АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIX 1973 Вып. 2

УДК 534.232

ПОТЕРИ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЬЕЗОПРИЕМНИКОВ

Е. К. Грищенко

Получены частотные характеристики чувствительности, потерь, коэффициентов прохождения и отражения ультразвуковой волны для пьезодиэлектрической пластинки, произвольно нагруженной на электрической и механической сторонах. Результаты, полученные для пьезодиэлектриков, обобщаются на пьезополупроводники путем введения сопротивления электрических потерь.

Несмотря на большое число работ, посвященных пьезопреобразователям, до настоящего времени не проводилось подробных расчетов характеристик высокочастотных пьезодиэлектрических и пьезополупроводниковых приемников для твердых сред с учетом влияния произвольной электрической нагрузки.

Специфика работы высокочастотных пьезоприемников заключается в том, что электрическое сопротивление нагрузки пьезоприемника не всегда может быть сделано сколь угодно большим по сравнению с его внутренним электрическим импеданцем; поэтому характер нагрузки существенно влияет на распределение акустического и электрического полей внутри пьезопластинки, а следовательно, и на коэффициенты отражения и прохождения ультразвуковой волны через пьезопластинку.

При традиционных методах исследования пьезодиэлектрических приемников [1—3] обычно предполагались заданными механические величины на границе пьезоприемника со средой, а коэффициенты отражения и прохождения ультразвуковой волны через пьезоприемник не рассматривались. Вместе с тем при работе на высоких частотах известны параметры только падающей на пьезоприемник ультразвуковой волны, а механические величины на границе пьезоприемника со средой нельзя считать заданными, поскольку они сами зависят от электрической нагрузки пьезоприемника.

В работах [4, 5], учитывающих специфику работы высокочастотных пьезоприемников, поставленная задача решалась только частично. Вместе с тем использование расчетов более общего вида может оказаться весьма полезным при анализе работы различных высокочастотных твердотельных электроакустических устройств с пьезодиэлектрическими и пьезополупроводниковыми приемниками.

Решим одномерную задачу, причем распространение ультразвуковых волн будем рассматривать в тех кристаллографических направлениях, для которых справедливы скалярные уравнения. Рассмотрим пьезодиэлектрическую пластинку толщиной l, двусторонне нагруженную на полубесконечные среды с активными волновыми сопротивлениями ζ при произвольной комплексной электрической нагрузке $Z_н$ (фиг. 1). Результаты, полученные для пьезодиэлектриков, затем обобщим на пьезополупроводники путем введения сопротивления электрических потерь так, как это было сделано в работе [5]. Помечая индексом 1 величины, относящиеся к пьезо-

активной среде, а индексами 2 и 3 величины, относящиеся к пассивным средам, можно написать следующую систему скалярных уравнений:

$$T_1(x,t) = C_1^E \frac{\partial U_1(x,t)}{\partial x} - eE_1(x,t), \tag{1}$$

$$D_1(x,t) = e\frac{\partial U_1(x,t)}{\partial x} + \varepsilon^S E_1(x,t), \tag{2}$$

$$\operatorname{Div} D_1(x,t) = 0, \tag{3}$$

$$T_j(x,t) = C_j^E \frac{\partial U_j(x,t)}{\partial x}, \tag{4}$$

$$j = 2, 3.$$

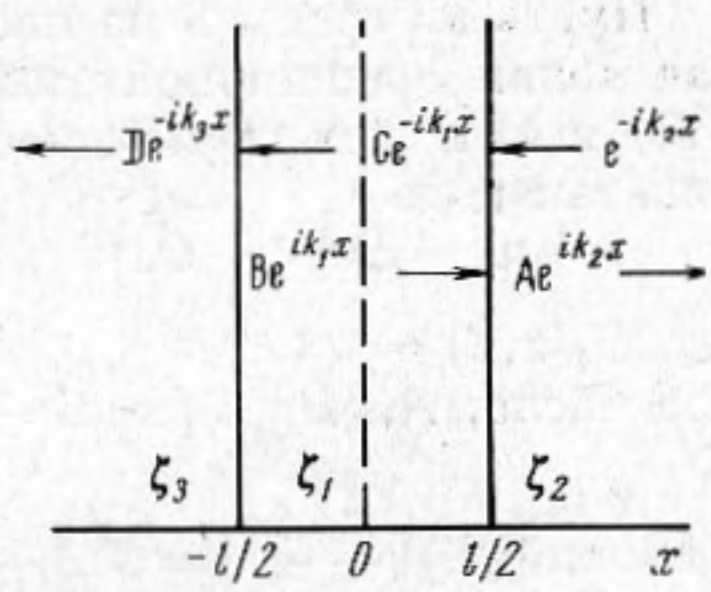
Здесь T — механическое напряжение, U — смещение, C^E — модуль упругости при постоянном электрическом поле, D — электрическая индукция, E — напряженность электрического поля, e — пьезоконстанта, ε^S — диэлектрическая проницаемость при постоянной деформации.

Из формул (2) и (3) следует, что

$$D_1 l = e\left[U_1\left(\frac{l}{2}\right) - U_1\left(-\frac{l}{2}\right)\right] + \varepsilon^S \int_0^l E\,dx \tag{5}$$

или

$$D_1 = \frac{e}{l}\left[U_1\left(\frac{l}{2}\right) - U_1\left(-\frac{l}{2}\right)\right] - \frac{\varepsilon^S}{l} V_н. \tag{6}$$



Фиг. 1

Здесь $V_н$ — напряжение на электрической нагрузке пьезоприемника. В частности, для электрически ненагруженного преобразователя $D_1 = 0$, поэтому из формулы (6) э.д.с. пьезоприемника V будет

$$V = \frac{e}{\varepsilon^S}\left[U_1\left(\frac{l}{2}\right) - U_1\left(-\frac{l}{2}\right)\right]. \tag{7}$$

С другой стороны, величины $V_н$ и V связаны очевидным соотношением $V_н = \dfrac{VZ_н}{Z_н + Z_{пр}}$, где $Z_{пр}$ — внутренний электрический импеданц пьезоприемника. С учетом написанных выражений электрические и механические величины, характеризующие работу пьезоприемника, могут быть представлены в виде:

$$T_1 = C_1^E(1 + K^2)\frac{\partial U_1}{\partial x} - \frac{eVZ}{l}, \tag{8}$$

$$E_1 = -\frac{e}{\varepsilon^S}\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{VZ}{l}, \tag{9}$$

$$V_н = V(1 - Z), \tag{10}$$

$$D_1 = \frac{\varepsilon^S VZ}{l}, \tag{11}$$

$$I_н = \frac{V}{Z_н + Z_{пр}}. \tag{12}$$

Здесь $I_н$ — ток в электрической нагрузке пьезоприемника, $Z = \dfrac{Z_{пр}}{Z_н + Z_{пр}} = Z_1 + iZ_2$ — безразмерный параметр, зависящий от выходного импеданца

и электрической нагрузки пьезоприемника, $K_0 = \frac{K}{\sqrt{1+K^2}}$ — коэффициент электромеханической связи, где $K = \frac{e}{\sqrt{\varepsilon^S C_1^E}}$.

Уравнения движения с учетом пьезоэффекта и параметров электрической нагрузки имеют вид [5]

$$\rho_1 \frac{\partial^2 U_1(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[C_1^E(1+K^2)\frac{\partial U_1(x,t)}{\partial x} - \frac{eV(t)Z}{l}\right], \tag{13}$$

$$\rho_j \frac{\partial^2 U_j(x,t)}{\partial t^2} = C_j^E \frac{\partial^2 U_j(x,t)}{\partial x^2}, \quad j = 2, 3. \tag{14}$$

Здесь ρ — плотность среды.

Пусть из среды 2 на пьезоприемник нормально падает плоская звуковая волна с единичной амплитудой смещения. Тогда решения уравнений (13) и (14) для гармонической зависимости смещений от времени можно искать в виде

$$u_1 = Be^{ik_1x} + Ce^{-ik_1x}, \quad u_2 = Ae^{ik_2x} + e^{-ik_2x}, \quad u_3 = De^{-ik_3x}, \tag{15}$$

где $U_j(x,t) = u_j(x)e^{-i\omega t}$, $j = 1, 2, 3$; ω — циклическая частота; k — волновое число; A, B, C и D — коэффициенты, определяемые из граничных условий: $T_1\left(-\frac{l}{2}\right) = T_3\left(-\frac{l}{2}\right)$, $T_1\left(\frac{l}{2}\right) = T_2\left(\frac{l}{2}\right)$, $u_1\left(-\frac{l}{2}\right) = u_3\left(-\frac{l}{2}\right)$ $u_1\left(\frac{l}{2}\right) = u_2\left(\frac{l}{2}\right)$. Из выражений (8), (15) и граничных условий имеем

$$A = \frac{e^{-ik_2l}}{\Delta_0}\left\{\left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} - \frac{\zeta_3}{\zeta_1}\right)\left[(1+K^2)\cos k_1l - \frac{K^2Z}{k_1l}\sin k_1l\right] - \right.$$
$$\left. - i\left[\frac{4K^2Z}{k_1l}(1+K^2)\sin^2\frac{k_1l}{2} - (1+K^2)^2\sin k_1l + \frac{\zeta_2\zeta_3}{\zeta_1^2}\sin k_1l\right]\right\}, \tag{16}$$

$$B = \frac{e^{-i\frac{k_2l}{2}}}{\Delta_0}\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\left[\left(1+K^2-\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\right)e^{i\frac{k_1l}{2}} - \frac{2K^2Z}{k_1l}\sin\frac{k_1l}{2}\right], \tag{17}$$

$$C = \frac{e^{-i\frac{k_2l}{2}}}{\Delta_0}\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\left[\left(1+K^2+\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\right)e^{-i\frac{k_1l}{2}} - \frac{2K^2Z}{k_1l}\sin\frac{k_1l}{2}\right], \tag{18}$$

$$D = \frac{2e^{-i\frac{k_2+k_3}{2}l}}{\Delta_0}\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\left[(1+K^2) - \frac{K^2Z}{k_1l}\sin k_1l\right], \tag{19}$$

где

$$\Delta_0 = \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} + \frac{\zeta_3}{\zeta_1}\right)\left[(1+K^2)\cos k_1l - \frac{K^2Z}{k_1l}\sin k_1l\right] +$$
$$+ i\left[\frac{4K^2Z}{k_1l}(1+K^2)\sin^2\frac{k_1l}{2} - (1+K^2)^2\sin k_1l - \frac{\zeta_2\zeta_3}{\zeta_1^2}\sin k_1l\right].$$

Нетрудно видеть, что при $Z = 0$ (электрически ненагруженный пьезоприемник, $Z_н \to \infty$) выражения для A и D переходят в хорошо известные фор-

мулы для коэффициентов отражения и прохождения при нормальном падении волны на непьезоактивный слой толщиной l, а при $k_1 l = \pi n$ ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$) и $Z = 0$ — в формулы Френеля. В частности, при $k_1 l = \pi$ и $Z \neq 0$ получим:

$$A = \frac{\frac{\zeta_2}{\zeta_1} - \frac{\zeta_3}{\zeta_1} - \beta Z_2 + i\beta Z_1}{\frac{\zeta_2}{\zeta_1} + \frac{\zeta_3}{\zeta_1} + \beta Z_2 - i\beta Z_1} e^{-ik_2 l}, \tag{20}$$

$$D = -\frac{2\frac{\zeta_2}{\zeta_1}}{\frac{\zeta_2}{\zeta_1} + \frac{\zeta_3}{\zeta_1} + \beta Z_2 - i\beta Z_1} e^{-i\frac{k_2+k_3}{2}}. \tag{21}$$

Здесь $\beta = \frac{4K^2}{\pi}$, а Z_1 и Z_2 связаны с электрическими параметрами пьезоприемника и нагрузки следующим образом:

$$Z_1 = \frac{(X_н + X)X}{(R_н + R)^2 + (X_н + X)^2}, \quad Z_2 = \frac{(R_н + R)X}{(R_н + R)^2 + (X_н + X)^2}, \tag{22}$$

где $Z_{пр} = iX$, $Z_н = (R_н + R) + iX_н$; X и $X_н$ — реактивные части электрических импеданцев пьезоприемника и нагрузки соответственно, а $R_н + R$ — активная часть электрического импеданца нагрузки. Электрически потери пьезоприемника здесь учитываем в виде сопротивления потерь R, включенного последовательно с сопротивлением полезной нагрузки $R_н$.

Если статическая емкость пьезоприемника компенсируется соответствующей индуктивностью, т. е. $X_н = -X$, $Z_1 = 0$, тогда из формул (20)—(22) следует, что $|A| = 0$ при $\frac{R_н + R}{X} = \beta \frac{\zeta_1}{\zeta_2 - \zeta_3}$. В частности, если $\zeta_2 = \zeta_3$, то $|A| \to 1$, а $|D| \to 0$ при $\beta Z_2 \to \infty$. Последнее условие может реализоваться только при очень больших значениях добротности электрической нагрузки и коэффициента электромеханической связи пьезоприемника.

Определим чувствительность пьезоприемника ν как отношение напряжения на электрической нагрузке к механическому напряжению в падающей на пьезоприемник волне. Тогда из формул (4), (7), (15)—(19) получим

$$\nu = \frac{2K^2 l}{e\Delta_0}\left[\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\cos\frac{k_1 l}{2} - i(1 + K^2)\sin\frac{k_1 l}{2}\right](1 - Z)\frac{\sin\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}. \tag{23}$$

Заметим, что величина максимальной чувствительности пьезоприемника и соответствующая ей частота зависят не только от акустической нагрузки и коэффициента электромеханической связи, как это имеет место в режиме излучения [6], но также и от электрической нагрузки пьезоприемника. По аналогии с режимом излучения рассмотрим характер зависимости чувствительности и резонансной частоты пьезоприемника только от величины коэффициента электромеханической связи и его акустической нагрузки, поскольку характер этой зависимости для пьезоприемника отличается от полученной в работе [6] для излучателя. Несколько позже проследим эту

зависимость численным методом и от $Z_н$. Для чувствительности при $Z=0$ из формулы (23) получим

$$\nu = \frac{2\frac{K^2 l}{e}\left[\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\cos\frac{k_1 l}{2} - i(1+K^2)\sin\frac{k_1 l}{2}\right]}{\left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1}+\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\right)(1+K^2)\cos k_1 l - i\left[(1+K^2)^2+\frac{\zeta_2\zeta_3}{\zeta_1^2}\right]\sin k_1 l}\,\frac{\sin\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}} \tag{24}$$

На основании этой формулы рассмотрим четыре типа частотных характеристик чувствительности электрически ненагруженного пьезоприемника. Графики модуля чувствительности рассматриваемых характеристик представлены на фиг. 2 в порядке следования их номеров.

1. Акустически слабо нагруженный пьезоприемник, $\frac{\zeta_2}{\zeta_1}=\frac{\zeta_3}{\zeta_1}\to 0$

$$\nu = \frac{K^2 l}{e(1+K^2)}\,\frac{\operatorname{tg}\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}. \tag{25}$$

2. Двусторонняя согласованная нагрузка пьезоприемника,

$$\frac{\zeta_2}{\zeta_1}=\frac{\zeta_3}{\zeta_1}=(1+K^2)$$

$$\nu = \frac{K^2 l}{e(1+K^2)}\,\frac{\sin\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}\,e^{i\frac{k_1 l}{2}}. \tag{26}$$

3. Односторонняя согласованная нагрузка пьезоприемника,

$$\zeta_3=0,\qquad \frac{\zeta_2}{\zeta_1}=1+K^2$$

$$\nu = \frac{2K^2 l}{e(1+K^2)}\,\frac{\sin^2\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}\,e^{i\left(k_1 l-\frac{\pi}{2}\right)}. \tag{27}$$

4. Одностороннее акустически сильно нагруженный пьезоприемник

$$\zeta_3=0,\qquad \frac{\zeta_2}{\zeta_1}=10,\qquad K^2=0{,}4$$

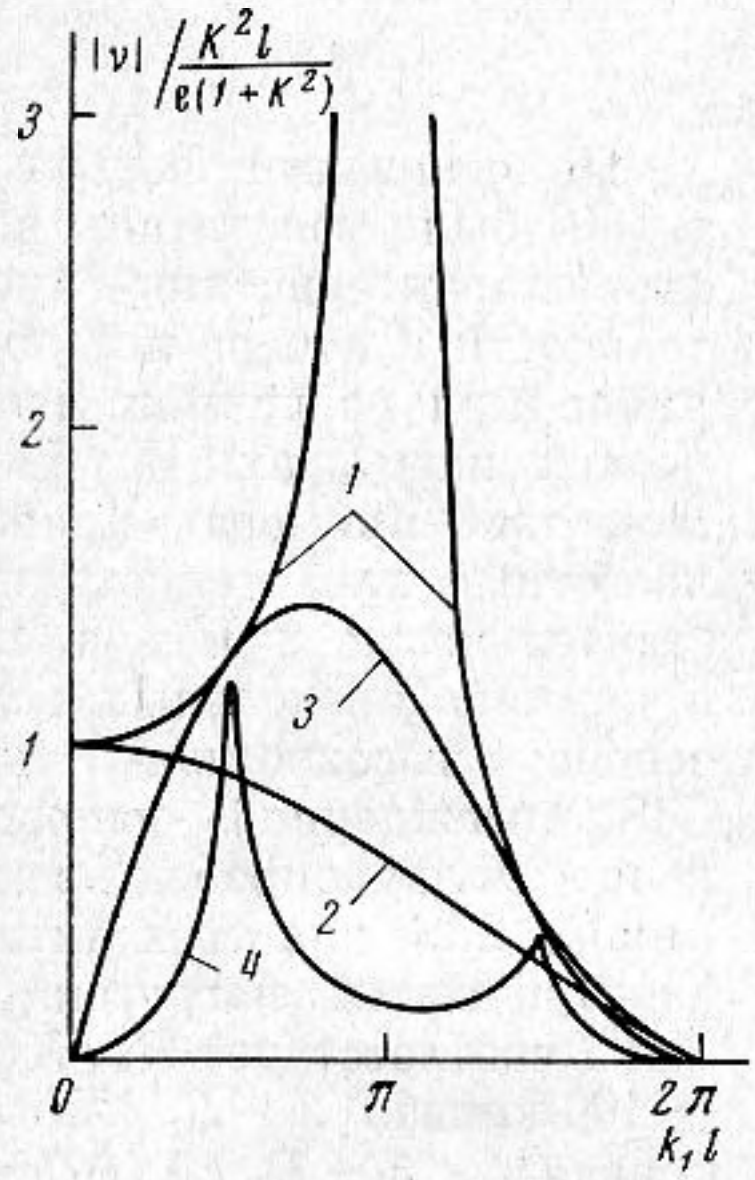
$$\nu = \frac{2K^2 l}{e}\,\frac{e^{-i\frac{\pi}{2}}}{\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\cos k_1 l - i(1+K^2)\sin k_1 l}\,\frac{\sin^2\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}. \tag{28}$$

Из формул (25)—(28) и графиков на фиг. 2 следует, что при двусторонней согласованной акустической нагрузке электрически ненагруженный пьезоприемник имеет максимальную чувствительность в статическом режиме, причем в режиме приема для этого не требуется, чтобы $K_0=1$, как это требовалось в режиме излучения [6]. Напротив, в случае односторонней акустической нагрузки максимум чувствительности пьезоприемника не может быть смещен к нулевой частоте даже при $K_0=1$. В последнем случае исследование модуля чувствительности пьезоприемника на экс-

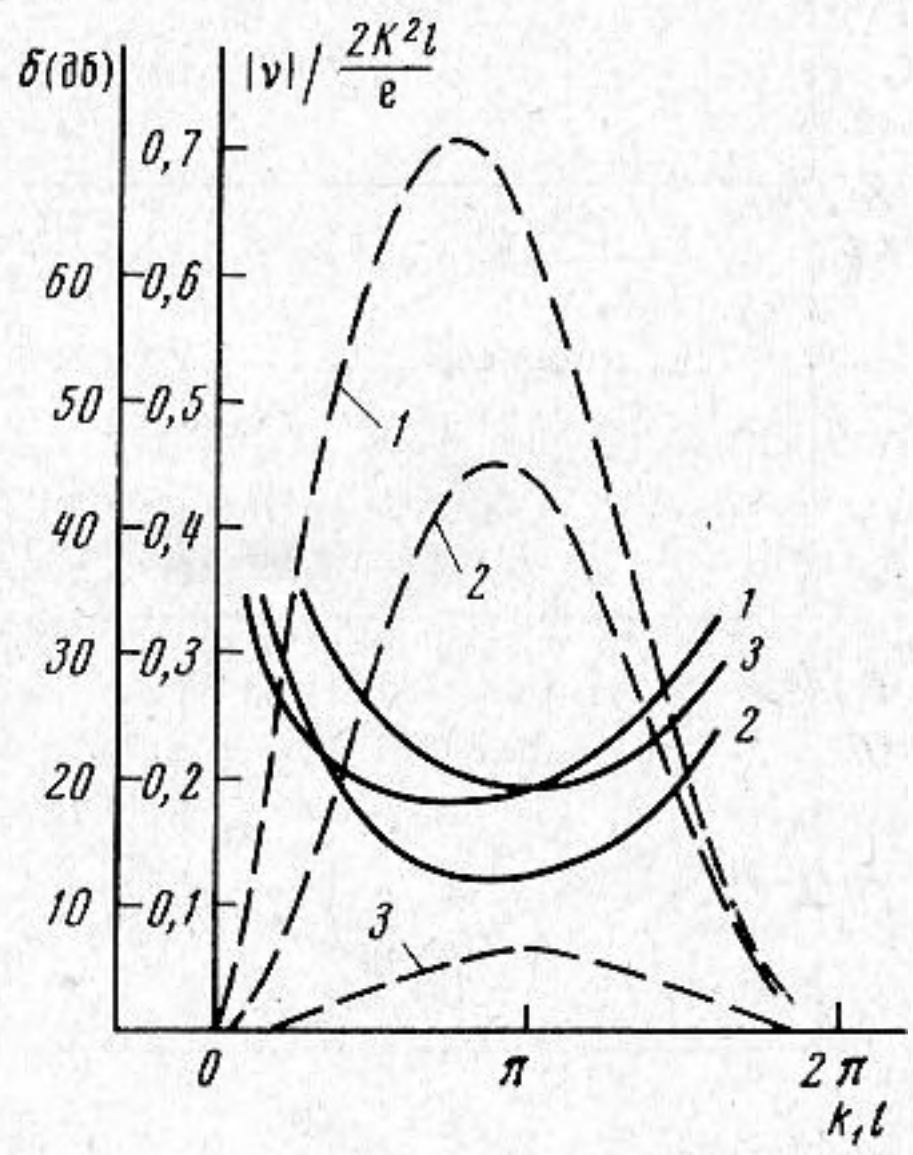
тремум приводит к трансцендентному уравнению

$$\frac{\left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right)^2}{(1+K^2)^2-\left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right)^2}=\sin k_1 l\,\frac{k_1 l-\sin k_1 l}{1-k_1 l\operatorname{ctg}\frac{k_1 l}{2}} \tag{29}$$

и условию $\dfrac{\sin\frac{k_1 l}{2}}{\frac{k_1 l}{2}}=0$, определяющему те значения $k_1 l=2\pi n$ $(n=1,2,3)$, при которых модуль чувствительности пьезоприемника обращается в нуль вместе со своей производной по $k_1 l$. Из уравнения (29) по-



Фиг. 2



Фиг. 3

лучим, что при $\zeta_2/\zeta_1\ll 1$ смещение резонансной частоты μ электрически ненагруженного пьезоприемника относительно $k_1 l=\pi$ определяется приближенной формулой $\mu=-\dfrac{1}{\pi}\dfrac{(\zeta_2/\zeta_1)^2}{(1+K^2)^2}$. Интересно отметить, что увеличение коэффициента электромеханической связи пьезоматериала уменьшает сдвиг резонансной частоты пьезоприемника, тогда как в режиме излучения, согласно работе [6], наоборот — увеличивает. При $\zeta_2/\zeta_1=1+K^2$ резонансная частота пьезоприемника определяется корнями трансцендентного уравнения $\operatorname{tg}\dfrac{k_1 l}{2}=k_1 l$ и сдвинута приблизительно на 25% от $k_1 l=\pi$ в сторону более низких частот. Наконец, в случае акустически сильно нагруженного пьезоприемника, $\zeta_2/\zeta_1\gg 1+K^2$, из уравнения (29) получим условие максимума чувствительности $\cos k_1 l=0$, $k_1 l=\pi/2(2n+1)$, где $n=0,1,2,3,\ldots$, и условие дополнительного минимума $\cos k_1 l=k_1 l\operatorname{ctg}\dfrac{k_1 l}{2}$, получающегося при большой акустической нагрузке.

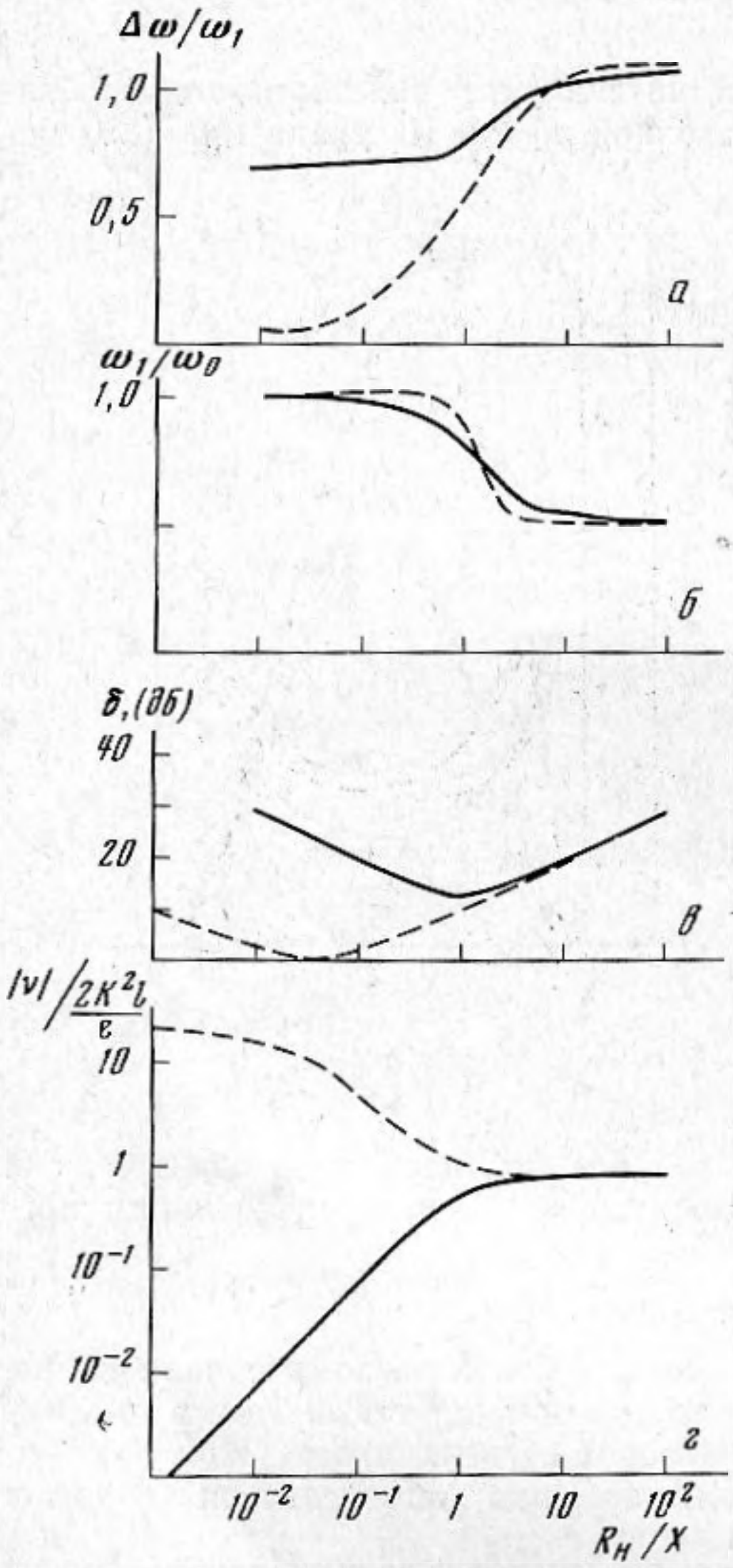
Определим потери пьезоприемника * как отношение потока акустической энергии в падающей на пьезоприемник волне к электрической мощности, отдаваемой пьезоприемником в полезную электрическую нагрузку, тогда величину потерь δ, выраженную в децибелах, можно представить в виде

$$\delta = 10\lg\left[1 + \frac{R}{R_н} + \frac{|Z_н + Z_{пр}|^2}{2K^2 R_н X}\,\frac{\frac{\zeta_2}{\zeta_1}|A|^2 + \frac{\zeta_3}{\zeta_1}|D|^2}{|B - C|^2}\,\frac{\frac{k_1 l}{2}}{\sin^2\frac{k_1 l}{2}}\right]. \qquad (30)$$

В частности, если считать, что у пьезодиэлектрического приемника электрические потери отсутствуют, то $R = 0$, и формула (30) принимает более простой вид

$$\delta = -10\lg\left(1 - |A|^2 - \frac{\zeta_3}{\zeta_2}|D|^2\right). \qquad (31)$$

На основании формул (23) и (30) были рассчитаны частотные характеристики чувствительности и потерь пьезоприемников при различных электрических нагрузках. На фиг. 3 в качестве примера приведены частотные характеристики чувствительности и потерь пьезоприемника продольных волн на основе высокоомной пленки CdS, осажденной непосредственно на звукопровод из низкоомного CdS, для трех активных электрических нагрузок. Кривая *1* соответствует $R_н / X(\omega_0) = 10$, кривая *2* — $R_н / X(\omega_0) = 1$, кривая *3* — $R_н / X(\omega_0) = 0{,}1$. Здесь через ω_0 обозначена частота, соответствующая полуволновому пьезоактивному слою. Частотные характеристики потерь изображены сплошными линиями, а частотные характеристики чувствительности — штриховыми. Из графиков на фиг. 3 следует, что чувствительность, потери, резонансная частота и ширина полосы пьезоприемника в значительной степени зависят от его электрической нагрузки. На основании частотных характеристик чувствительности, аналогичных изображенным на фиг. 3, для того же пьезоприемника были построены зависимости ширины полосы — $\frac{\Delta\omega}{\omega_1}$ (фиг. 4, *а*), относительной резонансной частоты —



Фиг. 4

* Мы имеем здесь в виду джоулевы потери и потери, обусловленные отражением ультразвуковой волны от пьезоприемника.

$\frac{\omega_1}{\omega_0}$ (фиг. 4, *б*), потерь — δ и модуля чувствительности $|\nu|$ на резонансной частоте ω_1 (фиг. 4, *в*, *г*) от электрической нагрузки пьезоприемника. Сплошные кривые соответствуют случаю активной электрической нагрузки пьезоприемника, а штриховые — активноиндуктивной, т. е. случаю компенсации статической емкости пьезоприемника на частоте ω_0 последовательной индуктивностью.

Из графиков на фиг. 4, *а*, *в*, в частности, следует, что при уменьшении сопротивления активной электрической нагрузки пьезоприемника его относительная полоса монотонно уменьшается, а резонансная частота ω_1 стремится к ω_0. Интересно отметить, что для жидкостной акустической нагрузки пьезоприемника зависимость его резонансной частоты от электрической нагрузки имеет противоположный характер, т. е. ω_1 стремится к ω_0 при увеличении $R_н / X(\omega_0)$, а ширина полосы имеет хорошо выраженный максимум при некотором значении электрической нагрузки пьезоприемника [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Андреев. О колебаниях кварцевой пластинки по толщине. Ж. техн. физ., 1932, **2**, 1, 119—124.
2. Л. Я. Гутин. Пьезоэлектрические излучатели и приемники. Ж. техн. физ., 1946, **16**, 1, 39—54.
3. А. А. Харкевич. Теория преобразователей. М.— Л., Госэнергоиздат, 1948.
4. Б. Н. Алексеев, Д. Б. Дианов. Расчет основных характеристик пьезоприемников с учетом электрической нагрузки. Изв. ЛЭТИ, 1968, **63**, 37—52.
5. Е. К. Грищенко. Акустикоэлектрическое преобразование энергии в пьезодиэлектрических и пьезополупроводниковых приемниках на резонансной частоте. Акуст. ж., 1969, **15**, 2, 212—218.
6. А. А. Ананьева. К вопросу о смещении резонансных частот плоского пьезоэлектрического излучателя при работе на активную нагрузку. Акуст. ж., 1957, **3**, 3, 282—285.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
28 января 1971 г.