

УДК 534.29

**ВЛИЯНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА ПОВЕДЕНИЕ
ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ***Л. Г. Ткачев, В. Д. Шестаков*

Теоретически исследована динамика парового пузырька в жидком водороде, находящемся в ультразвуковом поле. Показано, что пузырек радиуса 10^{-5} см растет под действием ультразвука, достигая некоторого асимптотического значения. Получены зависимости асимптотического значения радиуса от термодинамических и акустических параметров.

В настоящее время в ЦЕРНе [1—4] и Объединенном институте ядерных исследований [5] ведутся экспериментальные исследования с целью создания ультразвуковой пузырьковой камеры. Изучается поведение в ультразвуковом поле следующих жидкостей: водорода, гелия и неон-водородной смеси. Преимущества ультразвуковой пузырьковой камеры по сравнению с обычными камерами связывают с возможностью увеличения скорости действия и получения управляемого режима.

Законченной теории изучаемых явлений до сих пор не создано, несмотря на многочисленные исследования [6]. В данной работе в рамках квазиравновесного приближения рассмотрена динамика парового пузырька в жидкости, находящейся в ультразвуковом поле. Получены решения, описывающие поведение пузырька при различных значениях термодинамических и акустических параметров.

Прежде всего дадим качественную картину поведения одиночного парового пузырька в жидкости. Если амплитуда ультразвукового поля P_1 равна нулю, статическое давление P_0 больше давления насыщенных паров P_s при данной температуре жидкости T_∞ , то пузырек захлопывается. При этом температура пара T' больше T_∞ . Скорость захлопывания определяется теплопроводностью жидкости. Этот процесс, который будем называть статической тепловой диффузией, подробно исследован в работах [7—11].

Если $P_1 > 0$, то изменяющееся давление вызывает пульсации пузырька, сопровождающиеся конденсацией и испарением на его поверхности. В фазе понижения звукового давления паровой пузырек растет и происходит испарение жидкости, в фазе повышения давления пузырек уменьшается и происходит конденсация пара на его поверхности. Изменение массы пара в пузырьке в каждый момент времени определяется площадью поверхности пузырька и градиентом температуры в сферическом слое жидкости, прилегающем к пузырьку. Так как толщина этого слоя увеличивается при уменьшении пузырька и уменьшается при его росте, то испарение жидкости в пузырек происходит с большей поверхности при большем градиенте температуры, а конденсация пара происходит на меньшей поверхности при меньшем градиенте температуры. Таким образом, за каждый период ультразвукового поля испаряется жидкости больше, чем конденсируется пара, и среднее значение массы пара в пузырьке и его средний размер увеличиваются. Это явление мы назовем выпрямленной тепловой диффузией по аналогии с выпрямленной газовой диффузией, исследованной в работе [12].

По мере роста среднего радиуса пузырька эффект выпрямленной диффузии, обусловленный кривизной поверхности раздела фаз, уменьшается и при $P_0 > P_s$ уравнивается эффектом статической диффузии. Наступает состояние динамического равновесия, при котором средний радиус пульсирующего пузырька достигает некоторого асимптотического значения.

Прежде чем сформулировать исходную систему уравнений, сделаем следующие предположения (смотри Приложение). Ограничимся рассмотрением сферически симметричного случая. При этом граничные условия, задаваемые на поверхности пузырька и на бесконечном удалении от него, и начальные условия предполагаются сферически симметричными относительно центра пузырька. Подобное рассмотрение допустимо, если в любой момент времени радиус пузырька значительно меньше длины ультразвуковой волны, как в жидкой, так и в паровой фазе. В этом случае ультразвуковое поле можно трактовать как зависящее от времени внешнее давление P_∞ . В последующем мы ограничимся исследованием синусоидальных ультразвуковых полей, когда $P_\infty = P_0 - P_1 \sin(2\pi ft)$, где f — частота, t — время. Заданные таким образом начальные и граничные условия позволяют искать решение в сферически симметричном виде.

Предполагая, что скорость движения поверхности пузырька много меньше скорости звука в паровой фазе, приходим к заключению об изотропности давления в пузырьке. Предполагая, что диффузионная длина l удовлетворяет неравенству $l \equiv \sqrt{4D'/\omega} \geq R$, где D' — коэффициент теплопроводности пара, ω — частота пульсаций пузырька, R — радиус пузырька, заключаем [13], что распределение температуры в пузырьке также изотропно. Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} P'(r) &= P' \\ T'(r) &= T' \end{aligned} \right\} 0 \leq r < R.$$

Предполагается, что пар в пузырьке находится в термодинамическом равновесии с поверхностным слоем жидкости, т. е.

$$P' = P(R) + \frac{2\sigma}{R}, \quad T' = T(R), \quad (1)$$

где $P(R)$, $T(R)$ — давление и температура в жидкости на поверхности пузырька, σ — поверхностное натяжение жидкости. Равенства (1) не означают, что паровая и жидкая фазы находятся в равновесии, так как давление и температура жидкости, вообще говоря, не равны их значениям на поверхности пузырька: $P(r) \neq P(R)$ и $T(r) \neq T(R)$ при $r > R$. Соотношения (1) выполняются, если процесс идет квазиравновесно, т. е. если скорости испарения и конденсации на поверхности пузырька при его пульсациях не налагают дополнительных ограничений. Последнее имеет место, если выполнено неравенство $dM'/dt < 4\pi R^2 G$. Здесь M' — масса пузырька, $G = \alpha P' / (2\pi BT)^{1/2}$ — скорость испарения и конденсации на поверхности раздела [14], где B — газовая постоянная, α — коэффициент аккомодации (в случае жидкого водорода можно принять $\alpha \sim 1$). Предположение о квазиравновесном характере процесса означает также, что внутри пузырька всегда имеется насыщенный пар, температура и давление которого связаны зависимостью, определяемой кривой фазового равновесия.

Поведение пузырька определяется законами сохранения импульса, массы и энергии, которые с учетом вышеуказанных предположений позволяют сформулировать исходную систему уравнений. Изменение радиуса пузырька определяется уравнением Рэлея:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{P' - \frac{2\sigma}{R} - P_\infty}{\rho}, \quad (2)$$

где ρ — плотность жидкости, которое справедливо, если отношение приращений массы пузырька и массы вытесненной жидкости $dM'/dM \ll 1$. Решение уравнения (2) может быть найдено, если известна функция $P'(t)$ в правой части. Для ее определения необходимо дополнительное предположение о поведении пузырька [6, 11—13]. Таковым является предположение о квазиравновесности процесса, причем P' определяется из условия сохранения энергии при испарении и конденсации на поверхности пузырька.

$$\frac{dP'}{dt} = \frac{3}{R} \frac{L\rho' \frac{dR}{dt} - k \frac{\partial T(R, t)}{\partial r}}{1 - \frac{L\rho'}{P} - c_s \rho' \frac{dT''}{dP}} \quad (3)$$

где ρ' — плотность пара в пузырьке, L — удельная теплота парообразования, c_s — удельная теплоемкость пара вдоль кривой фазового равновесия, k — коэффициент теплопроводности жидкости, $dT(R, t)/\partial r$ — градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька. При выводе уравнения (3) использовано допущение о том, что пар является идеальным газом. Таким образом, уравнение (3) позволяет вычислить функцию $P'(t)$, если известно начальное значение $P'(0)$ и временная зависимость величин, стоящих в правой части уравнения.

Градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька определяется из рассмотрения процесса теплопроводности во всей жидкости. В сферических координатах уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right), \quad (4)$$

где D — коэффициент температуропроводности жидкости, а $\dot{r} = R^2 \dot{R}/r^2$. Уравнение (4) следует дополнить начальными условиями: $T(r, 0) = T_0(r)$, где $R(0) \leq r < \infty$ и граничными условиями $T(\infty, t) = T_\infty$, $T(R, t) = T(t)$. Первое из граничных условий очевидно. Второе — выражает собой предположение о квазиравновесном характере поведения пузырька и совпадает с соотношением (4). Уравнения (2), (3), (4) образуют замкнутую систему.

В связи с тем, что экспериментально изучается влияние ультразвукового поля на формирование треков заряженных частиц в жидком водороде при температурах 25—27° К, интересно получить и теоретические данные в этой области. Был рассмотрен интервал температур от 24° до 28° К, при этом величина $P_0 - P_1$ изменялась от нуля до 1 атм в соответствии с обычными пережатиями в пузырьковых камерах.

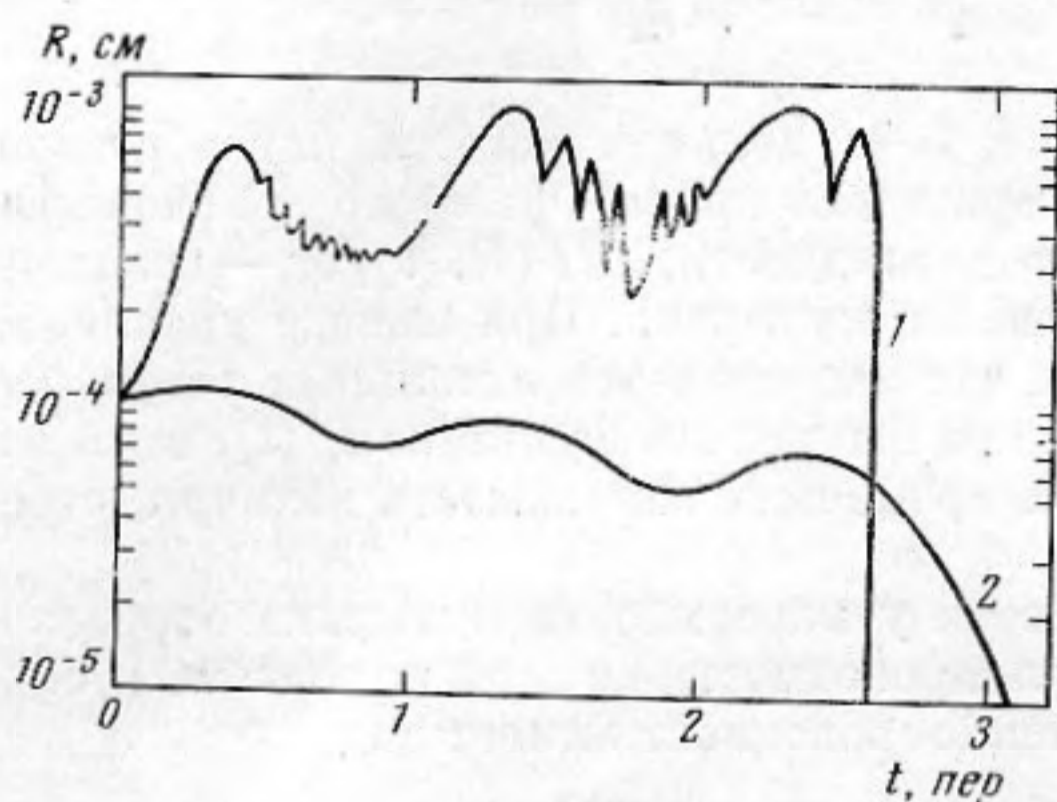
Уравнения, описывающие поведение пузырька, имеют ряд особенностей, наиболее существенные из которых обусловлены наличием в уравнении движения (2) сингулярного члена с поверхностным натяжением и инерциальных членов. Особенности в уравнениях приводят к существованию нескольких классов решений исходной системы, свойства которых полезно обсудить для понимания характера происходящих процессов.

Рассмотрим поведение пузырька в зависимости от амплитуды ультразвукового давления P_1 при фиксированных термодинамических параметрах P_0 , T_∞ , частоте ультразвукового поля и начальных условиях: $R(0)$, $\dot{R}(0)$, $P(0)$, $T_0(r)$. Как показывают расчеты, существует пороговое значение амплитуды (назовем его диффузионным порогом $P_{\text{диф}}$), такое, что при $P_1 \geq P_{\text{диф}}$ пульсации пузырька приводят к установлению динамического равновесия между процессами выпрямленной и статической диффузии, так что $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{R}(t) = \bar{R}_\infty > 0$. При $P_1 < P_{\text{диф}}$ влияние поверхностных

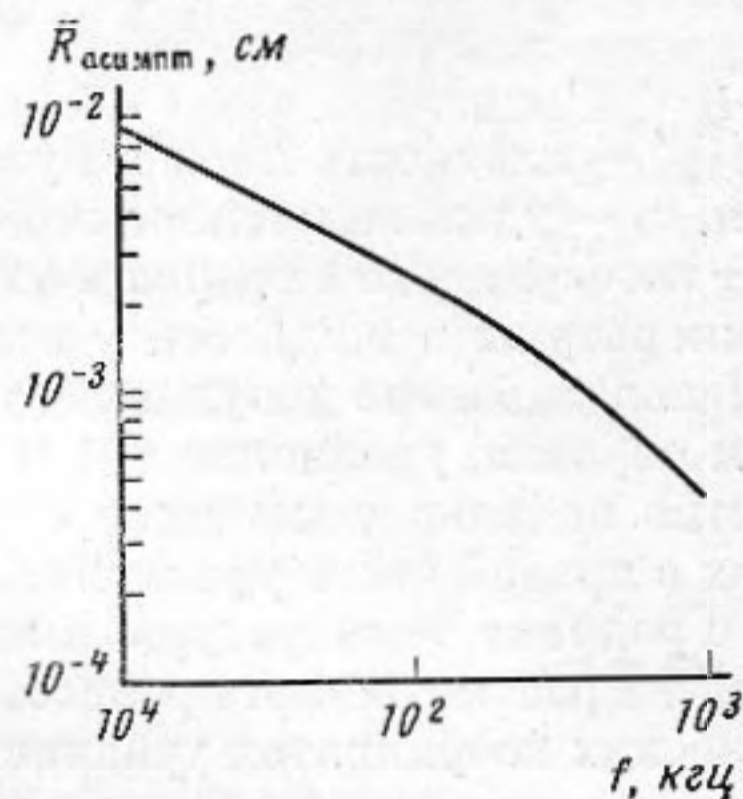
сил делает невозможным такое равновесие и пузырек захлопывается после конечного числа пульсаций. Равновесие не может также установиться, если P_1 больше величины, называемой кавитационным порогом P_k . В этом

случае скорость жидкости вокруг пузырька в фазе сжатия оказывается достаточно большой, чтобы после нескольких пульсаций он захлопнулся. На фиг. 1 показано поведение пузырька при $P_1 > P_k$ (1) и $P_1 < P_{\text{дифф}}$ (2).

В то время как положение диффузионного порога не зависит от начальных условий, положение кавитационного порога, определяемое поведением пузырька за небольшое число его пульсаций, чувствительно к выбору начальных условий. Для того, чтобы исследовать, выполняется ли соотношение $P_k > P_{\text{дифф}}$ для зародышевых пузырьков, радиус которых 10^{-6} см, необходимо более тщательное рассмотрение эффектов поверхностного натяжения, как при задании начальных условий, так и при рассмотрении последующего поведения пузырька в ультразвуковом поле.



Фиг. 1



Фиг. 2

Для определенности в последующем в качестве начального выбран достаточно большой пузырек с $R(0) = 1 \cdot 10^{-4}$ см. Пульсируя в ультразвуковом поле, он асимптотически переходит в состояние динамического равновесия с жидкостью. Можно показать, что асимптотическое значение среднего радиуса пузырька \bar{R}_∞ не зависит от начальных условий и определяется только свойствами жидкости и пара, выбором термодинамических и акустических параметров.

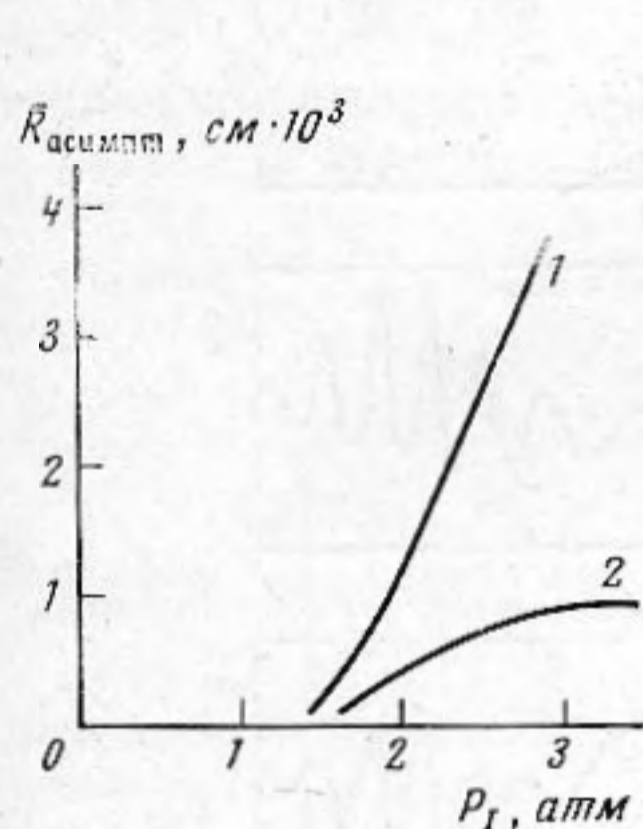
На фиг. 2 показана зависимость \bar{R}_∞ от частоты ультразвукового поля при $T_\infty = 26^\circ \text{K}$, $P_0 - P_s = 0,5 \text{ атм}$, $P_1 = 3,0 \text{ атм}$. При малых f кривая имеет участок, который хорошо описывается функцией $\bar{R}_\infty = 0,0246/\sqrt{f}$ и характеризуется тем, что пульсации пузырька происходят с частотой ультразвукового поля, в то время как пульсации с собственной частотой практически отсутствуют. Эту формулу можно получить и из общих соображений, заметив, что равенство $R\dot{R} = \text{const}$, справедливое для случая $f = 0$ [7—9], приблизительно выполняется и для не слишком больших f . По мере увеличения частоты это соотношение перестает выполняться в связи с тем, что усиливаются пульсации на собственной частоте, как это видно из фиг. 6, а, где показано поведение пузырька асимптотического радиуса при частотах 400 и 40 кГц.

На фиг. 3 показана зависимость асимптотического радиуса от амплитуды ультразвукового поля, $T_\infty = 26^\circ \text{K}$, $P_0 - P_s = 0,5 \text{ атм}$, $f = 40 \text{ кГц}$ (I), $f = 400 \text{ кГц}$ (II). На фиг. 4 приведена зависимость асимптотического радиуса от величины $P_0 - P_s$, $T_\infty = 26^\circ \text{K}$, $P_1 = 3,0 \text{ атм}$, $f = 40 \text{ кГц}$. Наконец, на фиг. 5 показана зависимость среднего радиуса пузырька от времени, $P_0 - P_s = 0,5 \text{ атм}$, $f = 40 \text{ кГц}$. Кривая 1 вычислена при $T_\infty = 24^\circ \text{K}$, $P_1 = 2,0 \text{ атм}$, кривая 2 — при $T_\infty = 26^\circ \text{K}$, $P_1 = 3,0 \text{ атм}$, кривая 3 — при $T_\infty = 28^\circ \text{K}$, $P_1 = 4,0 \text{ атм}$.

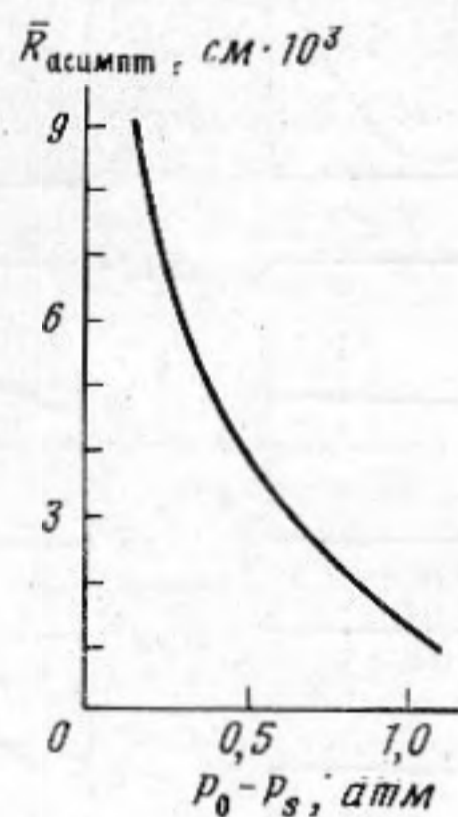
Результаты расчетов, представленные на фиг. 2—5, показывают, что поведение пузырьков существенно зависит от выбора как термодинамических, так и акустических параметров. Важно, что выпрямленная диффу-

зия приводит к росту пузырьков, если при заданных P_0 , T_∞ и f выполнено неравенство $\text{Sup}(P_{\text{дифф}}, P_0 - P_s + \frac{2\sigma}{R}) < P_1 < P_k$.

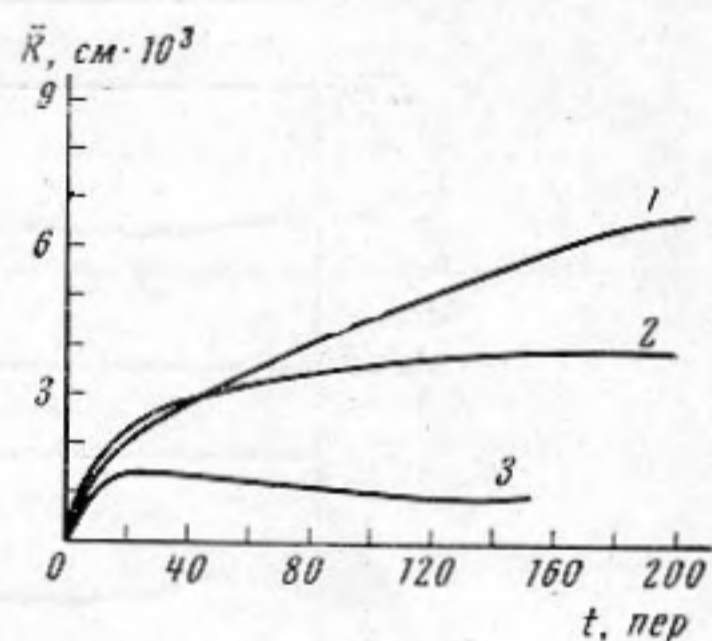
Для экспериментальных целей необходимо, чтобы асимптотические пузырьки были достаточно большого размера, поэтому наиболее выгодный режим работы достигается при минимальных P_0 и T_∞ при заданных параметрах ультразвукового поля и плотности пузырьков на следе частицы [15]. Если при данных P_0 , T_∞ , f , P_1 асимптотические пузырьки оказываются невидимыми, то имеется теоретическая возможность осуществления «управляемого» режима в том смысле, что ультразвуковое поле фиксирует положение пузырьков на треках заряженных частиц, которые можно



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

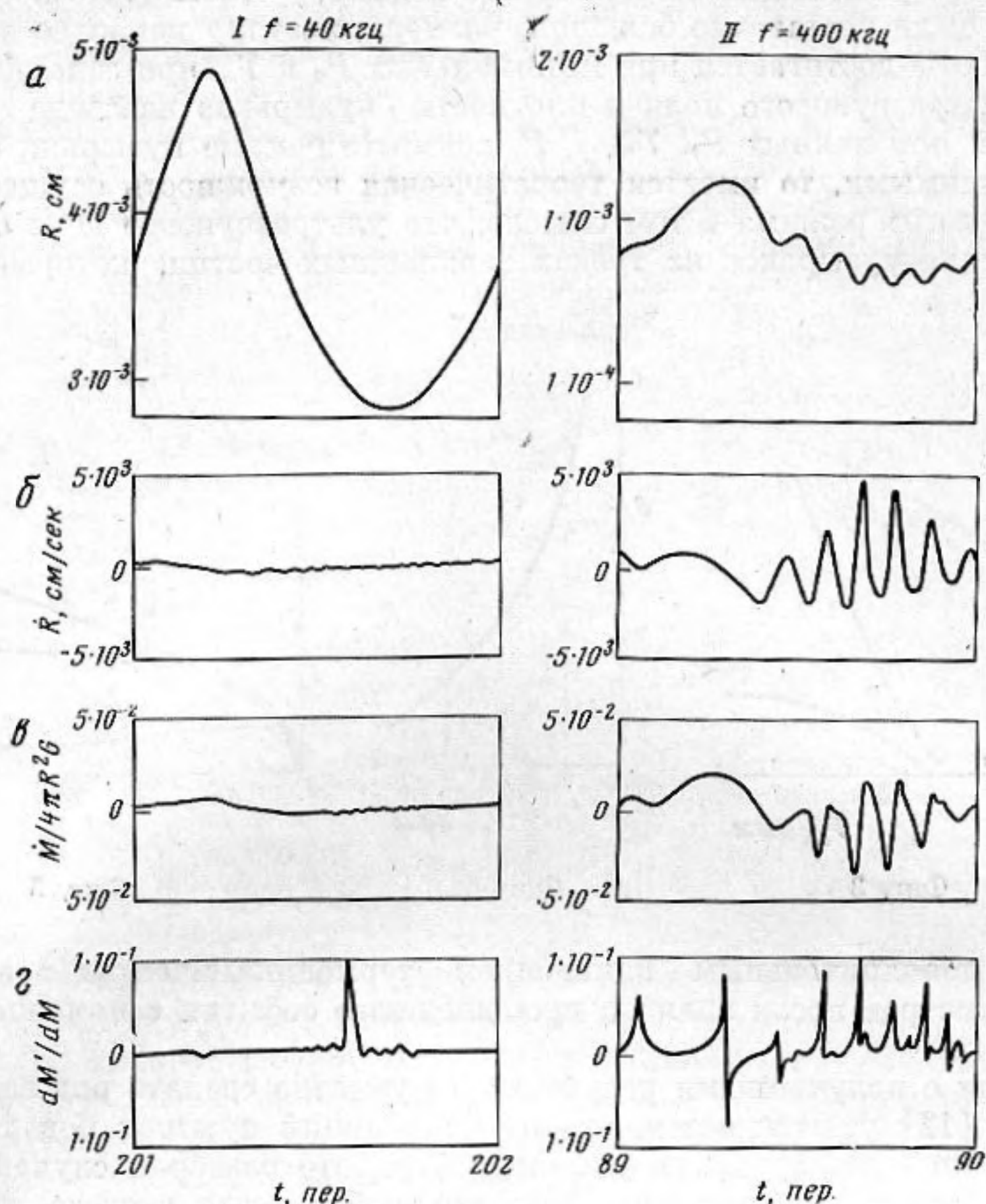
проявить дополнительным изменением термодинамических и акустических параметров после анализа происшедшего события с помощью электроники.

В связи с полученными результатами уместно сделать ряд замечаний. В работе [12] утверждается, что пульсирующий пузырек под действием выпрямленной диффузии (в упомянутой работе разобран случай газовой диффузии) растет до тех пор, пока его собственная частота не станет меньше частоты ультразвукового поля. Этот вывод, сделанный авторами на том основании, что амплитуда пульсаций пузырька максимальна при совпадении собственной и вынужденной частот, нуждается в уточнении, так как не учитывается, что возрастающая с ростом пузырька статическая диффузия может уравновесить действие выпрямленной диффузии прежде, чем пузырек достигнет резонансной области. При данной частоте ультразвукового поля выбор величин P_0 , T_∞ , P_1 определяет, достигнет ли пузырек резонансного размера. В приведенных ранее примерах равновесие возникает в дорезонансной области.

На работу [16] обычно ссылаются [1—4] как на теорию поведения паровых пузырьков в жидкости, находящейся в ультразвуковом поле. Однако к экстраполяции ее выводов на случай жидкого водорода следует относиться с осторожностью. Дело в том, что эта теория существенно базируется на результатах Плессета и Цвика [11], полученных в предположении малой толщины теплового слоя по сравнению с радиусом пузырька, что не имеет места в случае жидкого водорода. Кроме того, в этой работе не учитываются инерционные эффекты. Таким образом, ее следствия заведомо не точны при больших амплитудах и частотах ультразвукового поля.

Наконец, сделаем замечание относительно соответствия изложенных результатов эксперименту. При выводе системы уравнений использовался ряд предположений, поэтому приведенные результаты не следует рассматривать как окончательные. К сожалению, в настоящее время отсутствуют количественные экспериментальные данные о поведении паровых пузырь-

ков в жидком водороде под действием ультразвукового поля. Очевидно, что качественным результатам, полученным в работах [1—5], выводы этой статьи не противоречат. Удовлетворяется также принцип соответствия:



Фиг. 6

в случае нулевой амплитуды результаты данной работы согласуются с соответствующими теоретическими расчетами и экспериментальными данными [7—11].

В заключение авторы благодарят В. А. Акуличева, В. Н. Алексева, А. Ф. Писарева, Г. И. Селиванова и А. И. Филиппова за плодотворные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выше сделан ряд допущений как о свойствах жидкости и пара, так и о характере протекающих процессов. Покажем, что они не противоречат свойствам полученных решений.

При выводе уравнений (2) и (4) существенным является предположение о несжимаемости жидкости. Реальная жидкость сжимаема и пульсирующий в ней пузырек излучает звуковые волны. Излучением звука нельзя пренебрегать, когда скорость поверхности пузырька \dot{R} сравнима со скоростью звука в жидкости c [6] (скорость звука в жидком водороде равна $9 \cdot 10^4$ см/сек). На фиг. 6, б показана зависимость $\dot{R}(t)$ в течение одного цикла ультразвукового поля при пульсациях асимптотических пузырьков. Величина \dot{R}/c не превышает 10^{-3} в случае I и 10^{-2} в случае II. Поэтому пренебрежение излучением звука вполне оправдано.

Использование предположения о квазиравновесности процесса требует выполнения неравенства $|M/4\pi R^2 G| \ll 1$. Из фиг. 6, в следует, что это неравенство на протяжении периода ультразвукового поля удовлетворяется. Граница области применимости квазиравновесного приближения при амплитудах ультразвукового поля 2—3 атм лежит в окрестности 10^4 кгц.

На фиг. 6, г показана зависимость от времени отношения приращений масс пузырька и вытесненной им жидкости. Как видно, пренебрежение этой величиной при выводе уравнений (2) и (4) оправдано.

Исходная система уравнений получена в предположении изотропности паровой фазы, поэтому необходимо убедиться в выполнении неравенств $R \ll c'$, $\bar{R} \lesssim (4D'/\omega)^{1/2}$, где c' — скорость звука в паровой фазе, ω — собственная или вынужденная частота пульсаций пузырька.

Сравнивая значения \bar{R} , приведенные на фиг. 6, б с величиной $c' = 4 \cdot 10^4$ см/сек, приходим к выводу, что первое неравенство выполняется. Что касается второго соотношения, то, как видно из таблицы, оно выполняется менее удовлетворительно.

Физические величины	$T_\infty = 24^\circ \text{ К},$ $P_0 = 3,2 \text{ атм},$ $P_1 = 2,0 \text{ атм},$ $f = 40 \text{ кгц}$	$T_\infty = 28^\circ \text{ К},$ $P_0 = 6,2 \text{ атм},$ $P_1 = 4,0 \text{ атм},$		$T_\infty = 26,15^\circ \text{ К},$ $P_0 = 4,6 \text{ атм},$ $P_1 = 2,0 \text{ атм},$ $f = 40 \text{ кгц}$
		$\omega_{\text{вынужд}}$	$\omega_{\text{собств.}}$	
\bar{R}_∞	$7 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$
$(4D'/\omega)^{1/2}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$0,14 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$
$5\delta\omega^2/2$	144	$4 \cdot 10^3$	$7,2 \cdot 10^4$	36
$12\sigma/\rho\bar{R}_\infty^3$	$4,7 \cdot 10^2$	$1,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	$8,7 \cdot 10^4$

Развитие излагаемого подхода требует рассмотрения паровой фазы столь же неравновесной, что и жидкая фаза. Однако учет анизотропии температурного распределения внутри пузырька мало изменит конечные результаты, так как не приведет к значительному изменению полной энергии пузырька.

Использованное предположение о сферической симметрии имеет смысл лишь в том случае, если она является устойчивой, т. е. небольшие отклонения от нее затухают со временем. Проблема устойчивости сферической формы пузырька при бесконечно малых линейных пульсациях $R = \bar{R}_\infty (1 + \delta \cdot \sin \omega t)$, где $\delta \ll 1$, исследована в работах [17, 18], где показано, что сферически симметричные пульсации являются устойчивыми, если выполняется неравенство $5\delta\omega^2/2 < 12\sigma/\rho\bar{R}_\infty^3$. Хотя в данной работе рассматриваются конечные пульсации, полезно проверить это неравенство, так как при его сильном нарушении вопросу устойчивости сферических пульсаций необходимо уделить особое внимание. В третьей и четвертой строках таблицы приведены значения левой и правой частей приведенных неравенств; видно, что предположение о сферической симметрии оправдано.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. C. A. Brown, H. J. Hilke, A. H. Rogers. Ultrasonic helium bubble chamber. Nature, 1968, 220, 5174, 1177—1178.
2. G. Harigel, H. J. Hilke, A. Rogers, G. Horlitz, S. Wolff, F. Fretwurst, G. Lindstrom. Measurement of growth rate for sub-visible bubbles in bubble chamber. J. Appl. Phys., 1969, 40, 12, 4962—4966.
3. H. J. Hilke. Dissertation, Hamburg, 1969.
4. R. C. A. Brown, H. J. Hilke, G. Harigel. Formation of particles tracs by ultrasound in a hydrogen bubble chamber. Nuclear Instum. and Meth., 1970, 82, 3, 327—330.

5. В. А. Акуличев, Л. Р. Гаврилов, В. А. Гребинник, В. А. Жуков, Г. Либман, А. П. Маныч, Ю. И. Рудин, Л. Д. Розенберг, Г. И. Селиванов. Исследование влияния ультразвука на формирование треков частиц высоких энергий в жидководородной пузырьковой камере. Докл. АН СССР, 1969, 189, 5, 973—975.
6. H. G. Flinn, in *Physical Acoustic*, W. P. Mason, Ed. Academic Press Inc., New York, 1964, 1B.
7. Л. Г. Ткачев. Некоторые вопросы теории роста и конденсации пузырьков в пузырьковых камерах. Препринт ОИЯИ P13—3726, 1968.
8. G. Birkhoff, R. S. Margulies, W. A. Horning. Spherical bubble growth. *Phys. Fluids*, 1958, 1, 3, 201—205.
9. H. K. Forster, N. Zuber. Growth of a vapor bubble in superheated liquid. *J. Appl. Phys.*, 1954, 25, 4, 474—480.
10. L. E. Scriven. On dynamics of phase growth. *Chem. Eng. Sci.*, 1959, 10, 1, 1—13.
11. M. S. Plesset, S. A. Zwick. The growth of vapor bubbles in superheated liquids. *J. Appl. Phys.*, 1952, 23, 1, 95—97.
12. A. Eller, H. G. Flinn. Rectified diffusion during nonlinear pulsations of cavitation bubbles. *J. Acoust. Soc. America*, 1965, 37, 3, 493—503.
13. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. *Механика сплошных сред*. М., ГИТИ, 1954.
14. Д. Хирс и Г. Паунд. *Испарения и конденсация*. М., Metallurgia, 1966.
15. G. Horlitz, S. Wolff, G. Hariged. Mearments on the formation, growth and recompression of bubbles in liquid hydrogen. Preprint DESY 67/14, 1967.
16. G. T. Trammell. Sound waves in water containing vapor bubbles. *J. Appl. Phys.*, 1962, 33, 5, 1662—1670.
17. M. S. Plesset, in *Cavitation in Real Luquids*. Proc. of the symp. Marren, Mich., 1962. Ed.: R. Davies, Amst. Elsevier, 1964.
18. M. S. Plesset, D. Y. Hsich. Theory of gas bubble dynamics in oscillating pressure fields. *Phys. Fluids*, 1960, 3, 2, 882—885.

Объединенный институт
ядерных исследований
Дубна

Поступила в редакцию
20 ноября 1970 г.