесса, когда при некоторых значениях амплитуды A возникает стационарная картина на экране осциллографа

(фиг. 3, 1), должны быть наложены условия: $v_n = v_0$ и $\sum_{p=1}^n \tau_p = T$,

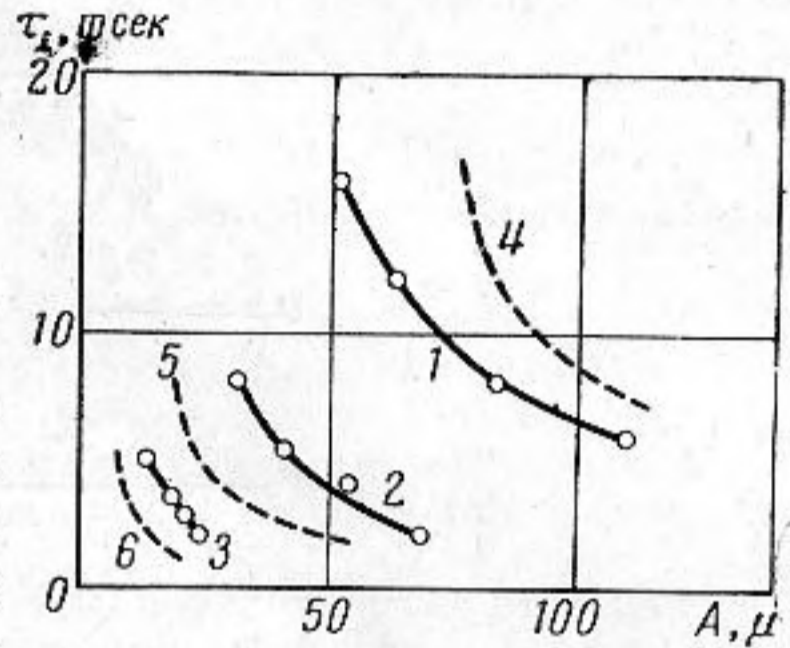
где τ_p — длительность пролета шара между подскоками. Тогда из формул

(3) и (5) следует:

$$\frac{[1 - (-k)^n]}{2 \cdot \tau_n} \{g\tau_n^2 - 2 \cdot A [\sin \omega(t_0 - \tau_n) - \sin \omega t_0]\} =$$

$$= - \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m [(1+k) \cdot k^m \cdot V_{n-m} + k^{n-m} \cdot g \cdot \tau_{m+1}]. \quad (6)$$

На фиг. 3 приведена осциллограмма 1 рассматриваемого процесса (кривая 2, как и раньше, отображает движение поршня) на частоте 50 гц при амплитуде $A = 1,65 \cdot 10^{-2}$ см, где имеет место четыре подскока шара ($n = 4$). Из осциллограммы найдены моменты отрыва и соударений и длительности пролетов: $t_0 = 0,5$ мсек, $t_1 = 15,3$ мсек, $t = 17,1$ мсек, $t_3 = 19,3$ мсек, $t_4 = 20,5$ мсек, $t_0 = 0,5$ мсек, $t_1 = 15,3$ мсек, $t = 14,8$ мсек. Путем наблюдения свободно подсакивания шара на неподвижном поршне было найдено значение коэффициента восстановления, равное $K = 0,86$. При таких параметрах равенство (6) удовлетворяется при $\tau_i = 1,5$ мсек. На фиг. 3 время пролета $\tau_i = 1,2$ мсек, т. е. наблюдается хорошее совпадение расчетной и экспериментальной величин.



Фиг. 5

При дальнейшем увеличении амплитуды A до некоторого значения A_c число подскоков шара на плоскости уменьшается, так что при $\tau_n = T$ возможен отрыв шара через период. Фаза отрыва, по-видимому, должна отвечать моменту $t_0 = 0$. Используя равенство (6) при $n = 1$, получим для возникновения отрыва через период условие:

$$A_c \cdot \omega^2 = g \cdot \pi \cdot \frac{(1-k)}{(1+k)}, \quad (7)$$

которое отличается от условия (2) множителем $\pi \frac{1-k}{1+k}$.

Однако реализовать экспериментально такую картину не удастся, так как с приближением амплитуды A к A_c происходит всегда изменение фазы скачком от $t_0 = 0$ до $t_0 = T/4$ и возникает не отрыв, а стабильные удары через период (фиг. 4, кривая 1).

При $t_0 = T/4$ режим стабильных ударов становится устойчивым. Действительно, с уменьшением амплитуды A устойчивость стабильного удара препятствует переходу фазы взаимодействия от $T/4$ к нулю, но наблюдается увеличение длительности соударения τ_i шара с поршнем.

Связь между продолжительностью механического контакта τ_i и параметрами соприкасающихся тел может быть найдена из условия, что скорость шара v_m до соударения равна скорости шара после удара, то есть

$$v_m = v_m \cdot k + v_n - v_n, \quad (8)$$

где v_n — средняя скорость движения поршня за время удара, v_n — средняя скорость центра масс шара во время удара. Таким образом, стабильный удар представляет собой как бы модель «абсолютно упругого» соударения.

Если принять, что середина длительности τ_i импульса совпадает с положением поршня при $t = T/4$, то средняя скорость v_n в интервале от $T/4 - \tau_i/2$ до $T/4$ будет:

$$v_n = \frac{2\omega A}{\tau_i} \int_{T/4 - \tau_i/2}^{T/4} \cos \omega t dt = \frac{2A}{\tau_i} \left(1 - \cos \frac{\omega \tau_i}{2}\right). \quad (9)$$

Средняя скорость центра масс шара $v_{ц}$ равна

$$v_{ц} = \frac{2\xi_e}{\tau_i}, \quad (10)$$

где ξ_e — смещение центра массы шара в результате местного смятия, равное [6]

$$\xi_e = \sqrt[3]{\frac{9p^2(\theta_1 + \theta_2)^2}{256 \cdot R}}, \quad (11)$$

где $p = m_{ш} \cdot g$, R — радиус шара, $m_{ш}$ — масса шара,

$$\theta_1 = \frac{4(1 - \sigma_{ш}^2)}{E_{ш}}, \quad \theta_2 = \frac{4(1 - \sigma_{п}^2)}{E_{п}},$$

$E_{ш}$, $E_{п}$, $\sigma_{ш}$, $\sigma_{п}$ — модули Юнга и коэффициенты Пуассона шара и плоско-

сти. Учитывая, что $v_{ш} = \frac{\partial T}{2}$ из (8), (9) и (10), получим окончательно

$$A = \frac{\tau_i}{2 \left(1 - \cos \frac{\omega \tau_i}{2}\right)} \left[\frac{gT(1-k)}{2} + \frac{2\xi_e}{\tau_i} \right]. \quad (12)$$

На фиг. 5 представлены зависимости длительности взаимодействия τ_i от амплитуды колебания A поршня для трех частот: 50, 100 и 150 гц (соответственно кривые 1, 2 и 3). Для наблюдаемой области изменения времени соударения $\tau_i = 2 \div 16$ мсек, при учете формулы (11), вторым слагаемым в формуле (12) можно пренебречь, что справедливо для $\tau_i > \tau_g$, где τ_g — время соударения Герца [7], то есть в диапазоне низкочастотных колебаний поршня. Тогда с помощью равенства (12) для тех же частот 50, 100 и 150 гц могут быть построены расчетные кривые 4, 5 и 6 (фиг. 5) соответственно. Как видно, наблюдается удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных кривых. С возрастанием амплитуды колебаний и частоты происходит сокращение времени соударения τ_i . При некоторых частотах колебаний поршня, когда период T становится меньше времени герцевского взаимодействия τ_g , первое слагаемое в равенстве (12) делается значительно меньше второго и поэтому длительность соударения τ_i должна определяться [8] формой и упругими свойствами взаимодействующих тел, как это следует из равенства (11).

Экспериментальная часть настоящей работы выполнена в Акустическом институте АН СССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе. Вибрационное перемещение. М., «Наука», 1964 г.
2. I. E. Sandford. Grinding takes on superalloys with new ultrasonic assist. Iron age. 1963, 191, 17, 121—123.
3. А. П. Панов, Ю. Ф. Пискунов. Влияние ультразвуковых колебаний на процесс волочения. Реф. сб. Ультразвуковая техника, 1966, 3, 42—45.
4. М. Е. Архангельский. О превращении ультразвуковых колебаний поверхности во вращательное и поступательное движение тела. Акуст. ж., 1963, 9, 3, 275—278.
5. Н. Н. Андреев. Технический амплитудомер. Ж. пр. физ., 1925, 2, 3—4, 205—212.
6. А. М. Динник. Удар и сжатие упругих тел. Киев, 1909 г.
7. Н. А. Кильчевский. Теория соударения твердых тел. Л.—М., ОГИЗ, 1949 г.
8. М. Е. Архангельский. Уменьшение сухого динамического трения посредством ультразвуковых колебаний. Механ. тв. тела, 1969, 2, 43—45.

Гос. центральная художественная
научно-реставрационная мастерская,
Москва

Поступила в редакцию
11 апреля 1968 г.