

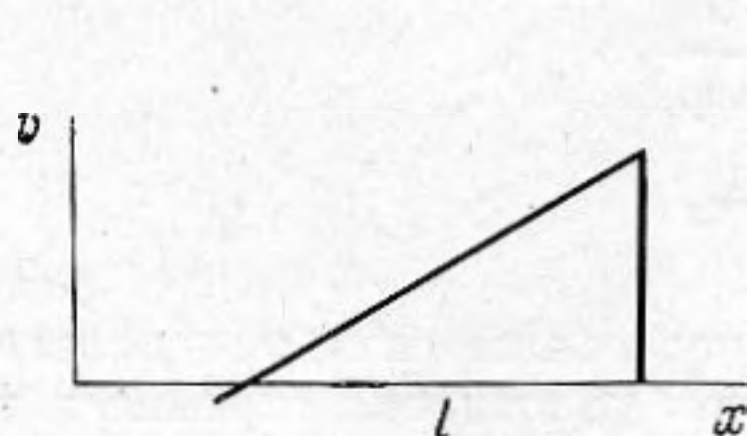
УДК 534.222.2

О ПЕРЕХОДЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В АКУСТИЧЕСКУЮ

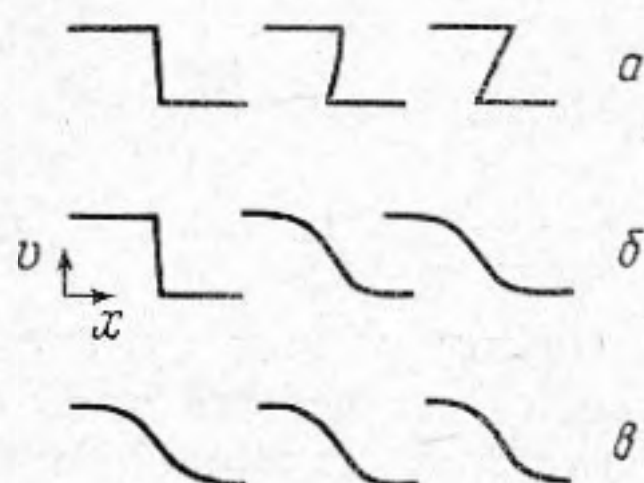
К. А. Наугольных

Выясняются условия перехода слабой ударной волны в акустическую. Установлено, что в отличие от плоской волны в расходящейся волне ширина скачка уплотнения может стать меньше ширины соответствующей скачку ударной волны не только из-за того, что ударная волна становится шире импульса, но и вследствие медленности диссипативных процессов. Более узкий, чем ударная волна, импульс будет размываться под действием диссипации, не испытывая влияния нелинейных эффектов, и волна становится акустической.

Затухание ударной волны на большом расстоянии от места возникновения рассматривалось в работе [1]. Было установлено, что на достаточном удалении от источника профиль импульса сжатия с ударной волной близок к треугольному, причем толщина ударной волны мала по сравнению с длиной импульса (фиг. 1).



Фиг. 1



Фиг. 2

При распространении импульса величина разрыва уменьшается, а длительность импульса — возрастает. В случае плоской волны этот процесс описывается соотношениями [2]:

$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{\alpha v_0}{l_0 c} (x - x_0)}, \tag{1}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 + \frac{\alpha v_0}{l_0 c} (x - x_0)}, \tag{2}$$

где  $v_0$  — величина разрыва при  $x = x_0$ ,  $l_0$  — длина импульса при  $x = x_0$ ,  $\alpha = n + 1/2$ ,  $n$  — показатель адиабаты для среды, в которой распространяется волна,  $c$  — скорость звука.



Соответственные выражения для сферической волны имеют вид:

$$v = \frac{v_0 r_0}{r \sqrt{1 + \frac{\alpha v_0 r_0}{l_0 c} \ln \frac{r}{r_0}}}, \quad (3)$$

$$l = l_0 \sqrt{1 + \frac{\alpha v_0 r_0}{l_0 c} \ln \frac{r}{r_0}}. \quad (4)$$

Возникает вопрос, при каких условиях эти соотношения теряют силу и волна становится акустической.

Чтобы сделать более наглядными дальнейшие рассуждения, рассмотрим сначала, следуя работе [3], поведение одиночного скачка уплотнения (фиг. 2). При распространении такого скачка нелинейные эффекты противодействуют диссипативным, стремящимся сгладить разрыв. Если бы действовали только нелинейные эффекты, то происходило бы «захлестывание» профиля (фиг. 2а). Если бы действовали только диссипативные эффекты, то, напротив, происходило бы монотонное расплывание, приводящее к увеличению ширины разрыва по закону [2]:

$$\delta_x \sim 2\sqrt{ac^2 x}, \quad (5)$$

где  $a$  связано с коэффициентом поглощения звука  $\gamma$  соотношением  $\gamma = a\omega^2$  (фиг. 2б).

Совместное влияние тех и других эффектов приводит к равновесному профилю, который и называется слабой ударной волной (фиг. 2в). Ее ширина определяется соотношением [2]:

$$\delta \sim \frac{b}{\alpha v \rho}, \quad (6)$$

$$b = \frac{a}{2\rho c^3}, \quad \rho \text{ — плотность среды.}$$

Ударную волну можно считать равновесным скачком уплотнения еще и в том смысле, что всякий иной скачок уплотнения стремится в процессе распространения к ударной волне. Именно, если начальная ширина произвольного скачка уплотнения больше ширины соответствующей ударной волны, то при распространении она будет уменьшаться под действием нелинейных эффектов. Наоборот, более узкий, чем ударная волна, разрыв будет размываться под действием диссипации, не испытывая влияния нелинейности. Можно ожидать поэтому, что нелинейные эффекты перестают влиять на распространение одиночного импульса сжатия во всяком случае тогда, когда его ширина (а следовательно, и максимальная ширина скачка уплотнения) станет меньше ширины ударной волны. В случае плоской волны оказывается, однако, что отношение ширины ударной волны к длине импульса не зависит от расстояния из-за того, что уменьшение разрыва сопровождается удлинением импульса. Действительно, из формул (1), (2), (5) получается

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\delta_0}{l_0}, \quad (7)$$

где  $\delta_0$  — ширина ударной волны при  $x = x_0$ . Но так как начальная ширина ударной волны  $\delta_0$  для рассматриваемых случаев мала по сравнению с начальной длиной импульса  $l_0$  (что означает, кстати, что число Рейнольдса, составленное из начальных параметров импульса, велико  $Re = \frac{l_0}{\delta_0} =$



$= \frac{av_0 l_0 \rho}{b} \gg 1$ ), то и при дальнейшем распространении импульса отноше-

ние  $\delta/l$  остается малым, т. е. импульс остается треугольным и до полного затухания описывается формулами (1), (2).

В отличие от этого, в случае сферической волны, приравнивая ширину ударной волны ширине импульса, из формул (3), (4), (5) можно получить выражение для расстояния  $r_1$ , на котором ширина ударной волны становится равной длине импульса

$$r_1/r_0 = \frac{av_0 \rho l_0}{b} = \text{Re}. \quad (8)$$

Оказывается, однако, что условие (8) перехода импульса в акустический сигнал является достаточным, но не необходимым. Именно, в некоторых случаях уравнения (3), (4) оказываются непригодными еще раньше, на расстояниях меньших, чем  $r_1$ .

Это происходит потому, что диссипативные процессы иногда не успевают размывать скачок уплотнения так, чтобы увеличение его ширины следовало за уменьшением разрыва. В результате ширина скачка уплотнения оказывается меньше соответствующей ему ширины ударной волны, что, в соответствии со сказанным выше, означает, что нелинейные эффекты уже не влияют на его распространение. Такая ситуация невозможна в плоской волне, величина разрыва в которой уменьшается, согласно формуле (1)  $\sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Действительно, увеличение ширины ударной волны долж-

но в этом случае происходить  $\sim \sqrt{x}$ , т. е. как раз с таким темпом, который обеспечивается диссипативными процессами, увеличивающими ширину фронта; в соответствии с формулой (5)  $\sim \sqrt{x}$ .

В сферической волне  $v \sim \frac{1}{r\sqrt{\ln r}}$ ; поэтому ширина ударной волны

должна возрастать  $\sim r\sqrt{\ln r}$ , т. е. быстрее, чем это обеспечивается диссипативными процессами, описываемыми формулой (5).

Таким образом, в расходящейся волне ширина скачка уплотнения может стать меньше ширины ударной волны не только из-за того, что ударная волна становится шире импульса, но и вследствие медленности диссипативных процессов.

Для сопоставления этих двух возможностей напомним на основе формул (3), (5), (6) уравнение для определения расстояния, на котором растущая ширина ударной волны сравнивается с величиной диссипативного размытия:

$$\sqrt{\frac{r_0}{r_1' - r_0}} \left( \frac{r_1'}{r_0} \sqrt{1 + \Delta} - 1 \right) = \text{Re} \frac{\delta_g(r_0)}{l_0} = A. \quad (9)$$

Здесь  $\delta_g(r_0) = 2\sqrt{ac^2 r_0}$ ,  $\Delta = \frac{av_0 r_0}{cl_0} \ln \frac{r_1'}{r_0}$ . Это уравнение может быть при-

ближенно преобразовано при  $A \gg 1$  к виду  $\sqrt{\frac{r_1'}{r_0}} \sqrt{1 + \Delta} = A$ , (10)

и при  $A \leq 1$

$$\sqrt{\frac{r_1' - r_0}{r_0}} = A. \quad (11)$$



Сопоставляя теперь уравнения (7), (9), (11), нетрудно установить, что

$$\frac{r_1'}{r_1} \sim \frac{\delta(r)}{l} \quad (12)$$

при  $\delta(r)/l \geq \frac{1}{Re}$  и

$$\frac{r_1'}{r_1} \sim \frac{1}{Re} \quad (13)$$

при  $\delta(r)/l \leq \frac{1}{Re}$ .

Соотношения (12), (13) выражают тот очевидный факт, что если диссипативные процессы интенсивны,  $\delta(r) \geq l$ , то  $\frac{r_1'}{r_1} \geq 1$ , что означает, что

ширина скачка уплотнения становится меньше ширины ударной волны только в том случае, когда последняя становится больше длины импульса  $l$ . В этом случае граница применимости формул (3), (4) определяется соотношением (8).

Если же диссипативные процессы слабы,  $\delta(r) < l$ , то  $r_1'/r_1 < 1$ , т. е. ширина скачка уплотнения оказывается меньше ширины ударной волны при малых, по сравнению с длиной импульса, значениях ее величины.

Иными словами, импульс с величиной разрыва  $v$  и характерной длиной  $l$  является акустическим, если

$$\frac{l}{\delta} = \frac{av\rho l}{b} \leq 1 \quad \text{при} \quad \frac{\delta_g(r)}{l} \geq 1, \quad (14)$$

или если

$$\frac{\delta_g}{\delta} = \frac{av\rho\delta_g}{b} \leq 1 \quad \text{при} \quad \frac{\delta_g(r)}{l} < 1. \quad (15)$$

Практически вместо критерия  $\delta(r)/l$  удобнее пользоваться выраженным через начальные параметры импульса отношением  $L = \frac{\delta(r_0)}{l_0}$ , хотя использование этого параметра приводит к менее точным результатам. Именно, можно лишь установить, что при  $L \ll 1$  (точнее, при  $L < \frac{1}{Re}$

$\frac{r_1'}{r_1} < 1$  и при  $L \geq 1$   $\frac{r_1'}{r_1} > 1$ , т. е. границы применимости формул (3), (4) определяются соотношениями (8), (14) при  $L \geq 1$  и выражениями (9), (15) — при  $L \ll 1$ .

В качестве примера рассмотрим распространение ударной волны, излучаемой при взрыве тротила в воде. На достаточном удалении от заряда распространение такой волны, как известно, можно описать эмпирическими формулами [4]:

$$p = p_m e^{-\frac{r}{\theta}} \quad (16)$$

$$p_m = 7200 \left( \frac{w^{\frac{1}{3}}}{r \text{ см}} \right)^{1.13} \text{ атм}, \quad \theta = 5,88 w^{\frac{1}{3}} \left( \frac{r}{w^{\frac{1}{3}}} \right)^{0.22} 10^{-6} \text{ сек}, \quad \begin{array}{l} w - r; \\ r - \text{см.} \end{array}$$



Эти соотношения можно рассматривать как аппроксимацию зависимостей (3), (4). С помощью формул (5), (8) и (14) нетрудно установить, что в этом случае

$$\frac{r_1}{r_1'} \sim 10^2 \left( w^{\frac{1}{3}} \right)^{0,30}, \quad (17)$$

т. е.  $r_1' > r$  и ширина скачка уплотнения становится меньше ширины ударной волны вследствие медленных процессов диссипативного размытия. При этом слабая ударная волна переходит в акустическую на расстояниях

$$r_1' \sim 2 \cdot 10^5 \left( w^{\frac{1}{3}} \right)^{1,8} \text{ см}, \quad (18)$$

амплитуда волны на этом расстоянии равна

$$p_m \sim \frac{10^4}{w^{0,3}} \text{ бар}. \quad (19)$$

В заключение заметим, что переход слабой ударной волны в акустическую происходит постепенно, асимптотически, а формулы (8) или (9) указывают фактически лишь те расстояния, где нелинейные эффекты становятся сравнимыми с диссипативными. На расстояниях, существенно меньших, чем определяемые этими формулами, влияние нелинейных эффектов может быть заметным. Так, например, учитывая, что величина диссипативного размытия  $\sim \sqrt{r}$ , а ширина ударной волны  $\sim r \sqrt{\ln r}$  и они сравниваются на расстояниях  $\sim r_1'$ , приходим к выводу, что на расстояниях  $r = \frac{r_1'}{m}$ ,  $m > 1$ , действительная ширина разрыва будет меньше вычислен-

ной по линейной теории по крайней мере в  $\sqrt{m}$  раз, что в свою очередь приведет к ошибке при расчете поглощения энергии импульса в  $m$  раз, т. к. дисперсируемая энергия обратно пропорциональна квадрату ширины скачка уплотнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау. Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения. П. М. М., 9, 286, 1945.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1954.
3. M. J. Lighthill. Viscosity effects in sound waves of finite amplitude. Survey in mechanics. Cambridge, 1956.
4. Р. Коул. Подводные взрывы. М., ИЛ, 1950.

Акустический институт  
АН СССР  
Москва

Поступила в редакцию  
28 января 1971 г.