АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIX 1973 Вып. 4

УДК 534.26

МЕТОД ПОПЕРЕЧНОЙ ДИФФУЗИИ В ЗАДАЧЕ О ДИФРАКЦИИ ЗВУКА НА ЛЕНТЕ

А. В. Попов

Дифракция плоской звуковой волны на ленте анализируется с помощью параболического уравнения в лучевых координатах. Задача определения дифракционного поля приведена к интегральному уравнению, решение которого строится в виде сходящегося ряда последовательных приближений. Показано, что такое разложение соответствует рассмотрению последовательных дифракций на краях ленты и позволяет получить равномерную коротковолновую асимптотику точного решения задачи.

Малюжинцем [1] было показано, что использование параболического уравнения в лучевых координатах (уравнения поперечной диффузии) [1, 2] в задаче о дифракции звука на клине позволяет найти коротковолновую асимптотику дифракционного поля, не обращаясь к точному решению задачи. Уфимцев [3] вывел асимптотическую оценку погрешности, равномерную по угловой переменной во всей области, включая границы тени. Вычисления автора [4] показали, что приближение поперечной диффузии дает практически точный результат, начиная с расстояния порядка одной длины волны от ребра клина. Это дает основание ожидать, что параболическое уравнение в лучевых координатах пригодно для исследования дифракции на телах более сложной формы, в частности на многоугольниках. В этом случае существенным является эффект взаимодействия «краевых» цилиндрических волн, расходящихся от вершин многоугольника. В данной работе на хорошо изученном примере дифракции на ленте (см., например, работы [5—7]) показывается, что уравнение поперечной диффузии в первом приближении правильно описывает взаимодействие краев ленты.

Рассмотрим двумерную стационарную задачу о дифракции плоской звуковой волны на акустически жесткой ленте $-l/2 < x < l/2$, $y = 0$, $-\infty < z < \infty$. Пусть падающая волна звукового давления P_0, не зависящая от координаты z, приходит из бесконечности под углом φ_0 к оси $0x$ $(0 < \varphi_0 < \pi)$. В полярных координатах r, φ, определяемых равенствами

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ 0 < \varphi < 2\pi, \tag{1}$$

она имеет вид

$$P_0 = e^{-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)}, \tag{2}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, которое будет рассматриваться как большой параметр задачи.

В приближении геометрической акустики при $k \to \infty$ волновое поле является суперпозицией падающей волны и волны, отраженной от верхней стороны ленты

$$P_г = e^{-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)} + e^{-ikr\cos(\varphi+\varphi_0)}, \tag{3}$$

если $0 < \bar{\varphi} < \pi - \varphi_0$ и $2\pi - \varphi_0 < \overset{+}{\varphi} < 2\pi$,

$$P_г = 0, \tag{3а}$$

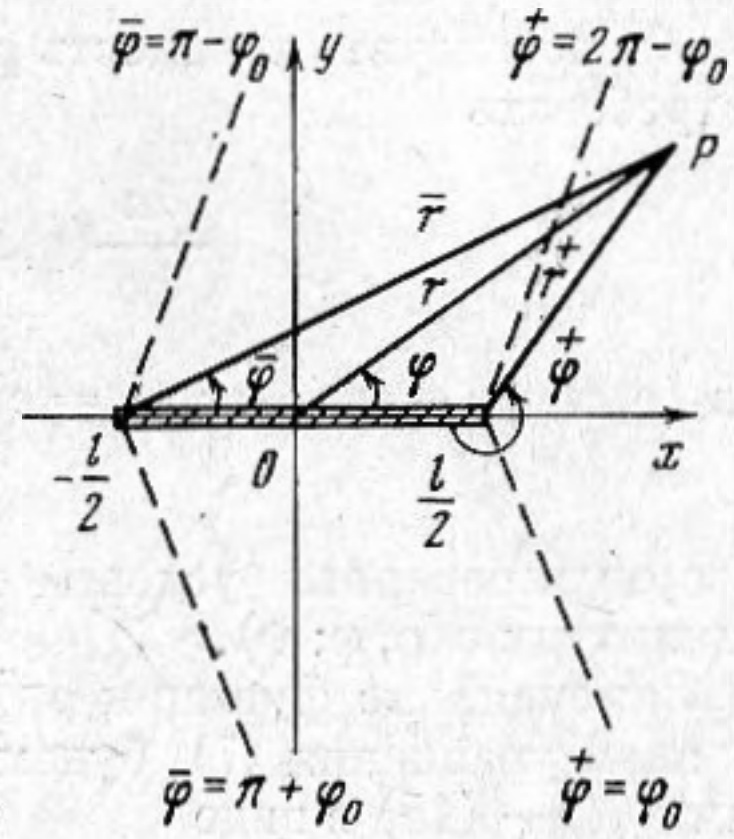
если $\pi + \varphi_0 < \bar{\varphi} < 2\pi$ и $0 < \overset{+}{\varphi} < \varphi_0$, и

$$P_г = e^{-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)} \tag{3б}$$

в остальной части плоскости. Здесь введены полярные координаты $\bar{r}$, $\bar{\varphi}$ и $\overset{+}{r}$, $\overset{+}{\varphi}$, связанные с краями ленты (см. фигуру)

$$x + \frac{l}{2} = \bar{r}\cos\bar{\varphi},\quad x - \frac{l}{2} = -\overset{+}{r}\cos\overset{+}{\varphi},\qquad 0 < \overset{\pm}{\varphi} < 2\pi, \tag{4}$$
$$y = \bar{r}\sin\varphi,\qquad y = -\overset{+}{r}\sin\overset{+}{\varphi},$$

Функция $P_г$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца $\Delta P + k^2P = 0$ всюду, кроме границ тени $\bar{\varphi} = \pi \pm \varphi_0$, $\overset{+}{\varphi} = \pi \pm (\pi - \varphi_0)$, где она терпит разрыв, и краевому условию $\partial P / \partial y = 0$ на обеих сторонах ленты.



Следуя Малюжинцу [1], будем искать решение задачи в виде

$$P = P_г + P_д, \tag{5}$$

где дифракционное поле $P_д$ представляет собой суперпозицию двух цилиндрических волн, расходящихся от краев ленты. Функция $P_д$ должна удовлетворять уравнению Гельмгольца и условию излучения и компенсировать разрывы геометрического поля $P_г$. Кроме того, для нее должны выполняться краевое условие $\partial P_д / \partial y = 0$ на ленте и условие, исключающее источники на ребрах ленты.

Выделяя быстро осциллирующие множители $e^{ik\bar{r}}$, $e^{ik\overset{+}{r}}$ и используя симметрию задачи, можно выразить дифракционное поле $P_д$ через плавно меняющуюся функцию трех переменных $u(\rho, \varphi; \psi)$, которую будем называть волновой амплитудой:

$$P_д = e^{i\bar{\rho}}u(\bar{\rho}, \bar{\varphi}; \varphi_0) - e^{i\overset{+}{\rho}}u(\overset{+}{\rho}, \overset{+}{\varphi}; \pi - \varphi_0). \tag{6}$$

Здесь введены безразмерные переменные $\bar{\rho} = k\bar{r}$, $\overset{+}{\rho} = k\overset{+}{r}$, $\rho = kr$. Функция $u(\rho, \varphi; \psi)$ зависит также от параметра $\sigma = kl$, представляющего собой безразмерную ширину ленты.

Волновая амплитуда $u(\rho, \varphi; \psi)$ разрывна на границах тени $\varphi = \pi \pm \psi$, где она компенсирует разрывы поля геометрической акустики и, вообще говоря, на продолжении ленты $\varphi = \pi$, где должно быть непрерывно лишь полное дифракционное поле $P_д$. Для удобства обозначим ее значения в секторах $0 < \varphi < \pi - \psi$, $\pi - \psi < \varphi < \pi$, $\pi < \varphi < \pi + \psi$, $\pi + \psi < \varphi < 2\pi$ через u_m, $m = 1, 2, 3, 4$. В каждом из секторов волновая амплитуда $u_m(\rho, \varphi; \psi)$ асимптотически (при $\rho \to \infty$) удовлетворяет параболическому уравнению Малюжинца [2] в лучевых координатах ρ, φ:

$$2i\frac{\partial u_m}{\partial \rho} + i\frac{u_m}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}\cdot\frac{\partial^2 u_m}{\partial \varphi^2} = 0 \tag{7}$$

и условию ограниченности (вытекающему из условия на ребре [4]). Граничное условие $\partial P_д / \partial y = 0$ дает для волновой амплитуды уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi}(\rho, 0; \psi) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial u_4}{\partial \varphi}(\rho, 2\pi; \psi) = 0, \tag{9}$$

а условия скачка принимают вид

$$\frac{\partial u_2}{\partial \varphi}(\rho, \pi - \psi; \psi) - \frac{\partial u_1}{\partial \varphi}(\rho, \pi - \psi; \psi) = 0, \tag{10}$$

$$u_2(\rho, \pi - \psi; \psi) - u_1(\rho, \pi - \psi; \psi) = e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial u_4}{\partial \varphi}(\rho, \pi + \psi; \psi) - \frac{\partial u_3}{\partial \varphi}(\rho, \pi + \psi; \psi) = 0, \tag{12}$$

$$u_4(\rho, \pi + \psi; \psi) - u_3(\rho, \pi + \psi; \psi) = e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}. \tag{13}$$

Чтобы обеспечить гладкость решения на продолжении ленты, достаточно потребовать

$$\frac{\partial u_3}{\partial \varphi}(\rho, \pi; \psi) - \frac{\partial u_2}{\partial \varphi}(\rho, \pi; \psi) = 0, \tag{14}$$

$$u_3(\rho, \pi; \psi) - u_2(\rho, \pi; \psi) = e^{i\sigma}[u_1(\rho + \sigma, 0; \pi - \psi) - u_4(\rho+\sigma, 2\pi; \pi - \psi)]. \tag{15}$$

Сформулированные условия позволяют однозначно определить волновую амплитуду $u(\rho, \varphi; \psi)$.

Замечая, что функция $\rho^{-1/2}e^{-is^2/2\rho-\varphi s}$ при любом s является частным решением уравнения (7), будем искать ограниченное при $\rho \to 0$ решение задачи (7) — (15) в виде

$$u_m(\rho, \varphi; \psi) = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{s^2}{2\rho}-\varphi s} G_m(s; \psi)\, ds, \quad m = 1, 2, 3, 4, \tag{16}$$

где $G_m(s; \psi)$ — некоторая аналитическая функция, обеспечивающая равномерную сходимость интеграла в правой части. Условия (8) — (15) приводят к системе функциональных уравнений для $G_m(s; \psi)$. Для выполнения условия (8) необходимо и достаточно, чтобы функция $G_1(s; \psi)$ была четной по s:

$$G_1(s; \psi) - G_1(-s; \psi) = 0. \tag{17}$$

Аналогично из формулы (9) следует

$$e^{-2\pi s}G_4(s; \psi) - e^{2\pi s}G_4(-s; \psi) = 0. \tag{18}$$

В силу тождества

$$\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-is^2/2\rho}\, ds = 1 \tag{19}$$

условия скачка (10), (11) приводят к соотношению

$$G_2(s; \psi) - G_1(s; \psi) = e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi+(\pi-\psi)s}, \tag{20}$$

а уравнения (12), (13) — к

$$G_4(s; \psi) - G_3(s; \psi) = e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi+(\pi+\psi)s}. \tag{21}$$

Наконец, условие (14) дает уравнение

$$e^{-\pi s}[G_3(s; \psi) - G_2(s; \psi)] - e^{\pi s}[G_3(-s; \psi) - G_2(-s; \psi)] = 0, \tag{22}$$

с учетом которого условие непрерывности (15) сводится к интегральному соотношению

$$\int_0^\infty e^{-is^2/2\rho} e^{-\pi s}[G_3(s;\psi)-G_2(s;\psi)]ds =$$

$$= e^{i\sigma}\sqrt{\frac{\rho}{\rho+\sigma}}\int_0^\infty e^{-is^2/2(\rho+\sigma)}[G_1(s;\pi-\psi)-e^{-2\pi s}G_4(s;\pi-\psi)]ds, \quad 0<\rho<\infty. \tag{23}$$

Исключая из уравнений (17)–(22) функции аргумента $-s$, имеем

$$G_4(s;\psi) = -e^{2\pi s}G_1(s;\psi). \tag{24}$$

Таким образом, все искомые функции оказываются выраженными через $G_1(s;\psi)$. В частности,

$$e^{-\pi s}[G_3(s;\psi)-G_2(s;\psi)] = -2\left[\operatorname{ch}\pi s G_1(s;\psi)+e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}\operatorname{ch}\psi s\right] \tag{25}$$

и уравнение (23) принимает вид

$$\int_0^\infty e^{-is^2/2\rho}\left[\operatorname{ch}\pi s G_1(s;\psi)+e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}\operatorname{ch}\psi s\right]ds =$$

$$= -e^{i\sigma}\sqrt{\frac{\rho}{\rho+\sigma}}\int_0^\infty e^{-is^2/2(\rho+\sigma)}G_1(s;\pi-\psi)\,ds. \tag{26}$$

Заменой переменной можно свести интегральный оператор в левой части к преобразованию Лапласа и обратить его. Тогда, меняя порядок интегрирования в правой части, получим следующее интегральное уравнение для функции G_1:

$$\operatorname{ch}\pi s G_1(s;\psi)+e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}\operatorname{ch}\psi s =$$

$$= -e^{i\sigma}\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\int_{-\infty}^\infty e^{-i(x-s)^2/2\sigma}G_1(x;\pi-\psi)\,dx. \tag{27}$$

Его решение полностью определяет искомую волновую амплитуду по формулам (20), (21), (24) и (16).

Будем решать уравнение (27) методом последовательных приближений, полагая

$$G_m(s;\psi) = \sum_{n=0}^\infty G_m^{(n)}(s;\psi), \tag{28}$$

где

$$G_1^{(0)}(s;\psi) = -e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}\frac{\operatorname{ch}\psi s}{\operatorname{ch}\pi s},$$

$$G_1^{(n+1)}(s;\psi) = -\frac{1}{\operatorname{ch}\pi s}\frac{e^{i(\sigma+\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\int_{-\infty}^\infty e^{-i(x-s)^2/2\sigma}G_1^{(n)}(x;\pi-\psi)\,dx.$$

Исследуем сходимость процесса. Оценим $G_1^{(1)}$:

$$|G_1^{(1)}(s;\psi)| \leqslant \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}\operatorname{ch}\pi s}\int_{-\infty}^\infty\frac{\operatorname{ch}(\pi-\psi)x}{\operatorname{ch}\pi x}dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}\sin\frac{\psi}{2}\operatorname{ch}\pi s}$$

Предположим теперь, что $|G_1^{(n)}| \leqslant c / \operatorname{ch} \pi s$. Тогда

$$|G_1^{(n+1)}(s; \psi)| \leqslant \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma} \operatorname{ch} \pi s} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\operatorname{ch} \pi x} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma} \operatorname{ch} \pi s}.$$

Таким образом, ряд (28) мажорируется геометрической прогрессией с знаменателем $(2\pi\sigma)^{-1/2}$ и, следовательно, сходится при $\sigma > (2\pi)^{-1}$.

Разложение (28) имеет простой физический смысл. Легко проверить, что отдельные члены ряда соответствуют волнам, возникающим при последовательной дифракции на полуплоскостях, образованных продолжением ленты в ту или другую сторону. Ряд (28) является асимптотическим при $\sigma = kl \to \infty$ и позволяет определить первые члены разложения решения задачи по параметру $\sigma^{-1/2}$. Отбрасывая члены порядка $\sigma^{-3/2}$, имеем

$$G_1(s; \psi) = -e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi} \frac{\operatorname{ch} \psi s}{\operatorname{ch} \pi s} + e^{-i\frac{\sigma}{2}\cos\psi} \frac{\gamma}{\sin\frac{\psi}{2} \operatorname{ch} \pi s} - e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi} \frac{\gamma^2}{\cos\frac{\psi}{2} \operatorname{ch} \pi s}, \tag{29}$$

где

$$\gamma = \frac{e^{i(\sigma+\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\sigma}}. \tag{30}$$

Вычислим характеристику направленности рассеянной волны. В угловой области $0 < \varphi < \pi$ она определяется выражением

$$\Phi(\varphi) = \lim_{\rho\to\infty} e^{-i(\rho+\pi/4)} \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} P_{\text{д}} =$$

$$= \lim_{\rho\to\infty} e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} \left[e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\varphi} u(\rho, \varphi; \varphi_0) - e^{-i\frac{\sigma}{2}\cos\varphi} u(\rho, \pi+\varphi; \pi-\varphi_0)\right]. \tag{31}$$

Подставляя в формулу (16) выражение (29) и вычисляя интегралы от гиперболических функций, получим

$$\Phi(\varphi) = -\frac{e^{i(\beta+\beta_0)}\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2} - e^{-i(\beta+\beta_0)}\sin\frac{\varphi}{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}}{\cos\varphi + \cos\varphi_0} +$$

$$+ \gamma\left[\frac{e^{i(\beta-\beta_0)}}{2\cos\frac{\varphi}{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}} + \frac{e^{-i(\beta-\beta_0)}}{2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}}\right] -$$

$$- \gamma^2\left[\frac{e^{i(\beta+\beta_0)}}{2\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}} + \frac{e^{-i(\beta+\beta_0)}}{2\sin\frac{\varphi}{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}}\right]. \tag{32}$$

Здесь $\beta = \frac{\sigma}{2}\cos\varphi$, $\beta_0 = \frac{\sigma}{2}\cos\varphi_0$. Для $\pi < \varphi < 2\pi$ характеристика направленности определяется из соотношения $\Phi(\varphi) = -\Phi(2\pi - \varphi)$. Выражение (32) удовлетворяет принципу взаимности и в пределах своей точности совпадает с асимптотикой строгого решения задачи (ср. [5, 6]).

Формула (32) теряет смысл, когда угол наблюдения φ приближается к 0 или к π. Дело в том, что при ее выводе использовалась равномерная сходимость интеграла (16), которая нарушается, если точка наблюдения r, φ лежит в окрестности границы тени или продолжения ленты. Чтобы по-

лучить равномерную по φ коротковолновую асимптотику дифракционного поля, преобразуем выражение (16) с помощью тождества

$$\frac{\operatorname{ch}(\pi-\alpha)s}{\operatorname{ch}\pi s}=e^{-\alpha s}+e^{-\pi s}\frac{\operatorname{sh}\alpha s}{\operatorname{ch}\pi s}. \tag{33}$$

Таким образом, для «первично» дифрагированной волны

$$U_m^{(0)}(\rho,\varphi;\psi)=\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-is^2/2\rho-\varphi s}G_m^{(0)}(s;\psi)\,ds \tag{34}$$

мы получаем единое представление, справедливое при $0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi$:

$$u^{(0)}(\rho,\varphi;\psi)=e^{i\frac{\sigma}{2}\cos\psi}[w(\rho,\varphi-\pi+\psi)+w(\rho,\varphi-\pi-\psi)]. \tag{35}$$

Здесь

$$w(\rho,\alpha)=\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\int_0^{\infty}e^{-is^2/2\rho}\left[\operatorname{sgn}\alpha e^{-|\alpha|s}+e^{-\pi s}\frac{\operatorname{sh}\alpha s}{\operatorname{ch}\pi s}\right]ds. \tag{36}$$

Исследуем поведение $w(\rho,\alpha)$ при $\rho\to\infty$. Интеграл от первого члена в формуле (36) сводится к интегралу Френеля

$$F(z)=\operatorname{sgn}z\,e^{-iz^2}\frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi}}\int_{|z|}^{\infty}e^{it^2}dt. \tag{37}$$

Второй интеграл равномерно сходится при $|\alpha|\leqslant 2\pi-\varepsilon$, т. е. во всей области изменения угла φ. Его асимптотику можно найти, разлагая экспоненту по степеням ρ^{-1}. Первый член разложения равен

$$\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\int_0^{\infty}e^{-\pi s}\frac{\operatorname{sh}\alpha s}{\operatorname{ch}\pi s}ds=\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\left(\frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}}-\frac{1}{\alpha}\right). \tag{38}$$

Следовательно, заменяя в выражении (35) функцию $w(\rho,\alpha)$ выражением

$$w(\rho,\alpha)=F\left(\alpha\sqrt{\frac{\rho}{2}}\right)+\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\left(\frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}}-\frac{1}{\alpha}\right), \tag{39}$$

мы получим равномерную асимптотику функции $u^{(0)}$, совпадающую с асимптотикой дифракционного поля полуплоскости [3]. Вдали от границы тени, при $|\alpha|\sqrt{\frac{\rho}{2}}\gg 1$, в силу представления

$$F(z)\underset{|z|\to\infty}{\sim}\frac{e^{i\pi/4}}{2z\sqrt{\pi}}, \tag{40}$$

формула (39) принимает вид

$$w(\rho,\alpha)\approx\frac{e^{i\pi/4}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{2\pi\rho}}. \tag{41}$$

Аналогично находится асимптотика «вторичной» волны

$$u_m^{(1)}(\rho, \varphi; \psi) = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{s^2}{2\rho} - \varphi s} G_m^{(1)}(s; \psi) ds, \tag{42}$$

возникающей при дифракции волны вида (35) на другом крае ленты:

$$u^{(1)}(\rho, \varphi; \psi) \approx -2e^{-i\frac{\sigma}{2}\cos\psi} \frac{e^{i(\sigma+\pi/4)}}{\sin\frac{\psi}{2}\sqrt{2\pi(\rho+\sigma)}} w\left(\frac{\rho\sigma}{\rho+\sigma}, \ \varphi - \pi\right). \tag{43}$$

Эта формула согласуется с результатом Уфимцева для задачи дифракции цилиндрической волны на клине [3]. Можно написать это выражение в более симметричном виде, заменяя величину $\frac{e^{i\pi/4}}{\sin\frac{\psi}{2}\sqrt{2\pi\sigma}}$ эквивалентной ей функцией $2w(\sigma, \psi)$:

$$u^{(1)}(\rho, \varphi; \psi) \approx -4e^{i\left(\sigma - \frac{\sigma}{2}\cos\psi\right)} w(\sigma, \psi) w\left(\frac{\rho\sigma}{\rho+\sigma}, \ \varphi - \pi\right) \sqrt{\frac{\sigma}{\rho+\sigma}} \approx$$

$$\approx -4e^{i\left(\sigma - \frac{\sigma}{2}\cos\psi\right)} \left[F\left(\psi\sqrt{\frac{\sigma}{2}}\right) + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\left(\frac{1}{2\sin\frac{\psi}{2}} - \frac{1}{\psi}\right)\right] \times$$

$$\times \left\{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho+\sigma}} F\left[(\varphi - \pi)\sqrt{\frac{\rho\sigma}{2(\rho+\sigma)}}\right] + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\rho}}\left(\frac{1}{2\sin\frac{\varphi-\pi}{2}} - \frac{1}{\varphi-\pi}\right)\right\}. \tag{44}$$

Это дает при переходе к характеристике направленности выражение, удовлетворяющее принципу взаимности (ср. работу [7]).

Основным результатом настоящей работы является аналог теоремы Шварцшильда (см., например, работы [5, 7]): рассмотрение последовательной дифракции на краях ленты в приближении поперечной диффузии приводит к сходящемуся ряду последовательных приближений, асимптотическому при $k \to \infty$. Этот факт имеет место и в случае произвольного выпуклого многоугольника. Таким образом, при использовании параболического уравнения для расчета дифракции на многоугольнике два способа — нахождение «самосогласованного» поля с помощью системы интегральных уравнений типа (27) и метод последовательных дифракций — эквивалентны. В работе показано, что первые два из последовательных приближений согласуются с асимптотикой точного решения. Следующие итерации требуют использования более точных уравнений для каждой из «краевых» волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Малюжинец. Развитие представлений о явлениях дифракции. Успехи физ. наук, 1959, **69**, 2, 321—334.
2. Г. Д. Малюжинец, А. В. Попов, Ю. Н. Черкашин. К развитию одного вычислительного метода в теории дифракции. 3-й Всесоюзн. симпозиум по дифракции волн. М., «Наука», 1964, 176—178.
3. П. Я. Уфимцев. Поперечная диффузия при дифракции на клине. Радиотехника и электроника, 1965, **10**, 6, 1013—1022.
4. А. В. Попов. Численное решение задачи о дифракции на клине методом поперечной диффузии. Акуст. ж., 1969, **15**, 2, 265—274.
5. Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль. Теория дифракции. М., «Мир», 1964.
6. В. А. Боровиков. Дифракция на многоугольниках и многогранниках. М., «Наука», 1966.
7. П. Я. Уфимцев. Асимптотическое исследование задачи о дифракции на ленте. Радиотехника и электроника, 1969, **14**, 7, 1173—1185.

Латвийский государственный
университет им. Петра Стучки
Вычислительный центр

Поступила
19 февраля 1972 г.