7. R. H. Pantell, J. Soo Hoo. Acoustic Propagation in the Presence of Drifting Carriers and an Oscillating Electromagnetic Field. J. Appl. Phys., 1970, **41**, 441—444.
8. П. М. Карагеоргий-Алкалаев. Фотоэлектроакустический эффект и резонансные явления в пьезоэлектрических полупроводниках. Физ. и техн. полупроводников, 1968, **2**, 216—219.
9. D. L. White. Amplification of Ultrasonic Waves in Piezoelectric Semiconductors. J. Appl. Phys., 1962, **33**, 2547—2554.

Поступила
15 июня 1971 г.

УДК 534.222.2

О ЗАХЛОПЫВАНИИ ПУЗЫРЬКА В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

И. Б. Есипов, К. А. Наугольных

Задача о захлопывании сферического пузырька рассматривалась неоднократно в приближении несжимаемой жидкости [1—5]. Это приближение пригодно при малых скоростях захлопывания; оно предусматривает пренебрежение энергией излучения по сравнению с энергией пульсаций полости. Если же скорость захлопывания сравнима со скоростью звука в жидкости, то излучаемая акустическая энергия не мала и приближение несжимаемой жидкости становится неприменимым.

Задача о пульсации полости с учетом сжимаемости жидкости рассматривалась рядом авторов (см., например, работы [6—8]), опиравшихся в своих исследованиях на методы численного анализа. Целью данного исследования является получение простых приближенных аналитических выражений, пригодных для проведения оценок и выяснения характера зависимости гидродинамических величин, описывающих пульсацию и излучение звука полностью при больших скоростях движения ее границы.

Рассмотрим сферическую полость, имеющую в начальный момент радиус $R(0) = R_0$ и нулевую начальную скорость $\frac{dR(0)}{dt} = 0$, и захлопывающуюся под действием давления со стороны жидкости p_0, превосходящего начальное давление Q газа в полости (эта величина называется газосодержанием полости).

Предположим, что изменение состояния газа в полости происходит адиабатически с показателем адиабаты γ, а также, что форма полости остается сферической; влиянием вязкости и поверхностного натяжения будем пренебрегать. В качестве уравнения состояния жидкости принимаем выражение

$$p = A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - B, \tag{1}$$

где $A = p_0 + B$, p, p_0 — давления, ρ, ρ_0 — плотности соответственно возмущенного и невозмущенного состояния жидкости. Для воды $B = 3000$ *атм*, $n \simeq 7$.

В приближении Кирквуда — Бете [3] захлопывание сферической полости можно описать системой уравнений [7, 9]

$$\frac{d\dot{a}}{dx} = \frac{1 + M\frac{\dot{a}}{2}}{1 - M\frac{\dot{a}}{2}}\frac{\eta}{a} + \frac{M}{2}\frac{d\eta}{dx} - \frac{3}{2}\frac{1 - \frac{M}{3}\frac{\dot{a}}{2}}{1 - M\frac{\dot{a}}{2}}\frac{\dot{a}}{a}, \tag{2}$$

$$\frac{da}{dx} = \dot{a}, \tag{3}$$

$$\beta = a^{-3\gamma}. \tag{4}$$

Безразмерная энтальпия есть

$$\eta = \frac{1}{M^2(n-1)}\left[\left(nM^2\beta + \frac{B}{A}\right)^{(n-1)/n} - 1\right] \tag{5}$$

и безразмерная скорость звука

$$z = \left(M^2 n\beta + \frac{B}{A}\right)^{(n-1)/2n}. \tag{6}$$

Здесь введены безразмерные величины

$$a = \frac{R}{R_1}, \quad x = \frac{t}{\tau}, \quad \beta = \frac{P}{P_1}, \quad \eta = \frac{w}{u^2}, \quad z = \frac{c}{c_0}.$$

При этом $\tau = \frac{R_1}{\sqrt{P_1/\rho}}$, $u = \frac{R_1}{\tau}$, R_1 — минимальный радиус полости, P — текущее давление в полости, P_1 — давление при $R = R_1$, $M = \frac{u}{c_0} = \frac{R_1}{c_0\tau} = \sqrt{\frac{P_1}{\rho c_0^2}}$, $w = \int \frac{dp}{\rho}$ — энтальпия, c_0 — скорость звука в невозмущенной жидкости. За начало отсчета времени принят момент захлопывания.

При $M \gg 1$ можно радикально упростить приведенную систему уравнений, если интересоваться поведением полости в момент наибольшего сжатия ($R \simeq R_1$), когда влияние сжимаемости наиболее существенно, оставляя в формулах (5) и (6) лишь основной член $\beta M^2 n$. Такое упрощение позволяет проинтегрировать эту систему уравнений. При $R \simeq R_1$ решение в неявном виде можно написать следующим образом:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{2}{m_1^2}\frac{u}{a^\alpha}, \qquad a = \exp\left(m^{-2}\left(u + \frac{2}{3}u^{3/2}\right)\right), \tag{7}$$

где m_1, α, m — величины, определяемые значениями γ, n. При $\gamma = 4/3$, $n = 1/7$, $m_1 = 0{,}93M^{1/7}$, $\alpha = 4{,}57$, $m^{-2} = 1{,}5$.

Анализ решения (7) показывает, что максимальная скорость захлопывания будет

$$R_{\max} = -\frac{0{,}6}{M^{2/n}}\sqrt{\frac{P_1}{\rho}} = -0{,}6c_0M^{1-\frac{2}{n}}, \tag{8}$$

а зависимость радиуса от времени в окрестности минимального радиуса приближенно может быть описана формулой

$$a \simeq e^{\frac{x_2}{2m_0}}, \quad m_0 \simeq 1{,}3M^{2/n}. \tag{9}$$

Выразим теперь параметры R_1 и P_1, определяющие движение вблизи минимального радиуса, через заданные значения начального радиуса R_0, газосодержания Q и внешнего давления p_0. Сначала определим энергию E сжатого газа в полости в момент захлопывания, т. е. при $R = R_1$. Она отличается от начальной энергии $E = {}^4/_3\pi R_0^3 p_0$ на величину излученной на стадии захлопывания энергии W

$$E_1 = E - W_1. \tag{10}$$

Обозначая через $\varkappa_0$ долю энергии, излучаемой на стадии захлопывания, получим

$$W_1 = \varkappa_0 E.$$

Тогда из формулы (10) следует

$$E_1 = E(1 - \varkappa_0). \tag{11}$$

Считая приближенно, что энергия, излучаемая на стадии захлопывания, равна энергии, излучаемой на стадии расширения при одинаковых начальных энергиях полостей, получим в соответствии с выводами работы [9]

$$\varkappa_0 = \frac{3}{2}(\gamma - 1)M^{4/7}. \tag{12}$$

Учитывая, кроме того, что энергия сжатого газа может быть выражена соотношением $E_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3\frac{P_1}{\gamma - 1} = E\frac{Q^{3/4}(\rho c^2)^{1/4}}{(\gamma - 1)p_0}M^{1/2}$, где $M = \sqrt{\frac{P_1}{\rho c^2}}$ из формулы (11) получим уравнение для M, решение которого приводит к следующему выражению:

$$M = \frac{1}{0{,}5 + \frac{Q^{3/4}(\rho c^2)^{1/4}}{(\gamma - 1)p_0}}. \tag{13}$$

По известному M определяется $P_1 = \rho c^2 M^2$ и R_1:

$$\frac{R_1}{R_0} = \left(\frac{Q}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}. \tag{14}$$

Тем самым величины R_1 и P_1 оказываются выраженными через R_0, p_0 и Q. На стадии последующего расширения излучается энергия $W_2 = \varkappa_0 E_1$.

Полная энергия излучения складывается из энергий на стадии захлопывания W_1 и на стадии расширения W_2, так что

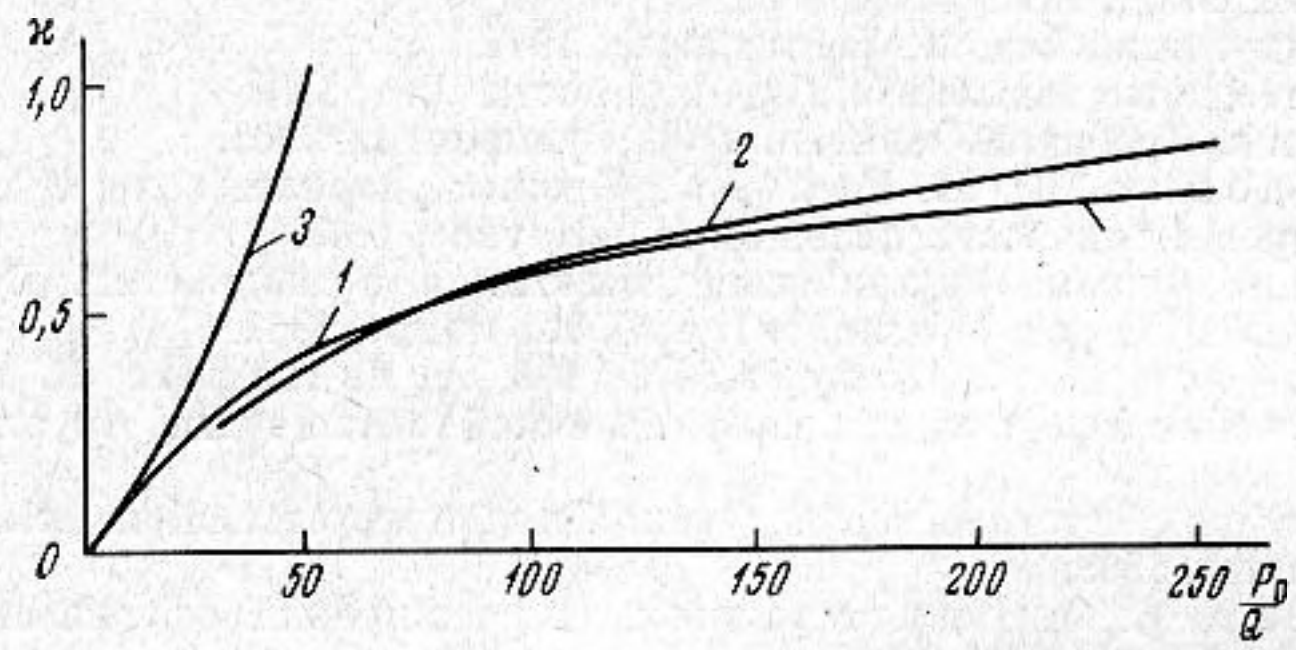
$$W = W_1 + W_2 = \varkappa_0 E + \varkappa_0 E_1 = \varkappa_0(E + E_1). \tag{15}$$

Вводя $\varkappa = W / E$, получим относительную величину энергии, излученной за одну пульсацию полости

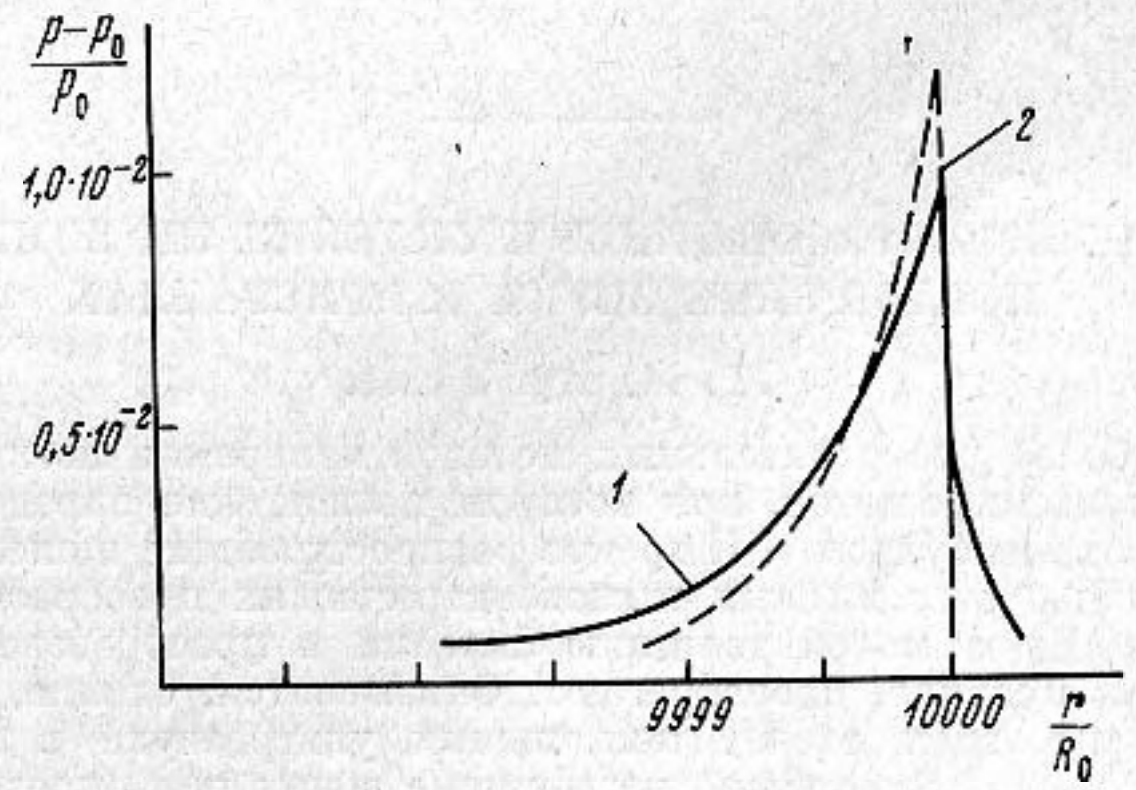
$$\varkappa = \varkappa_0 (2 - \varkappa_0), \tag{16}$$

где $\varkappa_0$ определяется формулой (12).

На фиг. 1 представлена зависимость относительной величины излученной энергии за одну пульсацию полости от величины относительного газосодержания $\frac{p_0}{Q}$. Кривая *1* изображает результат численного интегрирования системы уравнений (2)—(6), кривая *2* построена по формулам (12), (13), (16). Для сравнения на той же фигуре приведены значения $\varkappa$, вычисленные в приближении Рэлея (кривая *3*). Величина $\varkappa$ характеризует долю энергии захлопывающейся полости, потерянной на



Фиг. 1



Фиг. 2

излучение. При распространении волны ее энергия поглощается, причем коэффициент поглощения возрастает с увеличением интенсивности волны. Соответственно этому энергия волны на удалении r от источника оказывается меньше полной излученной энергии, ее отношение к начальной энергии полости описывается соотношением:

$$\varkappa' = \frac{Q^{3/4} (\rho c^2)^{1/4} 3}{p_0 \sqrt{\ln \frac{2}{R_1}}} = \frac{3(\gamma - 1)}{M} \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{2}{R_1}}}. \tag{17}$$

При этом волна сжатия, излучаемая при захлопывании, приближенно описывается соотношениями:

$$p - p_0 = \frac{P_1 R_1}{r} g_s e^{-\bar{t}/\theta}, \quad g_s = \frac{1}{M^{3/2} \sqrt{2 \ln \frac{2}{R_1}}}, \tag{18}$$

$$\theta \simeq \left(1 + 2\sqrt{2} M^{3/2} \sqrt{\ln \frac{2}{R_1}} \right) \frac{R_1}{CM},$$

где M, P_1, R_1 определяются формулами (13), (14). Подчеркиваем, что выражения (17), (18) применимы лишь при выполнении условий $n\beta M^2 \gg 1$ и $\frac{r}{R_1} \gg e^{1/4 M^3}$.

В качестве примера приведем расчет волны сжатия, излучаемой сферой радиуса $R_0 = 1$ *см*, захлопывающейся под действием давления $p_0 = 1$ *атм* при $Q = 0{,}01$ *атм*. Кривой *1* на фиг. 2 изображен профиль волны на расстоянии $r / R_0 = 10^4$, полученный численным способом по методу, изложенному в работе [8]. Кривая *2* на этой же фигуре построена по формулам (18).

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh. On the pressure developed in liquid during the collapse of a spherical cavity. Philos. Mag., 1917, 34.
2. Г. Ламб. Гидродинамика. М., Гостехиздат, 1947.
3. Р. Коул. Подводные взрывы. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
4. А. Д. Перник. Проблемы кавитации. Л., Судпромгиз, 1966.
5. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1965.
6. Г. Г. Флинн. Физика акустической кавитации в жидкостях. В кн.: Физическая акустика. Под ред. Мэзона, т. 1, ч. Б, М., «Мир», 1967.
7. В. А. Акуличев, Ю. Я. Богуславский, А. И. Иоффе, К. А. Наугольных. Излучение сферических волн конечной амплитуды. Акуст. ж., 1967, **13**, 3, 321.
8. В. П. Морозов. Акустическое излучение при пузырьковой кавитации, вып. 241, «Судостроение», 1968.
9. И. Б. Есипов, К. А. Наугольных. О расширении сферической полости в жидкости. Акуст. ж., 1972, 18, 2, 233.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
3 декабря 1971 г.

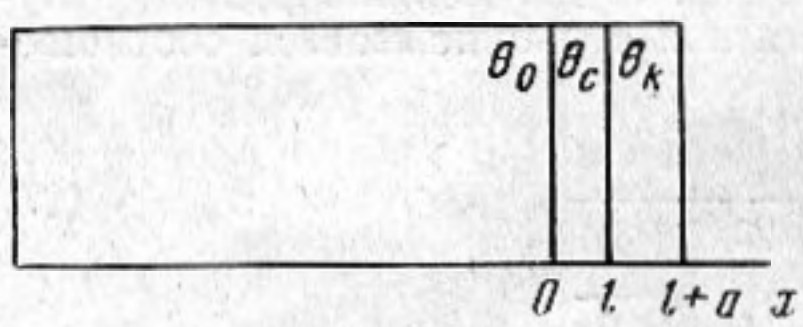
УДК 534.6.08

ВЛИЯНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ И СКЛЕЙКИ НА ИЗМЕРЯЕМОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА В КРИСТАЛЛАХ

Л. А. Кулакова

Одним из наиболее употребительных методов измерения поглощения в кристаллах является импульсный метод, при котором поглощение определяется из соотношения амплитуд «эхо-импульсов». Широкое распространение нашел способ возбуждения звука с помощью резонансных пьезоэлектрических преобразователей, приклеиваемых к образцу. Из-за малой толщины склейки и преобразователя поглощением энергии в них, как правило, пренебрегают. Оказывается, однако, что это не всегда допустимо. Ниже проведен расчет поглощения ультразвука в преобразователе и склейке и показано, что резонансное поглощение в них при определенном соотношении импеданцов преобразователя, склейки и образца может достигать заметной величины.

Рассмотрим систему образец — склейка — преобразователь (фиг. 1). Введем обозначения: $\theta_0 = \alpha_0 + ik_0$, $\theta_c = \alpha_c + ik_c$, $\theta_п = \alpha_п + ik_п$, где θ_0, θ_c, $\theta_п$ — постоянные распространения, α_0, α_c, $\alpha_п$ — коэффициенты поглощения, k_0, k_c, $k_п$ — волновые векторы соответственно в образце, склейке и преобразователе. Рассмотрим n-й импульс, приходящий к склейке в точке $x = 0$ с амплитудой A_n. Часть его пройдет склейку и на входе преобразователя ($x = l$) будет иметь амплитуду A_k



Фиг. 1

$$A_k = A_n F(l), \tag{1}$$

где $F(l)$ — функция, определяющая изменение амплитуды импульса при прохождении склейки. Отраженная часть импульса пройдет образец, отразится от его конца и придет к склейке с амплитудой $A_{n+1} = RA_n e^{\alpha_0 L}$, где R — коэффициент отражения от границы образец — склейка, L — двойная длина образца. На вход преобразователя этот импульс приходит с амплитудой A_{k+1}

$$A_{k+1} = RA_n e^{\alpha_0 L} F(l). \tag{2}$$

Затухание j за одно двойное прохождение образца импульсом определяется как отношение амплитуд A_k и A_{k+1}, $j = 20 \lg \left| \frac{A_k}{A_{k+1}} \right|$. Подставляя сюда значения из